# МАТЕМАТИКА

Автор: Л.Г. Петерсон

## Пояснительная записка

Программа разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, планируемых результатов начального общего образования.

Курс математики для 1—4 классов начальной школы, реализующий данную программу, является частью непрерывного курса математики для дошкольников, начальной школы и 5—6 классов средней школы образовательной системы «Школа 2000...» и, таким образом, обеспечивает преемственность математической подготовки между ступенями дошкольного, начального и общего среднего образования.

### Цели и задачи курса математики

### для 1—4 классов начальной школы

Основными целями курса математики для 1—4 классов в соответствии с требованиями ФГОС НОО являются:

* формирование у учащихся основ умения учиться;
* развитие их мышления, качеств личности, интереса к математике;
* создание для каждого ребёнка возможности достижения высокого уровня математической подготовки.

Соответственно задачами данного курса являются:

1) формирование у учащихся способностей к организации своей учебной деятельности посредством освоения личностных, познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий;

2) приобретение опыта самостоятельной математической деятельности по получению нового знания, его преобразованию и применению;

3) формирование специфических для математики качеств мышления, необходимых человеку для полноценного функционирования в современном обществе, и, в частности, логического, алгоритмического и эвристического мышления;

4) духовно-нравственное развитие личности, предусматривающее с учётом специфики начального этапа обучения математике принятие нравственных установок созидания, справедливости, добра, становление основ гражданской российской идентичности, любви и уважения к своему Отечеству;

5) формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира и как основы компьютерной грамотности;

6) реализация возможностей математики в формировании научного мировоззрения учащихся, в освоении ими научной картины мира с учётом возрастных особенностей учащихся;

7) овладение системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для повседневной жизни и для продолжения образования в средней школе;

8) создание здоровьесберегающей информационно-образовательной среды.

### Общая характеристика курса

Содержание курса математики строится на основе:

* системно-деятельностного подхода, методологическим основанием которого является общая теория деятельности (Л. С. Выготский, А. Н. Леонтьев, Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.);
* системного подхода к отбору содержания и последовательности изучения математических понятий, где в качестве теоретического основания выбрана система начальных математических понятий (Н. Я. Виленкин);
* дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000...» (Л. Г. Петерсон).

Педагогическим инструментом реализации поставленных целей в курсе математики является дидактическая система деятельностного метода «Школа 2000...». Суть её заключается в том, что учащиеся не получают знания в готовом виде, а добывают их сами в процессе собственной учебной деятельности. В результате школьники приобретают личный опыт математической деятельности и осваивают систему знаний по математике, лежащих в основе современной научной картины мира. Но главное, они осваивают весь комплекс универсальных учебных действий (УУД), определённых ФГОС, и умение учиться в целом.

Основой организации образовательного процесса в дидактической системе «Школа 2000...» является технология деятельностного метода (ТДМ), которая помогает учителю включить учащихся в самостоятельную учебно-познавательную деятельность.

Структура ТДМ, с одной стороны, отражает обоснованную в методологии общую структуру учебной деятельности (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.), а с другой стороны, обеспечивает преемственность с традиционной школой в формировании у учащихся глубоких и прочных математических знаний, умений и навыков. Например, структура уроков по ТДМ, на которых учащиеся открывают новое знание, имеет следующий вид:

1. Мотивация к учебной деятельности. Данный этап процесса обучения предполагает осознанное вхождение учащихся в пространство учебной деятельности на уроке. С этой целью организуется их мотивирование на основе механизма «надо — хочу — могу».

2. Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном учебном действии. На данном этапе организуется подготовка учащихся к открытию нового знания, выполнение ими пробного учебного действия, фиксация индивидуального затруднения. Завершение этапа связано с организацией обдумывания учащимися возникшей проблемной ситуации.

3. Выявление места и причины затруднения. На данном этапе учитель организует выявление учащимися места и причины возникшего затруднения на основе анализа проблемной ситуации.

4. Построение проекта выхода из затруднения. Учащиеся в коммуникативной форме обдумывают проект будущих учебных действий: ставят цель, формулируют тему, выбирают способ, строят план достижения цели и определяют средства. Этим процессом руководит учитель.

