

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14

# ЕГЭ 2013

## Математика

В. А. Смирнов

### Задача В9

Стереометрия: расстояния и углы  
в пространстве

Рабочая тетрадь

учени \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ класса \_\_\_\_\_

школы \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Под редакцией  
А. Л. Семёнова и И. В. Ященко

Разработано МИОО

ФГОС

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

---

В. А. Смирнов

ЕГЭ 2013. Математика

Задача В9

Стереометрия: расстояния и углы  
в пространстве

Рабочая тетрадь

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Издание соответствует новому Федеральному государственному  
общеобразовательному стандарту (ФГОС)

Москва  
Издательство МЦНМО  
2013

УДК373:51  
ББК22.1я72  
С50

**Смирнов В. А.**  
С50 ЕГЭ 2013. Математика. Задача В9. Стереометрия: расстояния и углы в пространстве. Рабочая тетрадь / Под ред. А. Л. Семенова и И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2013. — 68 с.

ISBN 978-5-4449-0479-5

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2013. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче единого государственного экзамена по математике в 2013 году. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2013.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровень подготовки к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по теме «Стереометрия: расстояния и углы в пространстве». Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует новому Федеральному государственному общеобразовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

*Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включен в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.*

ISBN 978-5-4449-0479-5

©Смирнов В. А., 2013.  
©МЦНМО, 2013.

## От редакторов серии

Прежде чем вы начнете работать с нашими тетрадями, мы хотим дать вам некоторые пояснения и советы.

Экзамен по математике в 2013 году состоит из двух частей: в первой части — 14 простых задач, в которых требуется краткий ответ (B1—B14); во второй части — 6 более сложных задач, требующих развернутого решения (C1—C6). Рабочие тетради B1—B14 организованы в соответствии со структурой первой части экзамена 2013 года и позволят вам подготовиться к выполнению всех заданий этой части, выявить и устранить пробелы в своих знаниях.

Тем из вас, для кого главное — это набрать минимальный аттестационный балл, мы рекомендуем ориентироваться на устойчивое, безошибочное решение 8 заданий из первой части. (Хотя в реальности минимальное число заданий, которое нужно решить верно, может составить 5 или 6, но ведь вам нужно застраховаться от случайной ошибки!) Эти 8 (или больше) заданий нужно выбрать исходя из того, что вы хорошо понимаете их условия, вам знаком материал и в школе вы хорошо справлялись с аналогичными заданиями (не обязательно в курсе математики 11 класса, а на протяжении всего обучения). При этом следует в первую очередь уделять внимание тем заданиям, которые у вас уже получаются, добиваясь максимально надежного их выполнения, не ограничивая себя временем.

Те из вас, кто ориентируется на поступление в вуз, конечно, понимают, что им желательно с высокой надежностью решать все задачи части B — ведь на решение такой задачи и вписывание ответа в лист на экзамене уйдет времени меньше, чем на задачу части C, жалко будет, если вы ошибетесь и потеряете нужный балл. Вам следует добиваться уверенного выполнения всех заданий первой части, большее внимание уделяя тем задачам, которые вызывают наибольшие затруднения. Устранение пробелов в ваших знаниях поможет вам и в работе с заданиями части C. Определив время, за которое вы можете уверенно без ошибок выполнить все задания первой части, следует планировать оставшееся время на экзамене на задания второй части.

Работу с тетрадью следует начать с выполнения диагностической работы.

Затем рекомендуется прочитать решения задач, сравнить свои решения с приведенными в книге. По тем задачам, которые вызвали затруднения, следует после повторения материала по учебнику или с учителем выполнить тематические тренинги.

Для завершающего контроля готовности к выполнению заданий соответствующей позиции ЕГЭ служат диагностические работы, приведенные в конце тетради.

Работа с серией рабочих тетрадей «ЕГЭ 2013. Математика» позволит выявить и в кратчайшие сроки ликвидировать пробелы в знаниях, но не может заменить систематического повторения (изучения) курса математики!

Желаем успеха!

## Введение

Данное пособие предназначено для подготовки к выполнению задания В9 ЕГЭ по математике. Его целями являются:

- показ примерной тематики и уровня трудности геометрических задач, включенных в содержание ЕГЭ;
- проверка качества знаний и умений учащихся по геометрии, их готовность к сдаче ЕГЭ;
- развитие представлений учащихся об основных геометрических фигурах и их свойствах, формирование навыков работы с рисунками;
- повышение вычислительной культуры учащихся, подготовка их к решению геометрических задач с числовыми ответами.

Пособие содержит задачи на нахождение расстояний между точками в пространстве и длин отрезков, связанных с основными пространственными фигурами, а также углов между прямыми в пространстве. Оно проверяет уровень развития пространственных представлений учащихся, умения находить расстояния и углы в пространстве.

Для успешного решения предлагаемых задач требуется знание основных формул для нахождения значений геометрических величин пространственных фигур, умения проводить дополнительные построения на изображениях пространственных фигур, работать с формулами, выполнять арифметические действия и преобразования числовых выражений.

Все задачи сопровождаются рисунками, позволяющими лучше понять условие, представить соответствующую геометрическую ситуацию, наметить план решения, при необходимости провести дополнительные построения и вычисления.

Вначале предлагается диагностическая работа, содержащая задачи, разбитые на семь различных типов по три задачи в каждом. Для тех, кто хочет проверить правильность решения предложенных задач или убедиться в верности полученного ответа, приводятся их решения и даются ответы. Затем, для закрепления рассмотренных методов решения задач, предлагаются тренировочные работы, каждая из которых содержит задачи одного типа.

В случае успешного решения этих задач можно переходить к выполнению заключительных самостоятельных работ, содержащих задачи разных типов. В конце пособия даны ответы ко всем задачам.

По аналогии с рассмотренными задачами можно самим придумывать и решать задачи на нахождение объемов и площадей поверхностей.

Отметим, что лучшим способом подготовки к ЕГЭ по геометрии являются систематические занятия по учебнику геометрии. Данное пособие не заменяет учебника. Оно может быть использовано в качестве дополнительного сборника задач при изучении геометрии, а также при организации обобщающего повторения или при самостоятельных занятиях по геометрии.

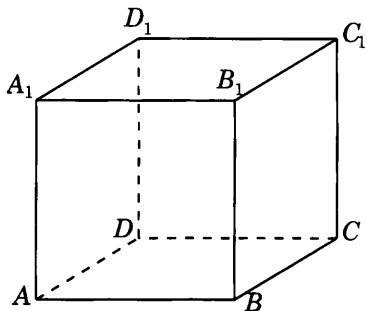
Часть I

# РАССТОЯНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

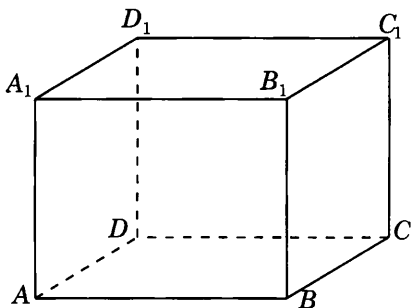


## Диагностическая работа 1

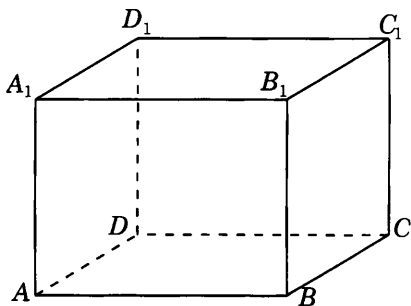
1.1. Найдите диагональ куба, все ребра которого равны  $\sqrt{3}$ .



1.2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4, а его диагональ равна 13. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



1.3. Диагональ грани прямоугольного параллелепипеда равна 3. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите диагональ параллелепипеда.



Ответы:

1.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

2.3

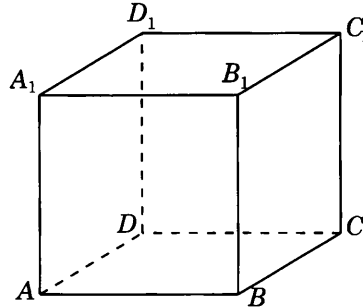
--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

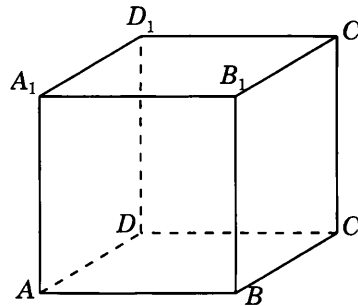
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

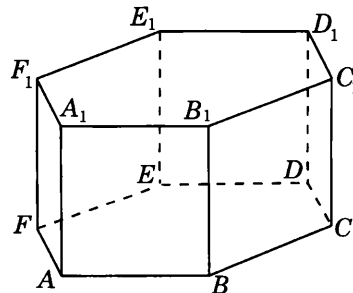
2.1. Основанием прямой четырехугольной призмы является ромб со стороной 3 и острым углом  $60^\circ$ . Боковое ребро равно 4. Найдите меньшую диагональ призмы.



2.2. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 4 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите боковое ребро призмы.

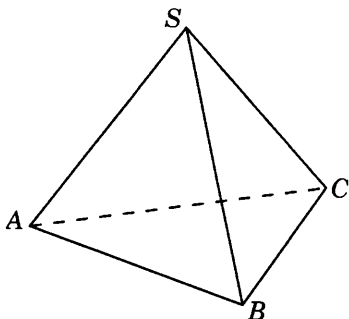


2.3. В правильной шестиугольной призме  $A\dots F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_1$ .

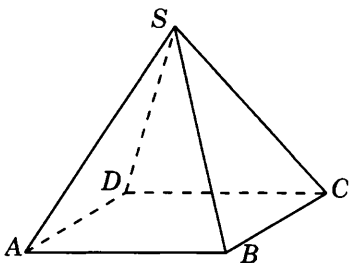


Диагностическая работа 1

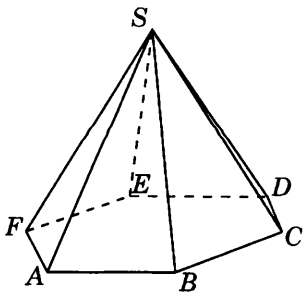
3.1. Радиус окружности, описанной около основания правильной треугольной пирамиды, равен 3. Боковое ребро равно 5. Найдите высоту пирамиды.



3.2. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 6, высота равна 4. Найдите боковое ребро пирамиды.



3.3. Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 5. Боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите боковое ребро пирамиды.