5. Реализация построенного проекта. На данном этапе осуществляется реализация построенного проекта: обсуждаются различные варианты, предложенные учащимися, и выбирается оптимальный вариант, который фиксируется вербально и знаково (в форме эталона). Построенный способ действий используется для решения исходной задачи, вызвавшей затруднение. В завершение уточняется общий характер нового знания и фиксируется преодоление возникшего затруднения.

6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи. На данном этапе учащиеся в форме коммуникативного взаимодействия (фронтально, в парах, в группах) выполняют типовые задания на освоение нового способа действий с проговариванием алгоритма решения вслух.

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону. При проведении данного этапа используется индивидуальная форма работы: учащиеся самостоятельно выполняют задания нового типа и осуществляют их самопроверку, пошагово сравнивая с эталоном. В завершение организуется рефлексия хода реализации построенного проекта и контрольных процедур.

Эмоциональная направленность этапа состоит в организации для каждого ученика ситуации успеха, мотивирующей его к включению в дальнейшую познавательную деятельность.

8. Включение в систему знаний и повторение. На данном этапе выявляются границы применимости нового знания и выполняются задания, в которых новый способ действий предусматривается как промежуточный шаг. Таким образом, происходит, с одной стороны, формирование навыка применения изученных способов действий, а с другой — подготовка к введению в будущем следующих тем.

9. Рефлексия учебной деятельности на уроке (итог урока). На данном этапе фиксируется новое содержание, изученное на уроке, и организуется рефлексия и самооценка учениками собственной учебной деятельности. В завершение соотносятся поставленная цель и результаты, фиксируется степень их соответствия и намечаются дальнейшие цели деятельности.

Данная структура урока может быть представлена следующей схемой, позволяющей в наглядном виде соотнести этапы урока по ТДМ с методом рефлексивной самоорганизации (см. рис. 1).

Помимо уроков открытия нового знания, в дидактической системе «Школа 2000...» имеются уроки других типов:

* уроки рефлексии, где учащиеся закрепляют своё умение применять новые способы действий в нестандартных условиях, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректируют свою учебную деятельность;
* уроки обучающего контроля, на которых учащиеся учатся контролировать результаты своей учебной деятельности;
* уроки систематизации знаний, предполагающие структурирование и систематизацию знаний по изучаемым предметам.

Технология деятельностного метода «Школа 2000...» (ТДМ)

1

2

5

6

9

8

3

4

7

1. Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности.
2. Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.
3. Выявление места и причины затруднения.
4. Построение проекта выхода из затруднения.
5. Реализация построенного проекта.
6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.
7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.
8. Включение в систему знаний и повторение.
9. Рефлексия учебной деятельности.

Все уроки также строятся на основе метода рефлексивной самоорганизации, что обеспечивает возможность системного выполнения каждым ребёнком всего комплекса личностных, регулятивных, познавательных и коммуникативных универсальных учебных действий, предусмотренных ФГОС.

Технология деятельностного метода обучения может использоваться в образовательном процессе на разных уровнях в зависимости от предметного содержания урока, поставленных дидактических задач и уровня освоения учителем метода рефлексивной самоорганизации: базовом, технологическом и системно-технологическом.

Базовый уровень ТДМ включает в себя следующие шаги:

1. мотивация к учебной деятельности;
2. актуализация знаний;
3. проблемное объяснение нового знания;
4. первичное закрепление его во внешней речи;
5. самостоятельная работа с самопроверкой;
6. включение нового знания в систему знаний и повторение.;
7. рефлексия учебной деятельности на уроке.

Структура урока базового уровня выделяет из общей структуры рефлексивной самоорганизации ту её часть, которая представляет собой целостный элемент. Таким образом, не вступая в противоречие со структурой деятельностного метода обучения, базовый уровень ТДМ систематизирует инновационный опыт российской школы об активизации деятельности детей в процессе трансляции системы знаний. Поэтому базовый уровень ТДМ используется также как ступень перехода учителя от традиционного объяснительно-иллюстративного метода к деятельностному методу.

На технологическом уровне при введении нового знания учитель начинает использовать уже целостную структуру ТДМ, однако построение самими детьми нового способа действия организуется пока ещё с отсутствием существенных компонентов (этап проектирования и реализации проекта).

На системно-технологическом уровне деятельностный метод реализуется во всей полноте.

Для формирования определённых ФГОС НОО универсальных учебных действий как основы умения учиться предусмотрена возможность системного прохождения каждым учащимся основных этапов формирования любого умения таких, как:

1) приобретение опыта выполнения УУД;

2) мотивация и построение общего способа (алгоритма) выполнения УУД (или структуры учебной деятельности);

3) тренинг в применении построенного алгоритма УУД, самоконтроль и коррекция;

4) контроль.

На уроках по ТДМ «Школа 2000...» учащиеся приобретают первичный опыт выполнения УУД. На основе приобретённого опыта они строят общий способ выполнения УУД (второй этап). После этого они применяют построенный общий способ, проводят самоконтроль и при необходимости коррекцию своих действий (третий этап). И наконец, по мере освоения данного УУД и умения учиться в целом проводится контроль реализации требований ФГОС (четвёртый этап).

Создание информационно-образовательной среды осуществляется на основе системы дидактических принципов деятельностного метода обучения «Школа 2000...».

1. Принцип деятельности заключается в том, что ученик, не получая знания в готовом виде, а добывая их сам, осознаёт при этом содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему её норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует активному успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

2. Принцип непрерывности означает преемственность между всеми ступенями и этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик с учётом возрастных психологических особенностей развития детей.

3. Принцип целостности предполагает формирование у учащихся обобщённого системного представления о мире (природе, обществе, самом себе, социокультурном мире и мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук, а также роли ИКТ).

4. Принцип минимакса заключается в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне (определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы) и обеспечить при этом его усвоение на уровне социально безопасного минимума (федерального государственного образовательного стандарта).

5. Принцип психологической комфортности предполагает снятие всех стрессообразующих факторов учебного процесса, создание в школе и на уроках доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества, развитие диалоговых форм общения.

6. Принцип вариативности предполагает формирование у учащихся способностей к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

7. Принцип творчества означает максимальную ориентацию на творческое начало в образовательном процессе, создание условий для приобретения учащимися собственного опыта творческой деятельности.

При реализации базового уровня ТДМ принцип деятельности преобразуется в дидактический принцип активности традиционной школы.

Поскольку развитие личности человека происходит в процессе его самостоятельной деятельности, осмысления и обобщения им собственного деятельностного опыта (Л.С. Выготский), то представленная система дидактических принципов сохраняет своё значение и для организации воспитательной работы как на уроках, так и во внеурочной деятельности.

Использование деятельностного метода обучения позволяет при изучении всех разделов данного курса организовать полноценную математическую деятельность учащихся по получению нового знания, его преобразованию и применению, включающую три основных этапа математического моделирования:

1) построение математической модели некоторого объекта или процесса реального мира;

2) изучение математической модели средствами математики;

3) применение полученных результатов в реальной жизни.

При построении математических моделей учащиеся приобретают опыт использования начальных математических знаний для описания объектов и процессов окружающего мира, объяснения причин явлений, оценки их количественных и пространственных отношений.

На этапе изучения математической модели учащиеся овладевают математическим языком, основами логического, алгоритмического и творческого мышления, они учатся пересчитывать, измерять, выполнять прикидку и оценку, исследовать и выявлять свойства и отношения, наглядно представлять полученные данные, записывать и выполнять алгоритмы.

Далее, на этапе применения полученных результатов в реальной жизни учащиеся приобретают начальный опыт применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач. Здесь они отрабатывают умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями, решать текстовые задачи, распознавать и изображать геометрические фигуры, действовать по заданным алгоритмам и строить их. Дети учатся работать со схемами и таблицами, диаграммами и графиками, цепочками и совокупностями, они анализируют и интерпретируют данные, овладевают грамотной математической речью и первоначальными представлениями о компьютерной грамотности.

Поскольку этап обучения в начальной школе соответствует второму допонятийному этапу познания, освоение предметного содержания в курсе математики «Учусь учиться» организуется посредством систематизации опыта, полученного учащимися в предметных действиях, и построения ими основных понятий и методов математики на основе выделения существенного в реальных объектах.