Ответы:

3.1

--	--	--	--	--	--	--	--

3.2

--	--	--	--	--	--	--	--

3.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4.1

--	--	--	--	--	--	--	--

4.2

--	--	--	--	--	--	--	--

4.3

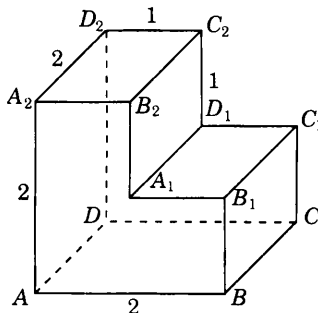
--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

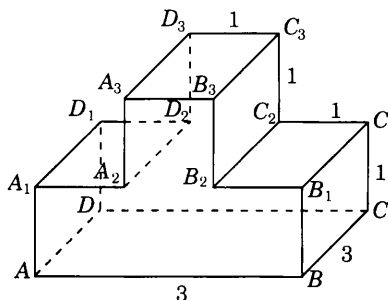
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

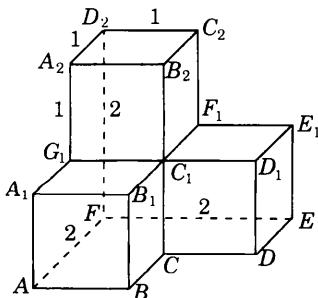
4.1. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $A$  и  $A_1$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



4.2. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B$  и  $D_1$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

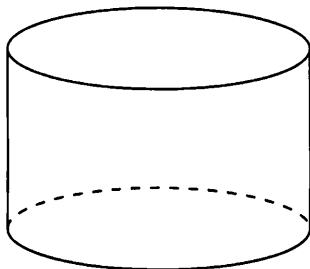


4.3. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $D_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

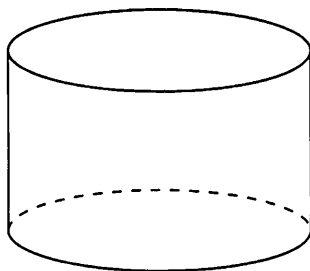


Диагностическая работа 1

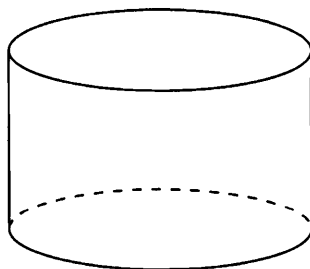
5.1. Радиус основания цилиндра равен 4, диагональ осевого сечения равна 10. Найдите образующую цилиндра.



5.2. Образующая цилиндра равна 3. Диагональ осевого сечения наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $45^\circ$ . Найдите радиус основания цилиндра.



5.3. Радиус основания цилиндра равен 3. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ . Найдите диагональ осевого сечения.



Ответы:

5.1

--	--	--	--	--	--	--	--

5.2

--	--	--	--	--	--	--	--

5.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

6.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6.3

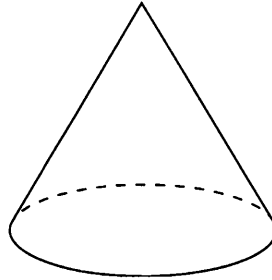
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

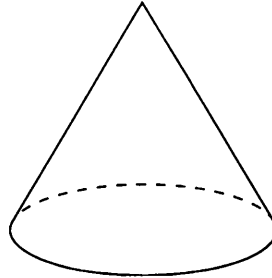
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

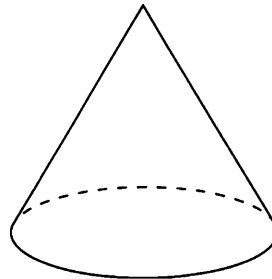
6.1. Радиус основания конуса равен 6, образующая равна 10. Найдите высоту конуса.



6.2. Образующая конуса равна 5, высота равна 3. Найдите радиус основания конуса.

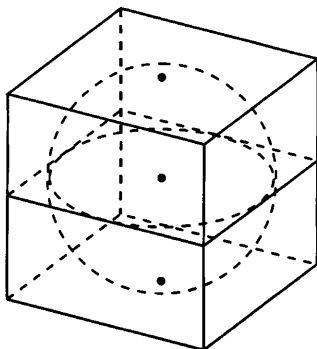


6.3. Высота конуса равна 4. Образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите образующую конуса.

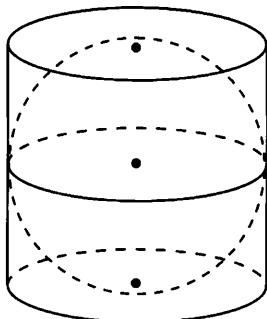


Диагностическая работа 1

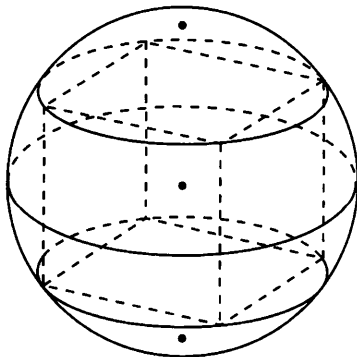
7.1. Найдите радиус сферы, вписанной в куб, ребра которого равны 4.



7.2. Найдите образующую цилиндра, описанного около сферы радиуса 3.



7.3. Найдите квадрат диаметра сферы, описанной около прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны 3, 4, 5.



Ответы:

7.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7.3

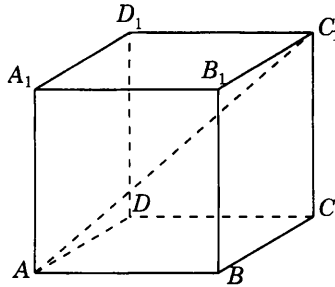
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

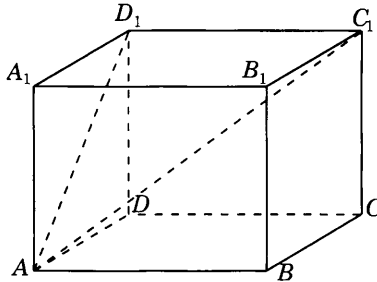
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Решения задач 1.1—1.3 диагностической работы 1

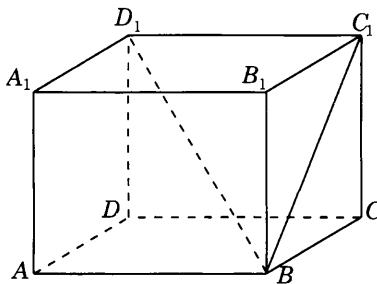
1.1. Если ребро куба равно  $a$ , то его диагональ равна  $a\sqrt{3}$ . Следовательно, если ребро куба равно  $\sqrt{3}$ , то его диагональ равна 3.



1.2. Пусть в прямоугольном параллелепипеде  $ABCA_1B_1C_1D_1$   $AA_1 = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AC_1 = 13$ . Тогда  $AD_1 = 5$ ,  $D_1C_1^2 = 13^2 - 25 = 144$ . Следовательно,  $AB = D_1C_1 = 12$ .

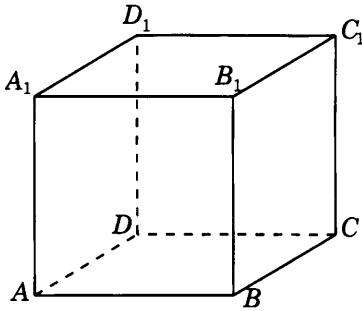


1.3. Пусть в прямоугольном параллелепипеде  $ABCA_1B_1C_1D_1$   $BC_1 = 3$ ,  $C_1D_1 = 4$ . Из прямоугольного треугольника  $BC_1D_1$  найдем  $BD_1 = 5$ .

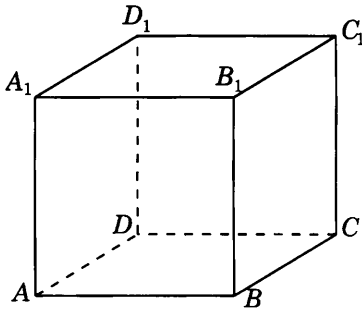


## Тренировочная работа 1. Параллелепипед

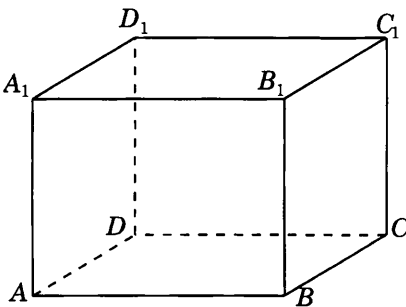
1. Найдите ребро куба, диагональ которого равна  $\sqrt{3}$ .



2. Найдите диагональ куба, все ребра которого равны  $\sqrt{12}$ .



3. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, ребра которого, выходящие из одной вершины, равны 2, 3, 6.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

4



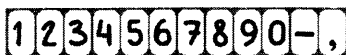
5



6

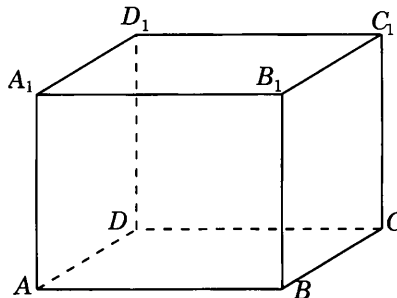


Образец написания:

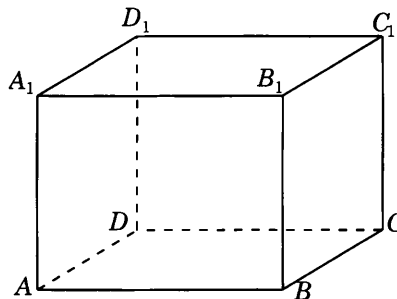


Тренировочная работа 1

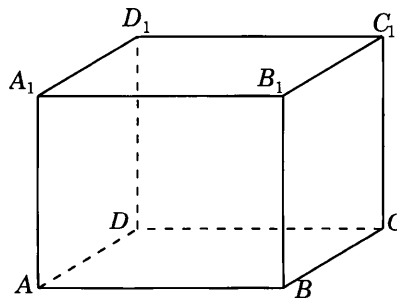
4. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13. Диагональ грани равна 5. Найдите ребро, перпендикулярное этой грани.



5. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 6. Два ребра, выходящие из одной его вершины, равны 4. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.

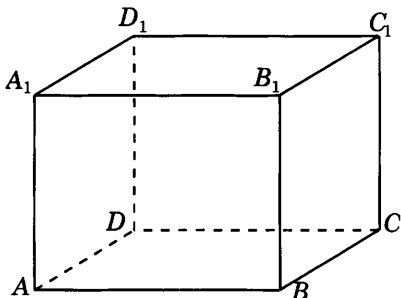


6. Диагональ грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 5. Найдите диагональ параллелепипеда.

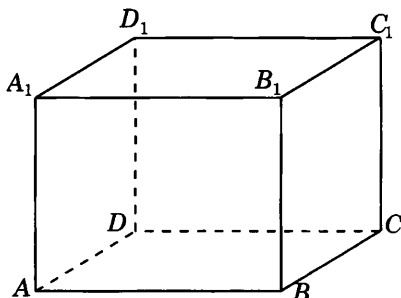


Тренировочная работа 1

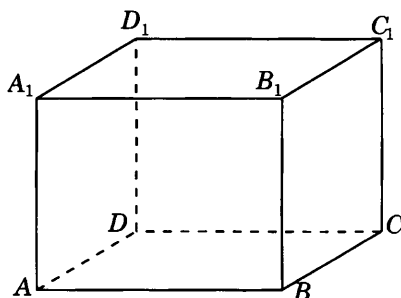
7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 12 и наклонена к плоскости его грани под углом  $30^\circ$ . Найдите ребро параллелепипеда, перпендикулярное плоскости этой грани.



8. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $\sqrt{8}$  и наклонена к плоскости его грани под углом  $45^\circ$ . Найдите ребро параллелепипеда, перпендикулярное плоскости этой грани.



9. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если она наклонена к его грани под углом  $60^\circ$ , а стороны этой грани равны 3 и 4.



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--

9

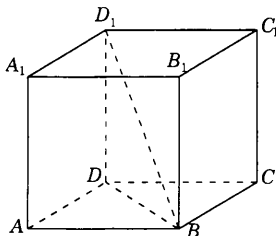
--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

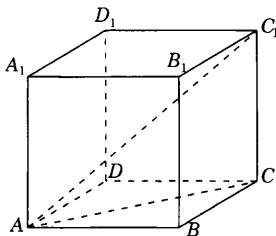
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Решения задач 2.1—2.3 диагностической работы 1

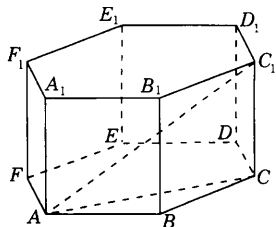
**2.1.** Пусть основанием правильной четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$  со стороной 3,  $\angle A = 60^\circ$ , боковое ребро равно 4. Тогда  $BD_1$  является меньшей диагональю призмы. В прямоугольном треугольнике  $BDD_1$   $BD = 3$ ,  $DD_1 = 4$ . Следовательно,  $BD_1 = 5$ .