Отбор содержания и последовательность изучения математических понятий осуществлялись на основе построенной Н.Я. Виленкиным системы начальных математических понятий, обеспечивающей преемственные связи и непрерывное развитие следующих основных содержательно-методических линий школьного курса математики с 1 по 9 класс: числовой, алгебраической, геометрической, функциональной, логической, анализа данных, текстовых задач. При этом каждая линия отражает логику и этапы формирования математического знания в процессе познания и осуществляется на основе тех реальных источников, которые привели к их возникновению в культуре, в истории развития математического знания.

Так, числовая линия строится на основе счёта предметов (элементов множества) и измерения величин. Понятия множества и величины подводят учащихся с разных сторон к понятию числа: с одной стороны, натурального числа, а с другой — положительного действительного числа. В этом находит отражение двойственная природа числа, а в более глубоком аспекте — двойственная природа бесконечных систем, с которыми имеет дело математика: дискретной, счётной бесконечностью и континуальной бесконечностью. Измерение величин связывает натуральные числа с действительными, поэтому своё дальнейшее развитие в средней и старшей школе числовая линия получает как бесконечно уточняемый процесс измерения величин.

Исходя из этого, понятия множества и величины вводятся на ранних стадиях обучения с опорой на житейский опыт учащихся (при этом множества рассматриваются лишь непересекающиеся, а сам термин «множество» на первых порах заменяется более понятными для учащихся словами «группа предметов», «совокупность», «мешок»). Операции над множествами и над величинами сопоставляются между собой и служат основой изучения соответствующих операций над числами. Это позволяет раскрыть оба подхода к построению математической модели «натуральное число»: число *n*, с одной стороны, есть то общее свойство, которым обладают все *n*-элементные множества, а с другой стороны, это результат измерения длины отрезка, массы, объёма и т. д., когда единица измерения укладывается в измеряемой величине *n* раз.

В рамках числовой линии учащиеся осваивают принципы записи и сравнения целых неотрицательных чисел, смысл и свойства арифметических действий, взаимосвязи между ними, приёмы устных и письменных вычислений, прикидки, оценки и проверки результатов действий, зависимости между компонентами и результатами, способы нахождения неизвестных компонентов. Вместе с тем они знакомятся с различными величинами (длиной, площадью, объёмом, временем, массой, скоростью и др.), общим принципом и единицами их измерения, учатся выполнять действия с именованными числами.

Числовая линия курса, имея свои задачи и специфику, тем не менее тесно переплетается со всеми другими содержательно-методическими линиями. Так, при построении алгоритмов действий над числами и исследовании их свойств используются разнообразные графические модели — треугольники и точки, прямоугольник, прямоугольный параллелепипед. Включаются в учебный процесс как объект исследования и как средство обучения такие понятия, как часть и целое, взаимодействие частей, оператор и алгоритм. Например, в 1 классе учащиеся изучают разбиение множеств (групп предметов) и величин на части, взаимосвязь целого и его частей. Установленные закономерности становятся затем основой формирования у детей прочных вычислительных навыков и обучения их решению уравнений и текстовых задач.

Во 2 классе при изучении общего понятия операции рассматриваются вопросы: над какими объектами выполняется операция в чём заключается операция; каков результат операции? При этом операции могут быть как абстрактными (прибавление или вычитание данного числа, умножение на данное число и т. д.), так и конкретными (разборка и сборка игрушки, приготовление еды и т. д.). При рассмотрении любых операций ставится вопрос о возможности их обращения, последовательного выполнения, перестановочности и сочетании.

Знакомство учащихся с различными видами программ — линейными, разветвлёнными, циклическими — не только помогает им успешнее изучить многие традиционно трудные вопросы числовой линии (например, порядок действий в выражениях, алгоритмы действий с многозначными числами), но и развивает алгоритмическое мышление, необходимое для успешного использования компьютерной техники, жизни и деятельности в информационном обществе.

Развитие алгебраической линии также неразрывно связано с числовой, во многом дополняет её и обеспечивает лучшее понимание и усвоение изучаемого материала, а также повышает уровень обобщённости усваиваемых детьми знаний. Учащиеся записывают выражения и свойства чисел с помощью буквенной символики, что помогает им структурировать изучаемый материал, выявить сходства и различия, аналогии.