**2.2.** Пусть диагональ  $AC_1$  правильной четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равна 4 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В прямоугольном треугольнике  $ACC_1$   $AC_1 = 4$ ,  $\angle A = 30^\circ$ . Следовательно, искомое боковое ребро  $CC_1$  равно 2.

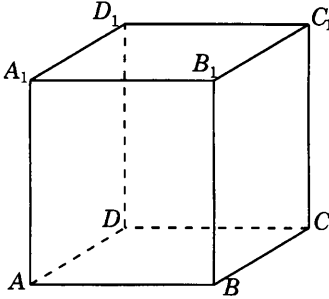


**2.3.** Пусть в правильной шестиугольной призме  $A...F_1$  все ребра равны 1. Тогда  $AC = \sqrt{3}$ . В прямоугольном треугольнике  $ACC_1$   $AC = \sqrt{3}$ ,  $CC_1 = 1$ . Следовательно,  $AC_1 = 2$ .

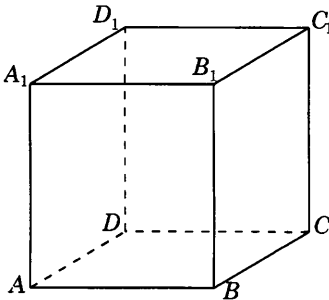


## Тренировочная работа 2. Призма

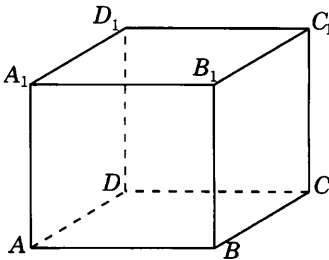
1. Основанием прямой четырехугольной призмы является ромб со стороной 2 и острым углом  $60^\circ$ . Боковое ребро равно 2. Найдите большую диагональ призмы.



2. Основанием прямой четырехугольной призмы является ромб с углом  $120^\circ$ . Боковое ребро призмы равно 4, а ее большая диагональ равна 8. Найдите сторону основания призмы.



3. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ , боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4



5



6

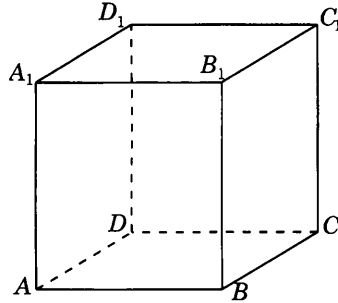


Образец написания:

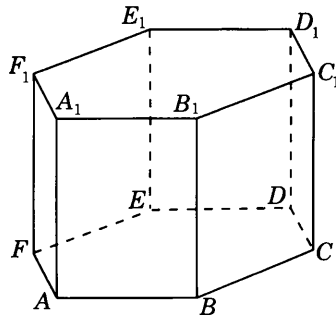


Тренировочная работа 2

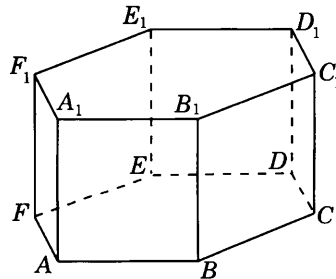
4. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Боковое ребро равно 5. Найдите диагональ основания призмы.



5. Стороны основания правильной шестиугольной призмы  $A...F_1$  равны 3, боковые ребра равны 8. Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$ .

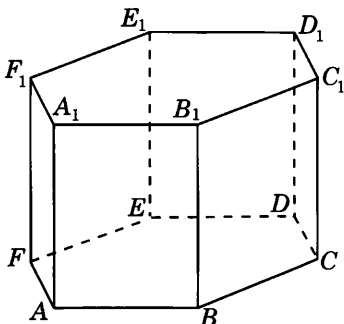


6. Боковые ребра правильной шестиугольной призмы  $A...F_1$  равны 2, диагональ  $AC_1$  равна 4. Найдите сторону основания призмы.

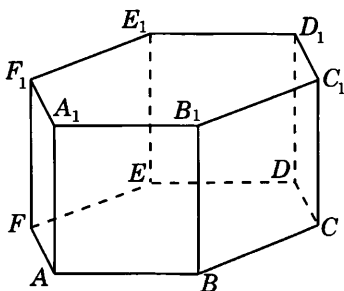


Тренировочная работа 2

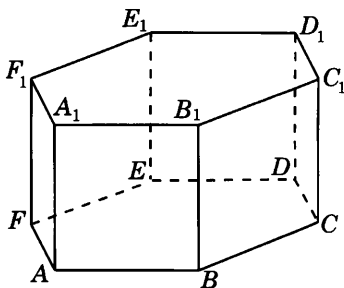
7. Расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  правильной шестиугольной призмы  $A...F_1$  равно 5, стороны основания равны 2. Найдите боковое ребро призмы.



8. Расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  правильной шестиугольной призмы  $A...F_1$  равно 10, боковые ребра равны 6. Найдите сторону основания призмы.



9. Диагональ  $AD_1$  правильной шестиугольной призмы  $A...F_1$  равна 6 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите боковое ребро призмы.



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

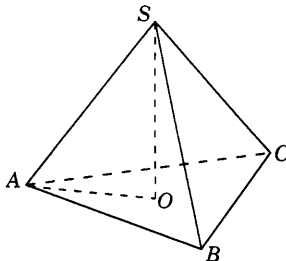
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

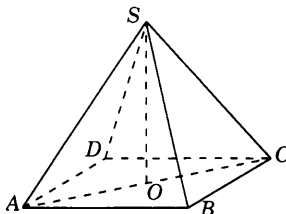
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

### Решения задач 3.1—3.3 диагностической работы 1

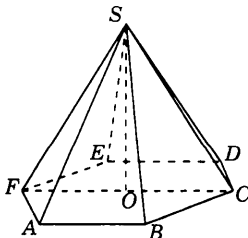
3.1. Пусть радиус окружности, описанной около основания  $ABC$  правильной треугольной пирамиды  $SABC$  равен 3, боковое ребро равно 5,  $SO$  — высота пирамиды. В прямоугольном треугольнике  $SOA$   $AO = 3$ ,  $SA = 5$ . Следовательно,  $SO = 4$ .



3.2. Пусть диагональ  $AC$  основания правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$  равна 6, высота  $SO$  равна 4. В прямоугольном треугольнике  $AOS$   $AO = 3$ ,  $SO = 4$ . Следовательно, боковое ребро  $SA$  пирамиды равно 5.

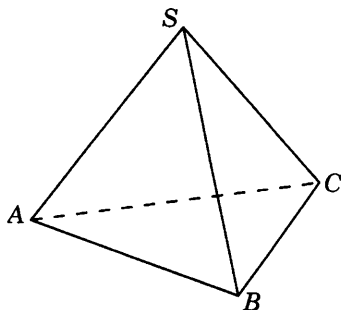


3.3. Пусть высота  $SO$  правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  равна 5. Боковое ребро  $SC$  наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В прямоугольном треугольнике  $SOC$   $SO = 5$ ,  $\angle C = 30^\circ$ . Следовательно, искомое боковое ребро  $SC$  равно 10.

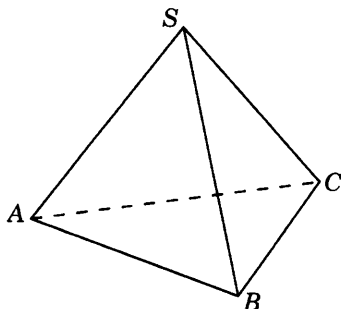


### Тренировочная работа 3. Пирамида

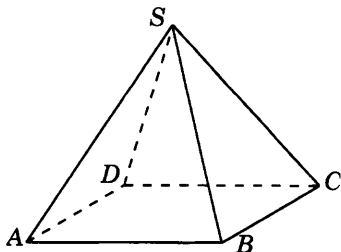
1. Радиус окружности, описанной около основания правильной треугольной пирамиды равен 3. Высота пирамиды равна 4. Найдите боковое ребро пирамиды.



2. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 и наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту пирамиды.



3. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4. Боковое ребро равно 5. Найдите диагональ основания пирамиды.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

4



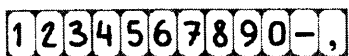
5



6

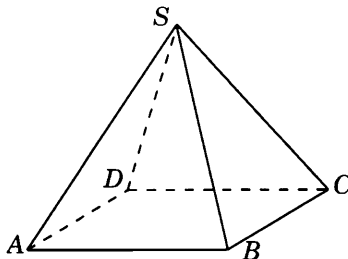


Образец написания:

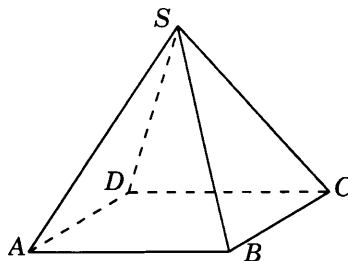


Тренировочная работа 3

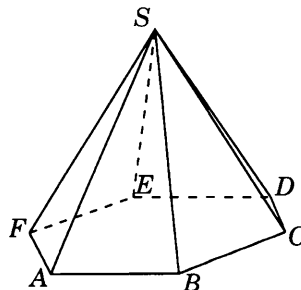
4. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4. Боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите боковое ребро пирамиды.



5. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 6. Боковое ребро равно 5. Найдите высоту пирамиды.

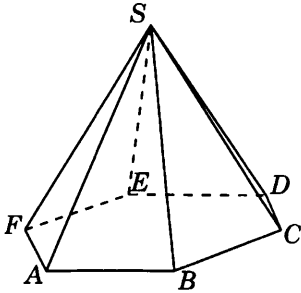


6. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 3. Высота равна 4. Найдите боковое ребро пирамиды.

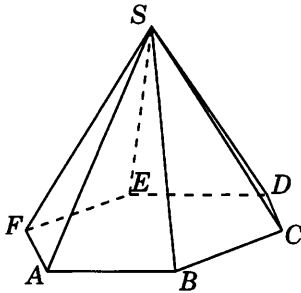


Тренировочная работа 3

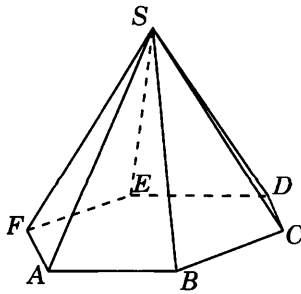
7. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6. Боковое ребро равно 10. Найдите высоту пирамиды.



8. Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 4. Боковое ребро равно 5. Найдите сторону основания пирамиды.



9. Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно 12 и наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите сторону основания пирамиды.



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

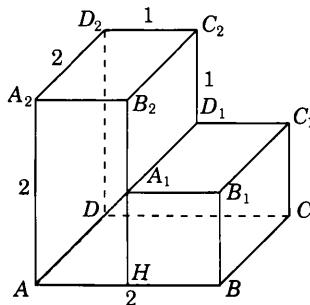
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

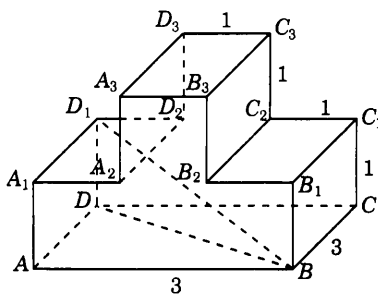
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Решения задач 4.1—4.3 диагностической работы 1

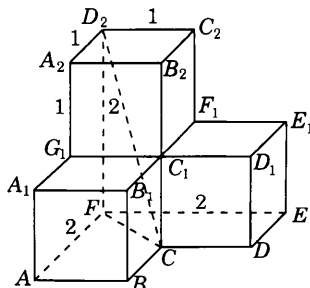
4.1. Из точки  $A_1$  опустим перпендикуляр  $A_1H$  на прямую  $AB$ . В прямоугольном треугольнике  $AHA_1$   $AH = 1$ ,  $A_1H = 1$ . Следовательно,  $AA_1^2 = 2$ .



4.2. В прямоугольном треугольнике  $BDD_1$   $BD^2 = 18$ ,  $DD_1 = 1$ . Следовательно,  $BD_1^2 = 19$ .

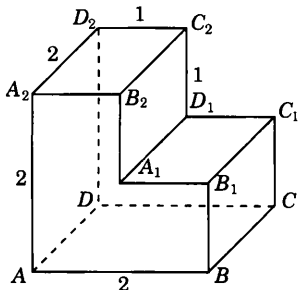


4.3. В прямоугольном треугольнике  $CFD_2$   $CF^2 = 2$ ,  $FD_2 = 2$ . Следовательно,  $CD_2^2 = 6$ .

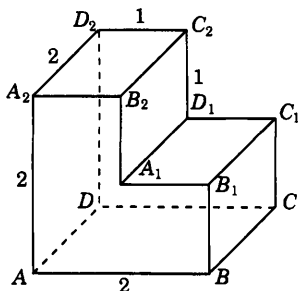


## Тренировочная работа 4. Многогранники

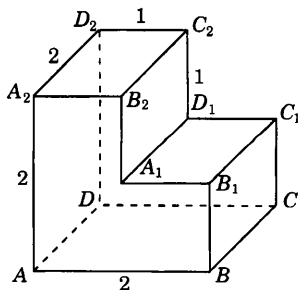
1. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $A$  и  $B_1$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



2. Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_1$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



3. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $A$  и  $D_1$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

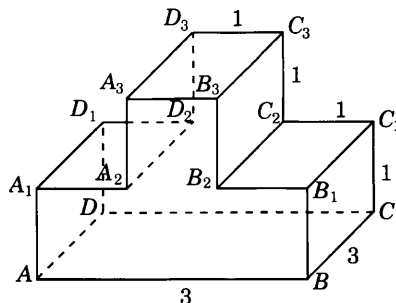
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

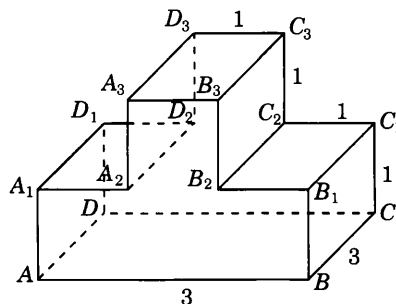
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 4

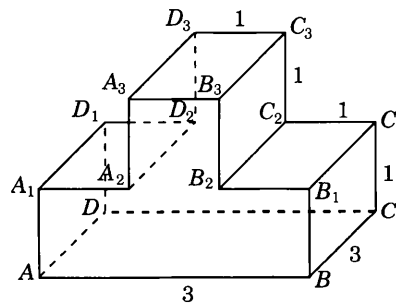
4. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



5. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B$  и  $D_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

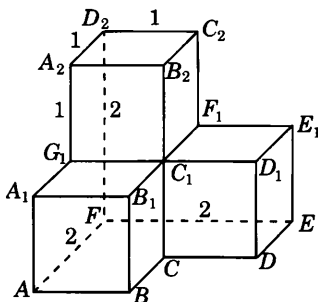


6. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B$  и  $D_3$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

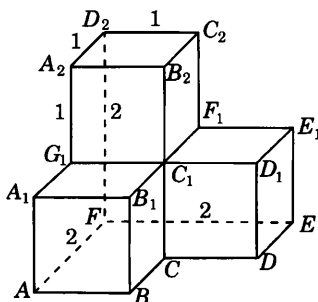


Тренировочная работа 4

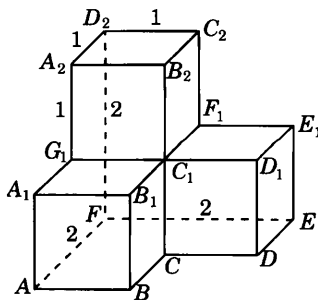
7. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $E_1$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



8. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $D$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



9. Найдите расстояние между вершинами  $D$  и  $D_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--

9

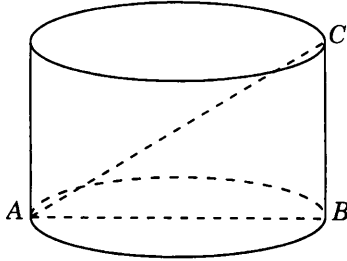
--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

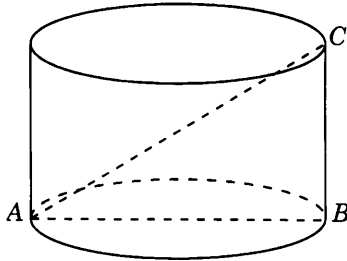
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

### Решения задач 5.1—5.3 диагностической работы 1

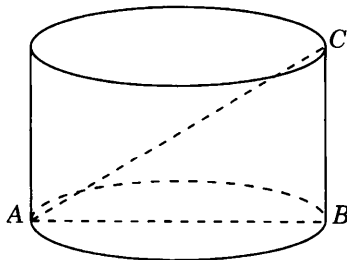
5.1. Пусть  $AB$  — диаметр основания цилиндра,  $AC$  — диагональ осевого сечения. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $AB = 8$ ,  $AC = 10$ . Следовательно, искомая образующая  $BC$  равна 6.



5.2. Пусть  $AB$  — диаметр основания цилиндра,  $AC$  — диагональ осевого сечения. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $BC = 3$ ,  $\angle A = 45^\circ$ . Следовательно,  $AB = 3$ . Радиус основания цилиндра равен 1,5.

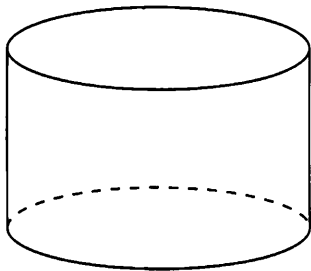


5.3. Пусть  $AB$  — диаметр основания цилиндра,  $AC$  — диагональ осевого сечения. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $AB = 6$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Следовательно, диагональ  $AC$  осевого сечения цилиндра равна 12.

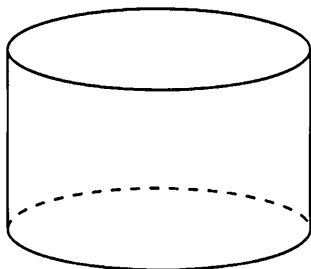


## Тренировочная работа 5. Цилиндр

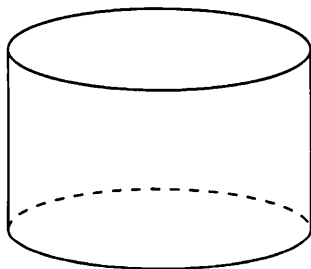
1. Радиус основания цилиндра равен 4, образующая равна 6. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.



2. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 5, высота равна 3. Найдите радиус основания цилиндра.



3. Радиус основания цилиндра равен 3, диагональ осевого сечения равна 10. Найдите образующую цилиндра.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

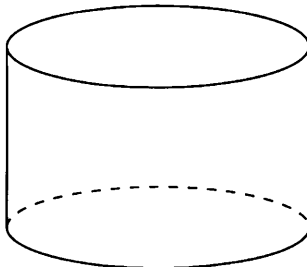
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

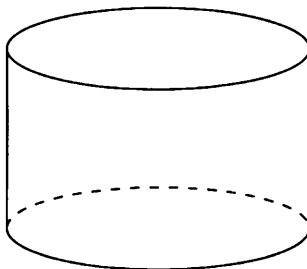
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 5

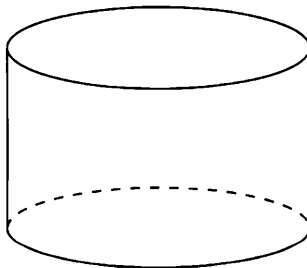
4. Образующая цилиндра равна 4. Диагональ осевого сечения наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $30^\circ$ . Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.



5. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 6 и наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $30^\circ$ . Найдите образующую цилиндра.

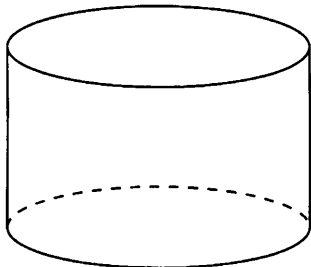


6. Радиус основания цилиндра равен 2. Диагональ осевого сечения наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $45^\circ$ . Найдите образующую цилиндра.

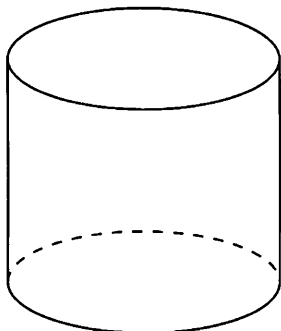


Тренировочная работа 5

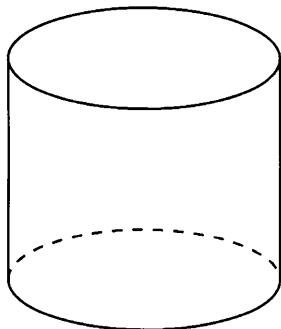
7. Образующая цилиндра равна 10. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $45^\circ$ . Найдите радиус основания цилиндра.



8. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 6 и наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ . Найдите радиус основания цилиндра.



9. Радиус основания цилиндра равен 3. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра, если она наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ .



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

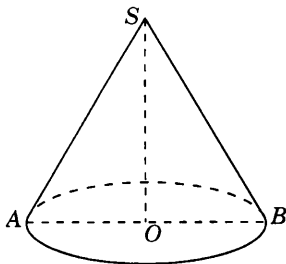
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

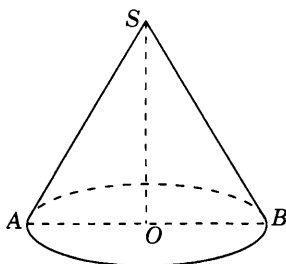
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Решения задач 6.1—6.3 диагностической работы 1

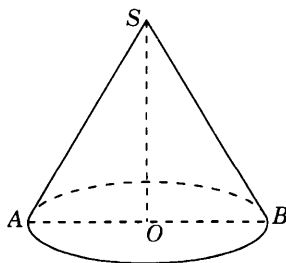
6.1. Пусть  $AB$  — диаметр основания конуса,  $SO$  — высота,  $SA$  — образующая. В прямоугольном треугольнике  $SOA$   $OA = 6$ ,  $SA = 10$ . Следовательно, искомая высота  $SO$  конуса равна 8.



6.2. Пусть  $AB$  — диаметр основания конуса,  $SO$  — высота,  $SA$  — образующая. В прямоугольном треугольнике  $SOA$   $SA = 5$ ,  $SO = 3$ . Следовательно, искомый радиус  $OA$  конуса равен 4.