Как правило, запись общих свойств операций над множествами и величинами обгоняет соответствующие навыки учащихся в выполнении аналогичных операций над числами. Это позволяет создать для каждой из таких операций общую рамку, в которую потом, по мере введения новых классов чисел, укладываются операции над этими числами и их свойства. Тем самым даётся теоретически обобщённый способ ориентации в учениях о конечных множествах, величинах и числах, позволяющий решать обширные классы конкретных задач, что обеспечивает качественную подготовку детей к изучению программного материала по алгебре средней школы.

Изучение геометрической линии в курсе математики начинается достаточно рано, при этом на первых порах основное внимание уделяется развитию пространственных представлений, воображения, речи и практических навыков черчения: учащиеся овладеют навыками работы с такими измерительными и чертёжными инструментами, как линейка, угольник, а несколько позже — циркуль, транспортир.

Программа предусматривает знакомство с плоскими и пространственными геометрическими фигурами: квадратом, прямоугольником, треугольником, кругом, кубом, параллелепипедом, цилиндром, пирамидой, шаром, конусом. Разрезание фигур на части и составление новых фигур из полученных частей, черчение развёрток и склеивание моделей фигур по их развёрткам развивает пространственные представления детей, воображение, комбинаторные способности, формирует практические навыки и одновременно служит средством наглядной интерпретации изучаемых арифметических фактов.

В рамках геометрической линии учащиеся знакомятся также с более абстрактными понятиями точки, прямой и луча, отрезка и ломаной линии, угла и многоугольника, области и границы, окружности и круга и др., которые используются для решения разнообразных практических задач.

Запас геометрических представлений и навыков, который накоплен у учащихся к 3—4 классам, позволяет перейти к исследованию геометрических фигур и открытию их свойств. С помощью построений и измерений учащиеся выявляют различные геометрические закономерности, которые формулируют как предположение, гипотезу. Это готовит мышление учащихся и создаёт мотивационную основу для изучения систематического курса геометрии в старших классах.

Таким образом, геометрическая линия курса также непосредственно связана со всеми остальными линиями курса — числовой, алгебраической, логической, функциональной, анализом данных, решением текстовых задач, которые, в свою очередь, тесно переплетаются друг с другом.

Достаточно серьёзное внимание уделяется в данном курсе развитию логической линии при изучении арифметических, алгебраических и геометрических вопросов программы. Практически все задания курса требуют от учащихся выполнения логических операций — анализа, синтеза, сравнения, обобщения, аналогии, классификации, способствуют развитию познавательных процессов — воображения, памяти, речи, логического мышления.

В рамках логической линии учащиеся осваивают математический язык, проверяют истинность высказываний, строят свои суждения и обосновывают их. У учащихся формируются начальные представления о языке множеств, различных видах высказываний, сложных высказываниях с союзами «и» и «или».

Линия анализа данных целенаправленно формирует у учащихся информационную грамотность, умение самостоятельно получать информацию из наблюдений, бесед, справочников, энциклопедий, Интернета и работать с полученной информацией: анализировать, систематизировать и представлять в различной форме, в том числе в форме таблиц, диаграмм и графиков; делать прогнозы и выводы; выявлять закономерности и существенные признаки, проводить классификацию; составлять различные комбинации из заданных элементов и осуществлять перебор вариантов, выделять из них варианты, удовлетворяющие заданным условиям.

В курсе предусмотрено систематическое знакомство учащихся с необходимым инструментарием осуществления этих видов деятельности — с организацией информации в словарях и справочниках, способами чтения и построения диаграмм, таблиц и графиков, методами работы с текстами, построением и исполнением алгоритмов, способами систематического перебора вариантов с помощью дерева возможностей и др.

Информационные умения формируются как на уроках, так и во внеурочной проектной деятельности, кружковой работе, при создании собственных информационных объектов — презентаций, сборников задач и примеров, стенгазет и информационных листков и т. д. В ходе этой деятельности учащиеся овладевают началами компьютерной грамотности и навыками работы с компьютером, необходимыми для продолжения образования на следующей ступени обучения и для жизни.