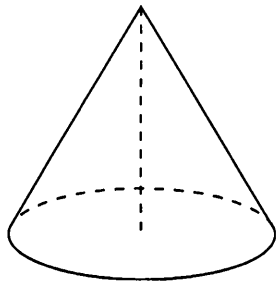


6.3. Пусть  $AB$  — диаметр основания конуса,  $SO$  — высота,  $SA$  — образующая. В прямоугольном треугольнике  $SOA$   $SO = 4$ ,  $\angle A = 30^\circ$ . Следовательно, искомая образующая  $SA$  конуса равна 8.

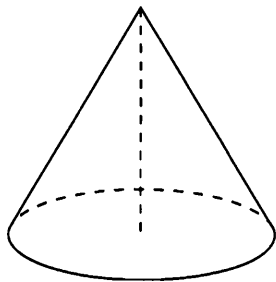


## Тренировочная работа 6. Конус

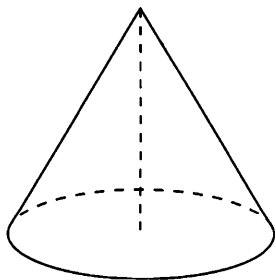
1. Диаметр основания конуса равен 10, образующая равна 13. Найдите высоту конуса.



2. Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите образующую конуса.



3. Образующая конуса равна 10, высота равна 8. Найдите радиус основания конуса.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

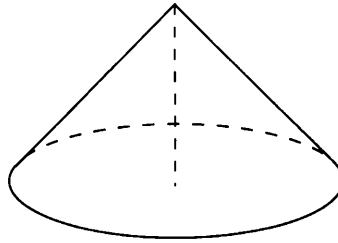
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

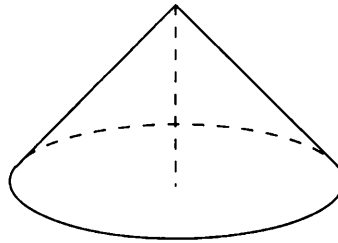
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 6

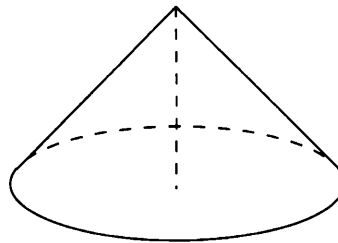
4. Образующая конуса равна 10 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту конуса.



5. Высота конуса равна 10. Найдите образующую, если она наклонена к плоскости основания конуса под углом  $30^\circ$ .

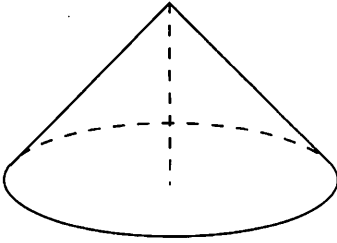


6. Радиус основания конуса равен 3, образующая наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите высоту конуса.

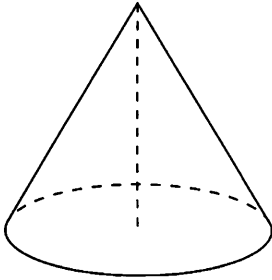


Тренировочная работа 6

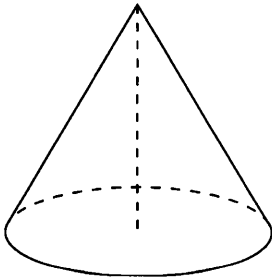
7. Высота конуса равна 6, образующая наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите диаметр основания конуса.



8. Образующая конуса равна 10 и наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите радиус основания конуса.



9. Диаметр основания конуса равен 6. Образующая наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите образующую конуса.



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

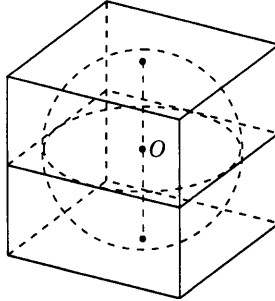
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

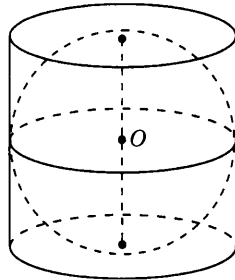
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Решения задач 7.1—7.3 диагностической работы 1

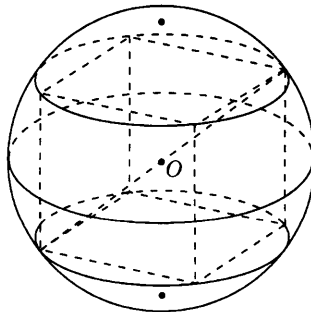
7.1. Радиус сферы, вписанной в куб, ребра которого равны 4, равен половине ребра куба, т. е. равен 2.



7.2. Образующая цилиндра, описанного около сферы радиуса 3, равна диаметру сферы, т. е. равна 6.

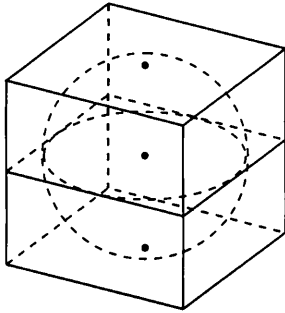


7.3. Диаметр сферы, описанной около прямоугольного параллелепипеда, равен диагонали параллелепипеда. Если ребра параллелепипеда равны 3, 4, 5, то квадрат диаметра сферы равен 50.

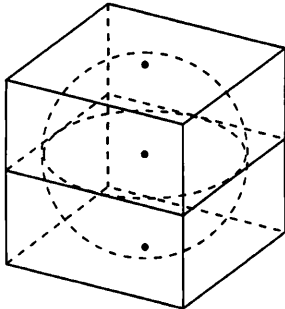


## Тренировочная работа 7. Вписанные и описанные фигуры

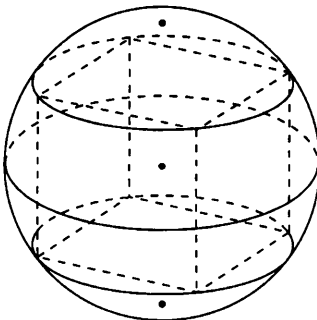
1. Найдите радиус сферы, вписанной в куб, ребра которого равны 6.



2. Найдите ребро куба, описанного около сферы, радиус которой равен 5.



3. Найдите квадрат диаметра сферы, описанной около куба, ребро которого равно 1.



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

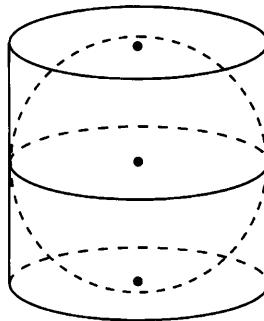
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

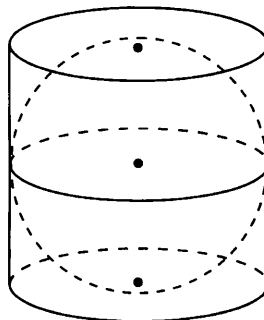
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 7

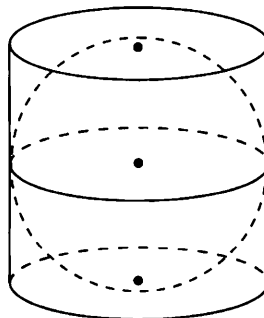
4. Найдите радиус сферы, вписанной в цилиндр, образующая которого равна 12.



5. Найдите образующую цилиндра, описанного около сферы радиуса 4.

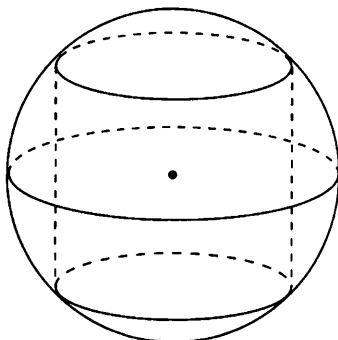


6. Найдите радиус основания цилиндра, описанного около сферы, если его образующая равна 10.

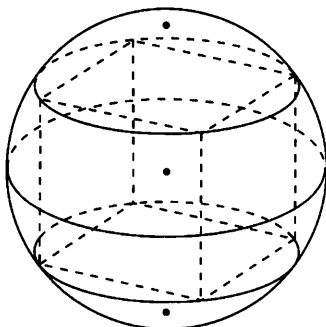


Тренировочная работа 7

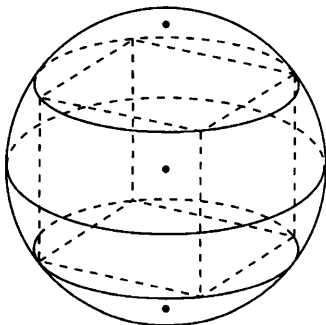
7. Найдите радиус сферы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен 3 и образующая равна 8.



8. Найдите диаметр сферы, описанной около прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны 2, 3, 6.



9. Найдите радиус сферы, описанной около параллелепипеда, диагональ грани которого равна 12, а ребро, перпендикулярное этой грани, равно 5.



Ответы:

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

1



2



3

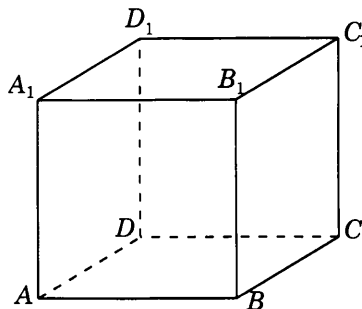


Образец написания:

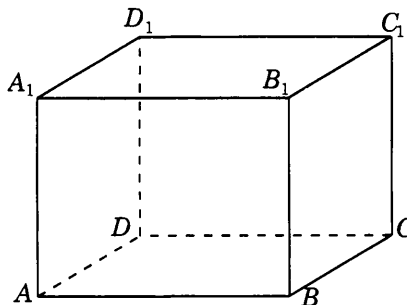


## Диагностическая работа 2

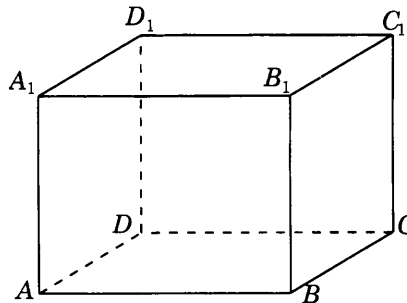
1. Найдите диагональ куба, диагональ грани которого равна  $\sqrt{6}$ .



2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 3, а его диагональ равна  $\sqrt{29}$ . Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

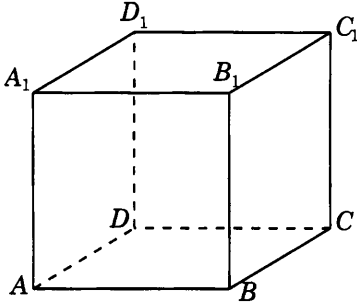


3. Диагональ грани прямоугольного параллелепипеда равна 8. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 6. Найдите диагональ параллелепипеда.

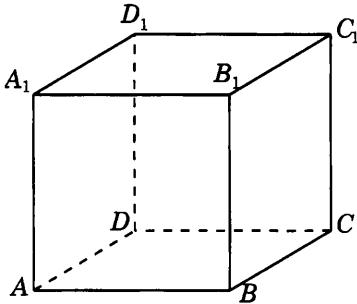


Диагностическая работа 2

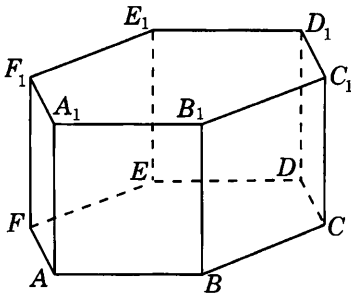
4. Основанием прямой четырехугольной призмы является ромб со стороной 3 и острым углом  $60^\circ$ . Меньшая диагональ призмы равна 5. Найдите боковое ребро.



5. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна  $\sqrt{8}$  и наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите боковое ребро призмы.



6. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 2, найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_1$ .



Ответы:

4

--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

7



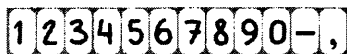
8



9

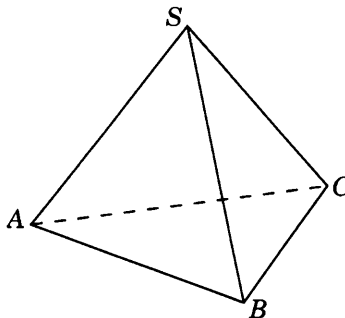


Образец написания:

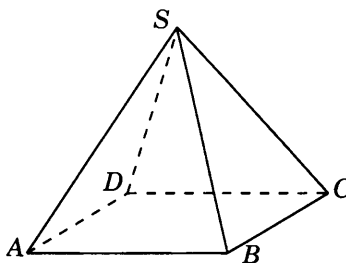


Диагностическая работа 2

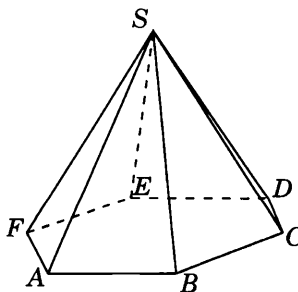
7. Радиус окружности, описанной около основания правильной треугольной пирамиды равен 4. Боковое ребро равно 5. Найдите высоту пирамиды.



8. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 12, высота равна 8. Найдите боковое ребро пирамиды.

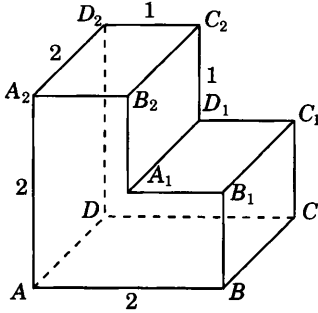


9. Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно 6 и наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около основания пирамиды.

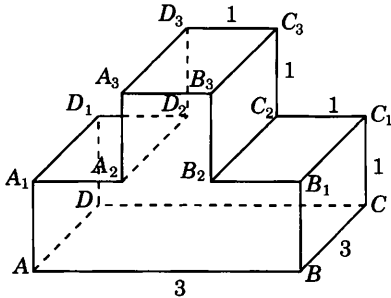


Диагностическая работа 2

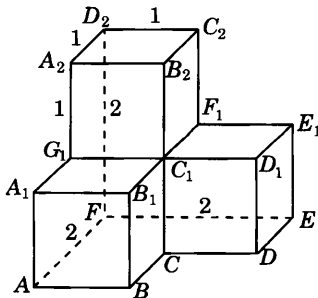
10. Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



11. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B$  и  $C_3$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



12. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $A_2$  многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



Ответы:

10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

11

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

12

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

13



14



15

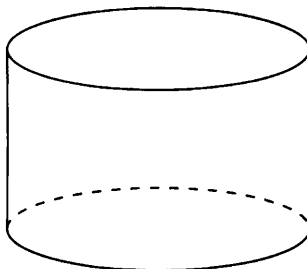


Образец написания:

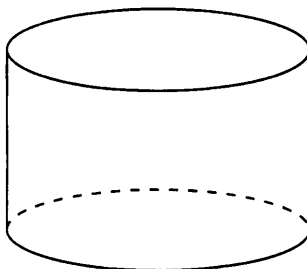


Диагностическая работа 2

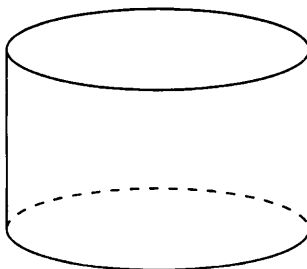
13. Радиус основания цилиндра равен 3, диагональ осевого сечения равна  $6\sqrt{2}$ . Найдите образующую цилиндра.



14. Образующая цилиндра равна 5. Диагональ осевого сечения наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $45^\circ$ . Найдите радиус основания цилиндра.

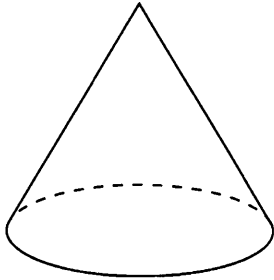


15. Радиус основания цилиндра равен 4. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ . Найдите диагональ осевого сечения.

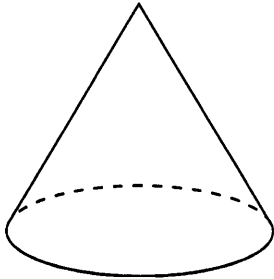


Диагностическая работа 2

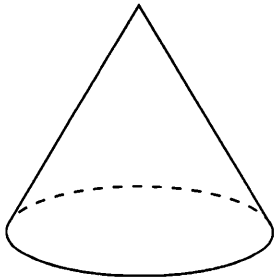
16. Радиус основания конуса равен 3, образующая равна  $\sqrt{18}$ .  
Найдите высоту конуса.



17. Образующая конуса равна 13, высота равна 12. Найдите  
диаметр основания конуса.



18. Высота конуса равна  $3\sqrt{3}$ . Образующая наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите образующую конуса.



Ответы:

16

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

17

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

18

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

19

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

20

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

21

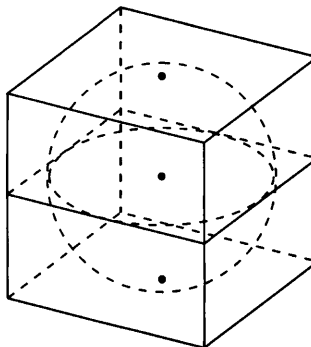
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

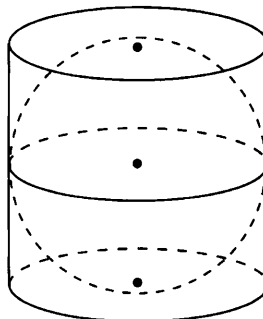
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

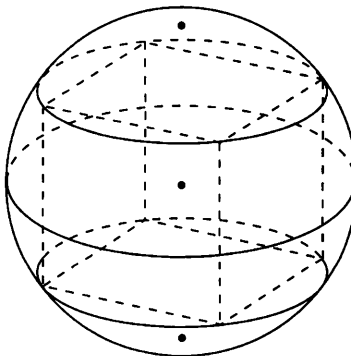
19. Найдите радиус сферы, вписанной в куб, диагональ которого равна  $2\sqrt{3}$ .



20. Найдите образующую цилиндра, описанного около сферы радиуса 2.



21. Найдите квадрат диаметра сферы, описанной около прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны 2, 3, 4.



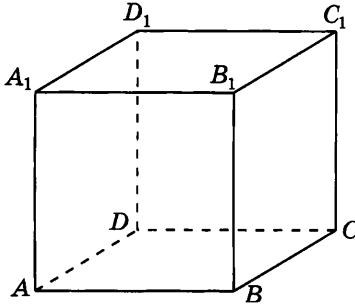
Часть II

## УГЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

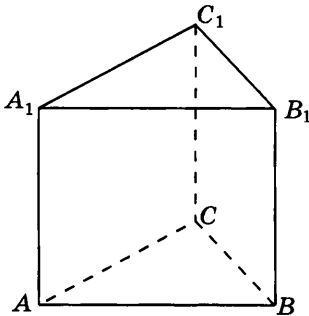


## Диагностическая работа 1

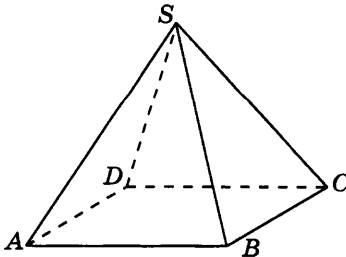
1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми: а)  $AA_1$  и  $BC_1$ ; б)  $AB_1$  и  $CD_1$ ; в)  $AB_1$  и  $BC_1$ .



2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $AA_1$  и  $BC$ ; б)  $AA_1$  и  $BC_1$ ; в)  $AB$  и  $A_1 C_1$ .



3. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $SA$  и  $BC$ ; б)  $SA$  и  $BD$ ; в)  $SA$  и  $SC$ .



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4



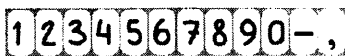
5



6

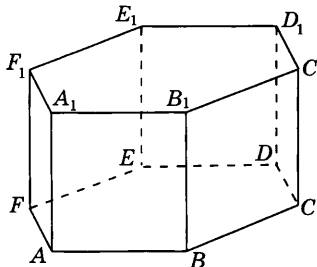


Образец написания:

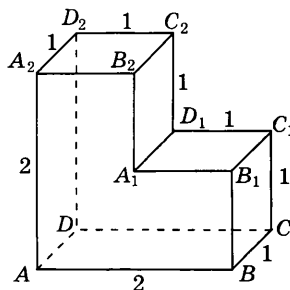


Диагностическая работа 1

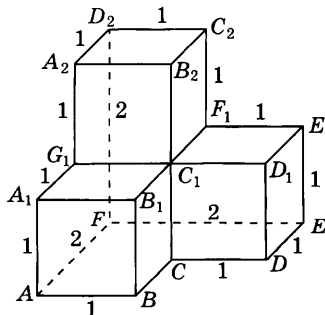
4. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $AA_1$  и  $B_1 C_1$ ; б)  $AA_1$  и  $BC_1$ ; в)  $AB$  и  $C_1 D_1$ .



5. Найдите угол между прямыми: а)  $AB$  и  $A_1 D_1$ ; б)  $AB$  и  $A_1 C_1$ ; в)  $BC_1$  и  $A_2 C_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

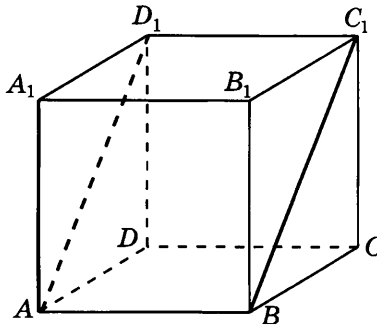


6. Найдите угол между прямыми: а)  $AB$  и  $C_1 A_2$ ; б)  $AA_1$  и  $B_2 D_2$ ; в)  $AB_1$  и  $C_1 A_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

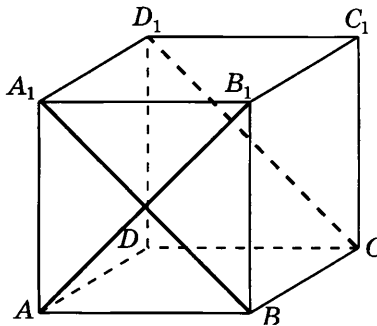


## Решения задач диагностической работы 1

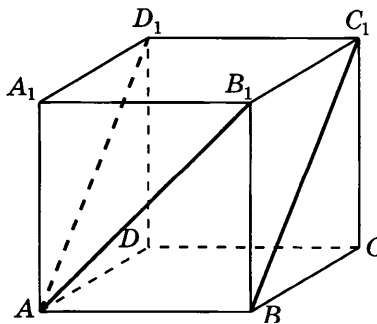
1. а) Угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$  равен углу  $A_1AD_1$ , который равен  $45^\circ$ ;



б) угол между прямыми  $AB_1$  и  $CD_1$  равен углу между прямыми  $AB_1$  и  $BA_1$ , который равен  $90^\circ$ ;

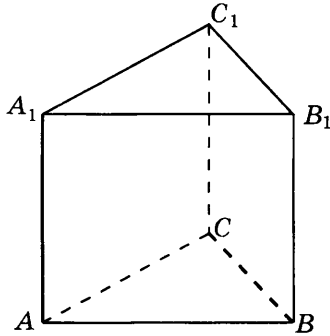


в) угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$  равен углу  $B_1AD_1$ , который равен  $60^\circ$ .