Функциональная линия строится вокруг понятия функциональной зависимости величин, которая является промежуточной моделью между реальной действительностью и общим понятием функции и служит, таким образом, основой изучения в старших классах понятия функций. Учащиеся наблюдают за взаимосвязанным изменением различных величин, знакомятся с понятием переменной величины, и к 4 классу приобретают значительный опыт фиксирования зависимостей между величинами с помощью таблиц, диаграмм, графиков движения и простейших формул. Так, учащиеся строят и используют для решения практических задач формулы площади прямоугольника *S = a* ∙ *b,* объёма прямоугольного параллелепипеда (*V = a*  *b*  *c)*, пути (*s* = *v*  *t*),стоимости (*С* = *а*  *х*), работы (*А* = *w*  *t*) и др. При исследовании различных конкретных зависимостей дети выявляют и фиксируют на математическом языке их общие свойства, что создаёт основу для построения в старших классах общего понятия функции, понимания его смысла, осознания целесообразности и практической значимости.

Знания, полученные детьми при изучении различных разделов курса, находят практическое применение при решении текстовых задач. В рамках линии текстовых задач они овладевают различными видами математической деятельности, осознают практическое значение математических знаний, у них развиваются логическое мышление, воображение, речь.

В курсе вводятся задачи с числовыми и буквенными данными разных типов: на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение (больше на (в) …, меньше на (в) …), на зависимости, характеризующие процессы движения (путь, скорость, время), купли-продажи (стоимость, цена, количество товара), работы (объём выполненной работы, производительность, время работы). В курс включены задачи на пропорциональные величины, одновременное равномерное движение двух объектов (навстречу друг другу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием), у учащихся формируется представление о проценте, что создаёт прочную базу для успешного освоения данных традиционно трудных разделов программы средней школы.

Система подбора и расположения задач создаёт возможность для их сравнения, выявления сходства и различия, имеющихся взаимосвязей (взаимно обратные задачи, задачи одинакового вида, имеющие одинаковую математическую модель и др.). Особенностью курса является то, что после планомерной отработки небольшого числа базовых типов решения простых и составных задач учащимся предлагается широкий спектр разнообразных структур, состоящих из этих базовых элементов, но содержащих некоторую новизну и развивающих у детей умение действовать в нестандартной ситуации.

Большое значение в курсе уделяется обучению учащихся проведению самостоятельного анализа текстовых задач, сначала простых, а затем и составных. Учащиеся выявляют величины, о которых идёт речь в задаче, устанавливают взаимосвязи между ними, составляют план решения. При необходимости используются разнообразные графические модели (схемы, схематические рисунки, таблицы), которые обеспечивают наглядность и осознанность определения плана решения. Дети учатся находить различные способы решения и выбирать наиболее рациональные, давать полный ответ на вопрос задачи, самостоятельно составлять задачи, анализировать корректность формулировки задачи.

Линия текстовых задач в данном курсе строится таким образом, чтобы, с одной стороны, обеспечить прочное усвоение учащимися изучаемых методов работы с задачами, а с другой — создать условия для их систематизации и на этой основе раскрыть роль и значение математики в развитии общечеловеческой культуры.

Система заданий курса допускает возможность организации кружковой работы по математике во второй половине дня, индивидуальной и коллективной творческой, проектной работы, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий и электронных образовательных ресурсов.

### Место курса в учебном плане

Курс разработан в соответствии с базисным учебным (образовательным) планом общеобразовательных учреждений РФ.

На изучение математики в каждом классе начальной школы отводится по 4 ч в неделю, всего 540 ч: в 1 классе 132 ч, а во 2, 3 и 4 классах — по 136 ч.

Реализация принципа минимакса в образовательном процессе позволяет использовать данный курс при 5 ч в неделю за счёт школьного компонента, всего 675 ч: в 1 классе 165 ч, а во 2, 3 и 4 классах — по 170 ч.

##

## Результаты изучения курса

Содержание курса математики обеспечивает реализацию следующих личностных, метапредметных и предметных результатов:

### Личностные результаты

1. Становление основ гражданской российской идентичности, уважения к своей семье и другим людям, своему Отечеству, развитие морально-этических качеств личности, адекватных полноценной математической деятельности.

2. Целостное восприятие окружающего мира, начальные представления об истории развития математического знания, роли математики в системе знаний.

3. Овладение начальными навыками адаптации в динамично изменяющемся мире на основе метода рефлексивной самоорганизации.

4. Принятие социальной роли ученика, осознание личностного смысла учения и интерес к изучению математики.

5. Развитие самостоятельности и личной ответственности за свои поступки, способность к рефлексивной самооценке собственных действий и волевая саморегуляция.