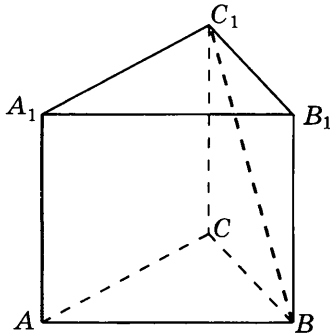


Решения задач диагностической работы 1

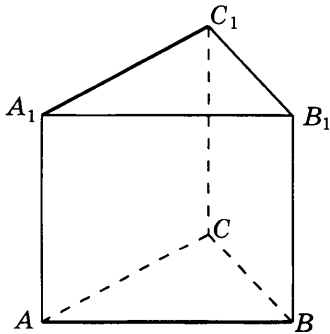
2. а) Угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC$  равен углу  $B_1BC$ , который равен  $90^\circ$ ;



б) угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$  равен углу  $B_1BC_1$ , который равен  $45^\circ$ ;

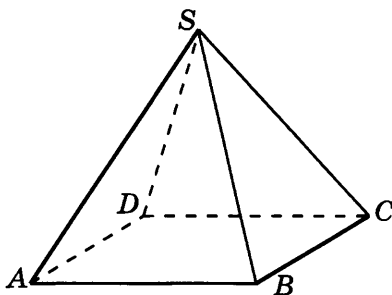


в) угол между прямыми  $AB$  и  $A_1C_1$  равен углу  $BAC$ , который равен  $60^\circ$ .

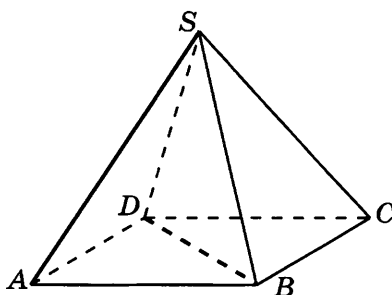


Решения задач диагностической работы 1

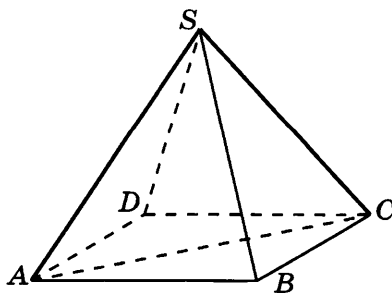
3. а) Угол между прямыми  $SA$  и  $BC$  равен углу  $SAD$ , который равен  $60^\circ$ ;



б) ортогональной проекцией прямой  $SA$  на плоскость  $ABC$  является прямая  $AC$ , которая перпендикулярна прямой  $BD$ . По теореме о трёх перпендикулярах, прямая  $SA$  также перпендикулярна прямой  $BD$ . Следовательно, угол между прямыми  $SA$  и  $BD$  равен  $90^\circ$ ;



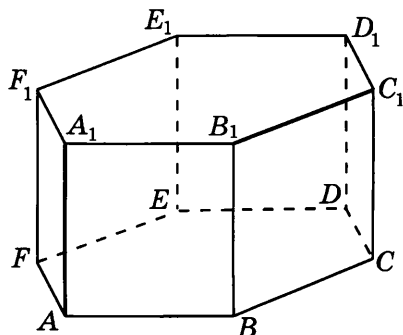
в) в треугольнике  $SAC$   $SA = SC = 1$ ,  $AC = \sqrt{2}$ . Следовательно, этот треугольник — прямоугольный. Угол между прямыми  $SA$  и  $SC$  равен  $90^\circ$ .



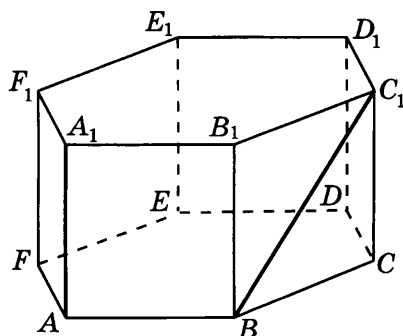


Решения задач диагностической работы 1

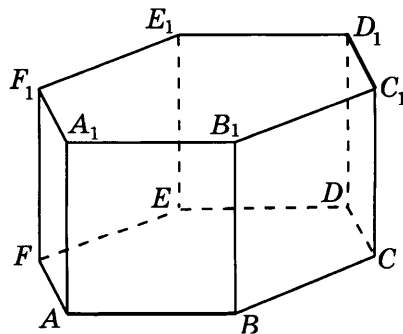
4. а) Угол между прямыми  $AA_1$  и  $B_1C_1$  равен углу  $BB_1C_1$ , который равен  $90^\circ$ ;



б) угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$  равен углу  $B_1BC_1$ , который равен  $45^\circ$ ;

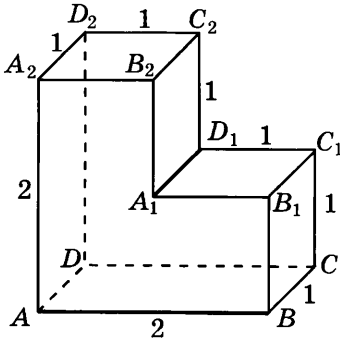


в) угол между прямыми  $AB$  и  $C_1D_1$  равен углу между прямыми  $AB$  и  $CD$ , который равен  $60^\circ$ .

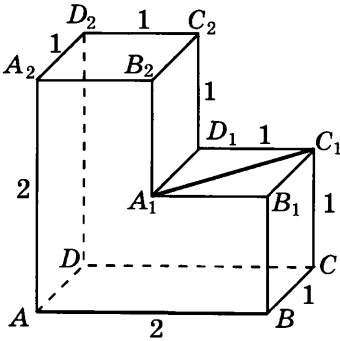


Решения задач диагностической работы 1

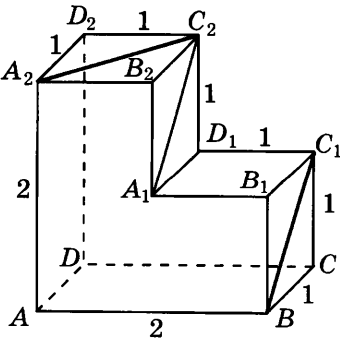
5. а) Угол между прямыми  $AB$  и  $A_1D_1$  равен углу  $B_1A_1D_1$ , который равен  $90^\circ$ ;



б) угол между прямыми  $AB$  и  $A_1C_1$  равен углу  $B_1A_1C_1$ , который равен  $45^\circ$ ;

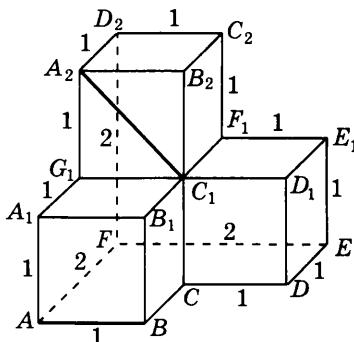


в) угол между прямыми  $BC_1$  и  $A_2C_2$  равен углу  $A_1C_2A_2$ , который равен  $60^\circ$ .

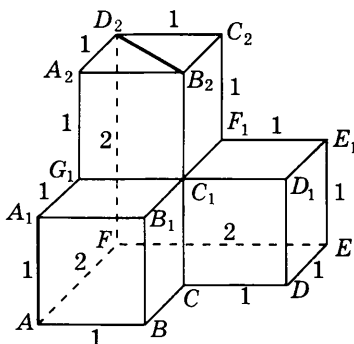


Решения задач диагностической работы 1

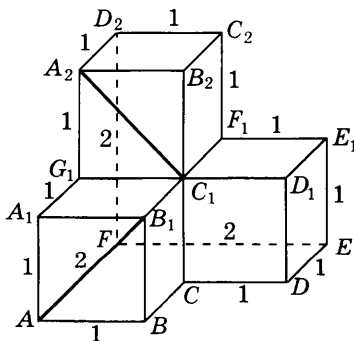
б. а) Угол между прямыми  $AB$  и  $C_1A_2$  равен углу  $G_1C_1A_2$ , который равен  $45^\circ$ ;



б) угол между прямыми  $AA_1$  и  $B_2D_2$  равен углу  $C_1B_2D_2$ , который равен  $90^\circ$ ;

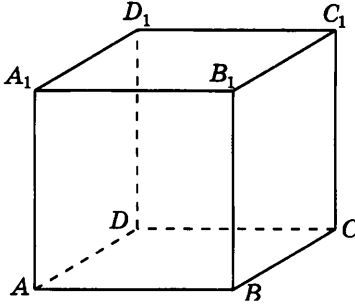


в) угол между прямыми  $AB_1$  и  $C_1A_2$  равен углу между прямыми  $AB_1$  и  $BA_1$ , который равен  $90^\circ$ .

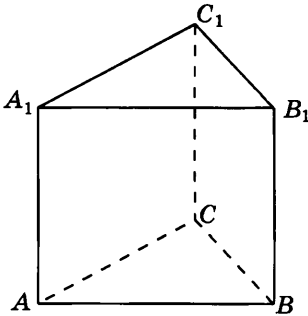


## Тренировочная работа 1

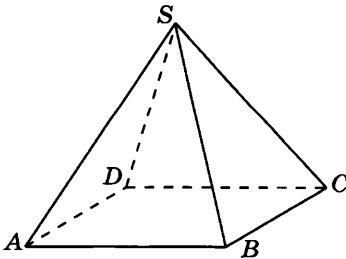
1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми: а)  $AB$  и  $A_1 C_1$ ; б)  $AD_1$  и  $CB_1$ ; в)  $AD_1$  и  $A_1 C_1$ .



2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $BB_1$  и  $AC$ ; б)  $BB_1$  и  $AC_1$ ; в)  $AB$  и  $B_1 C_1$ .



3. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $SA$  и  $CD$ ; б)  $SB$  и  $AC$ ; в)  $SB$  и  $SD$ .



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4



5



6

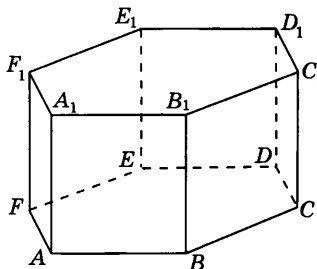


Образец написания:

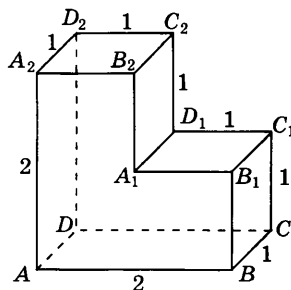


Тренировочная работа 1

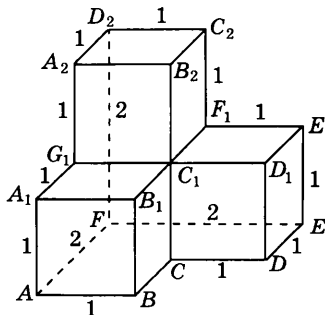
4. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $AA_1$  и  $CD$ ; б)  $AA_1$  и  $CD_1$ ; в)  $AB$  и  $B_1 C_1$ .



5. Найдите угол между прямыми: а)  $AD$  и  $A_1 B_1$ ; б)  $AD$  и  $A_1 C_1$ ; в)  $B_1 D_1$  и  $A_2 C_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

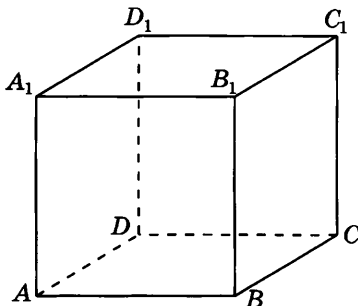


6. Найдите угол между прямыми: а)  $CD$  и  $C_1 C_2$ ; б)  $CD$  и  $B_2 D_2$ ; в)  $CE$  и  $B_2 D_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

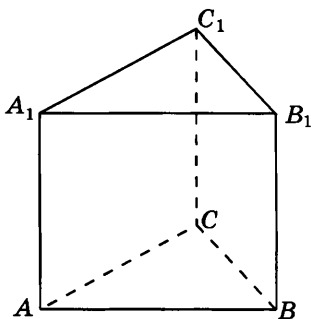


## Тренировочная работа 2

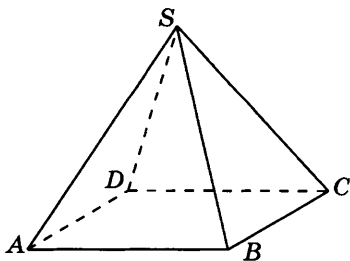
1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми: а)  $AC$  и  $B_1 D_1$ ; б)  $AC$  и  $BB_1$ ; в)  $AC$  и  $BC_1$ .



2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $CC_1$  и  $AB$ ; б)  $CC_1$  и  $AB_1$ ; в)  $AC$  и  $A_1 B_1$ .



3. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $SB$  и  $AD$ ; б)  $SC$  и  $BD$ ; в)  $AC$  и  $BD$ .



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4



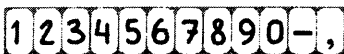
5



6

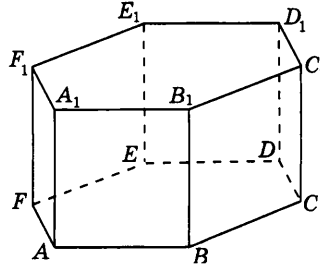


Образец написания:

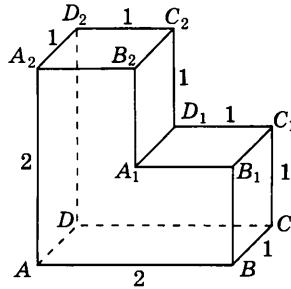


Тренировочная работа 2

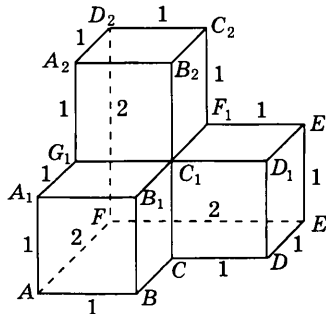
4. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $AB_1$  и  $DE_1$ ; б)  $AB_1$  и  $CC_1$ ; в)  $AC_1$  и  $BE$ .



5. Найдите угол между прямыми: а)  $AA_2$  и  $B_1 D_1$ ; б)  $AA_2$  и  $A_1 C_2$ ; в)  $AA_1$  и  $B_2 D_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

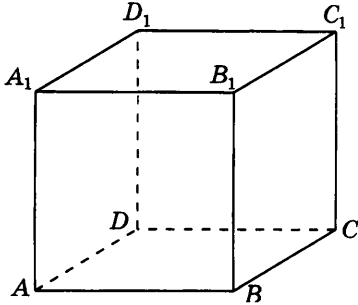


6. Найдите угол между прямыми: а)  $AE$  и  $F_1 C_2$ ; б)  $AE$  и  $C_2 D_2$ ; в)  $AE$  и  $F_1 D_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

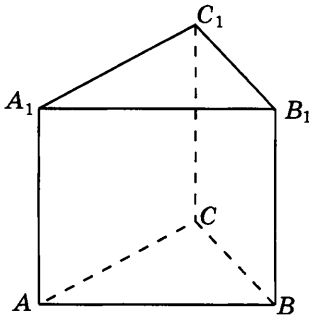


## Диагностическая работа 2

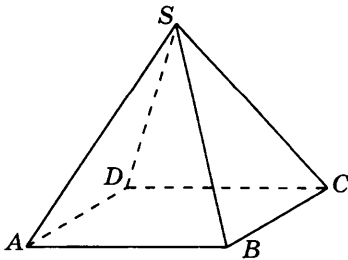
1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми: а)  $AD$  и  $CC_1$ ; б)  $AD$  и  $BC_1$ ; в)  $AC_1$  и  $BD$ .



2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $AA_1$  и  $B_1 C_1$ ; б)  $AA_1$  и  $CB_1$ ; в)  $BC$  и  $A_1 C_1$ .



3. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $SB$  и  $CD$ ; б)  $SD$  и  $AB$ ; в)  $SD$  и  $AC$ .



Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Ответы:

4



5

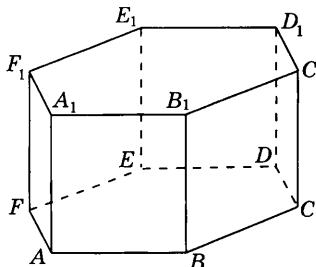


6

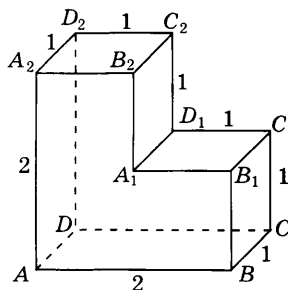


Диагностическая работа 2

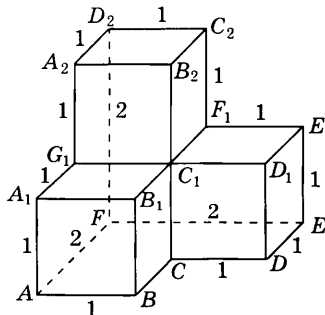
4. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: а)  $AA_1$  и  $BD$ ; б)  $AC$  и  $C_1 E_1$ ; в)  $AB$  и  $A_1 C_1$ .



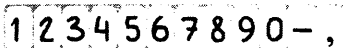
5. Найдите угол между прямыми: а)  $BC$  и  $A_2 B_2$ ; б)  $BC$  и  $A_1 C_2$ ; в)  $BD_1$  и  $A_2 C_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



6. Найдите угол между прямыми: а)  $BC$  и  $C_1 A_2$ ; б)  $BC$  и  $A_2 C_2$ ; в)  $BD$  и  $C_1 A_2$ , проходящими через вершины многогранника, изображённого на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



Образец написания:



## Ответы

### Часть I. Расстояния в пространстве

#### Диагностическая работа 1

1.1. 3. 1.2. 12. 1.3. 5. 2.1. 5. 2.2. 2. 2.3. 2. 3.1. 4. 3.2. 5. 3.3. 10.  
4.1. 2. 4.2. 19. 4.3. 6. 5.1. 6. 5.2. 1,5. 5.3. 12. 6.1. 8. 6.2. 4. 6.3. 8.  
7.1. 2. 7.2. 6. 7.3. 50.

#### Тренировочная работа 1

##### Параллелепипед

1. 1. 2. 6. 3. 7. 4. 12. 5. 2. 6. 13. 7. 6. 8. 2. 9. 10.

#### Тренировочная работа 2

##### Призма

1. 4. 2. 4. 3. 6. 4. 5. 5. 10. 6. 2. 7. 3. 8. 4. 9. 3.

#### Тренировочная работа 3

##### Пирамида

1. 5. 2. 3. 3. 6. 4. 8. 5. 4. 6. 5. 7. 8. 8. 3. 9. 6.

#### Тренировочная работа 4

##### Многогранники

1. 5. 2. 3. 3. 6. 4. 11. 5. 14. 6. 17. 7. 3. 8. 6. 9. 3.

#### Тренировочная работа 5

##### Цилиндр

1. 10. 2. 2. 3. 8. 4. 8. 5. 3. 6. 4. 7. 5. 8. 1,5. 9. 12.

#### Тренировочная работа 6

##### Конус

1. 12. 2. 5. 3. 6. 4. 5. 5. 20. 6. 3. 7. 12. 8. 5. 9. 6.

#### Тренировочная работа 7

##### Вписанные и описанные фигуры

1. 3. 2. 10. 3. 3. 4. 6. 5. 8. 6. 5. 7. 5. 8. 7. 9. 6,5.

#### Диагностическая работа 2

1. 3. 2. 4. 3. 10. 4. 4. 5. 2. 6. 4. 7. 3. 8. 10. 9. 3. 10. 3.  
11. 14. 12. 5. 13. 6. 14. 2,5. 15. 16. 16. 3. 17. 10. 18. 6. 19. 1. 20. 4. 21. 29.

## Ответы

### Часть II. Углы в пространстве

#### Диагностическая работа 1

1. а)  $45^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 2. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 3. а)  $60^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .  
4. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 5. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 6. а)  $45^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .

#### Тренировочная работа 1

1. а)  $45^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 2. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 3. а)  $60^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .  
4. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 5. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $90^\circ$ . 6. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .

#### Тренировочная работа 2

1. а)  $90^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 2. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 3. а)  $60^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .  
4. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $90^\circ$ . 5. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 6. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ .

#### Диагностическая работа 2

1. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $90^\circ$ . 2. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ . 3. а)  $60^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .  
4. а)  $90^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $30^\circ$ . 5. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $90^\circ$ . 6. а)  $90^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ .

## Содержание

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| От редакторов серии . . . . . | 3 |
| Введение . . . . .            | 4 |

### Расстояния в пространстве

|  |    |
|--|----|
| Диагностическая работа 1 . . . . .                             | 7  |
| Решения задач 1.1—1.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 14 |
| Тренировочная работа 1. Параллелепипед . . . . .               | 15 |
| Решения задач 2.1—2.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 18 |
| Тренировочная работа 2. Призма . . . . .                       | 19 |
| Решения задач 3.1—3.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 22 |
| Тренировочная работа 3. Пирамида . . . . .                     | 23 |
| Решения задач 4.1—4.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 26 |
| Тренировочная работа 4. Многогранники . . . . .                | 27 |
| Решения задач 5.1—5.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 30 |
| Тренировочная работа 5. Цилиндр . . . . .                      | 31 |
| Решения задач 6.1—6.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 34 |
| Тренировочная работа 6. Конус . . . . .                        | 35 |
| Решения задач 7.1—7.3 диагностической работы 1 . . . . .       | 38 |
| Тренировочная работа 7. Вписанные и описанные фигуры . . . . . | 39 |
| Диагностическая работа 2 . . . . .                             | 42 |

### Углы в пространстве

|  |    |
|--|----|
| Диагностическая работа 1 . . . . .               | 51 |
| Решения задач диагностической работы 1 . . . . . | 53 |
| Тренировочная работа 1 . . . . .                 | 59 |
| Тренировочная работа 2 . . . . .                 | 61 |
| Диагностическая работа 2 . . . . .               | 63 |
| Ответы . . . . .                                 | 65 |

*Владимир Алексеевич Смирнов*

ЕГЭ 2013. Математика. Задача В9. СТЕРЕОМЕТРИЯ: РАССТОЯНИЯ И УГЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ.  
РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Подписано в печать 25.07.2012 г. Формат  $70 \times 90 \frac{1}{16}$ . Бумага офсетная.

Печать офсетная. Печ. л. 4,5. Тираж 10 000 экз. Заказ № 4704.

Издательство Московского центра

непрерывного математического образования.

119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография», филиал «Дом печати — ВЯТКА»

в полном соответствии с качеством предоставленных оригиналов.

610033, г. Киров, ул. Московская, 122. Факс (8332) 53-53-80, 62-10-36.

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,  
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: [biblio@mcsme.ru](mailto:biblio@mcsme.ru)

---