6. Освоение норм общения и коммуникативного взаимодействия, навыков сотрудничества со взрослыми и сверстниками, умение находить выходы из спорных ситуаций.

7. Мотивация к работе на результат как в исполнительской, так и в творческой деятельности.

8. Установка на здоровый образ жизни, спокойное отношение к ошибке как рабочей ситуации, требующей коррекции; вера в себя.

### Метапредметные результаты

1. Умение выполнять пробное учебное действие, в случае его неуспеха грамотно фиксировать своё затруднение, анализировать ситуацию, выявлять и конструктивно устранять причины затруднения.

2. Освоение начальных умений проектной деятельности: постановка и сохранение целей учебной деятельности, определение наиболее эффективных способов и средств достижения результата, планирование, прогнозирование, реализация построенного проекта.

3. Умение контролировать и оценивать свои учебные действия на основе выработанных критериев в соответствии с поставленной задачей и условиями её реализации.

4. Опыт использования методов решения проблем творческого и поискового характера.

5. Освоение начальных форм познавательной и личностной рефлексии.

6. Способность к использованию знаково-символических средств математического языка и средств ИКТ для описания и исследования окружающего мира (представление информации, создание моделей изучаемых объектов и процессов, решение коммуникативных и познавательных задач и др.) и как базы компьютерной грамотности.

7. Овладение различными способами поиска (в справочной литературе, образовательных интернет-ресурсах), сбора, обработки, анализа, организации и передачи информации в соответствии с коммуникативными и познавательными задачами, умение готовить своё выступление и выступать с аудио-, видео- и графическим сопровождением.

8. Формирование специфических для математики логических операций (сравнение, анализ, синтез, обобщение, классификация, аналогия, установление причинно-следственных связей, построение рассуждений, отнесение к известным понятиям), необходимых человеку для полноценного функционирования в современном обществе; развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления.

9. Овладение навыками смыслового чтения текстов.

10. Освоение норм коммуникативного взаимодействия в позициях «автор», «критик», «понимающий», готовность вести диалог, признавать возможность и право каждого иметь своё мнение, способность аргументировать свою точку зрения.

11. Умение работать в паре и группе, договариваться о распределении функций в совместной деятельности, осуществлять взаимный контроль, адекватно оценивать собственное поведение и поведение окружающих; стремление не допускать конфликты, а при их возникновении — готовность конструктивно их разрешать.

12. Начальные представления о сущности и особенностях математического знания, истории его развития, его обобщённого характера и роли в системе знаний.

13. Освоение базовых предметных и межпредметных понятий (алгоритм, множество, классификация и др.), отражающих существенные связи и отношения между объектами и процессами различных предметных областей знания.

14. Умение работать в материальной и информационной среде начального общего образования (в том числе с учебными моделями) в соответствии с содержанием учебного предмета «Математика».

### Предметные результаты

1. Освоение опыта самостоятельной математической деятельности по получению нового знания, его преобразованию и применению для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач.

2. Использование приобретённых математических знаний для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также оценки их количественных и пространственных отношений.

3. Овладение устной и письменной математической речью, основами логического, эвристического и алгоритмического мышления, пространственного воображения, счёта и измерения, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов (схемы, таблицы, диаграммы, графики), исполнения и построения алгоритмов.

4. Умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами, составлять числовые и буквенные выражения, находить их значения, решать текстовые задачи, простейшие уравнения и неравенства, исполнять и строить алгоритмы, составлять и исследовать простейшие формулы, распознавать, изображать и исследовать геометрические фигуры, работать с таблицами, схемами, диаграммами и графиками, множествами и цепочками, представлять, анализировать и интерпретировать данные.

5. Приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач.

6. Приобретение первоначальных представлений о компьютерной грамотности.

7. Приобретение первоначальных навыков работы на компьютере.

## Содержание курса

## (Прямым шрифтом обозначены разделы, полностью обеспечивающие требования ФГОС НОО к личностным, метапредметным и предметным результатам образования по математике, а *курсивом* — те разделы, которые учащиеся имеют возможность дополнительно освоить при обучении по данной программе).

Числа и арифметические действия с ними (200 ч). Совокупности предметов или фигур, обладающих общим свойством. Составление совокупности по заданному свойству (признаку). Выделение части совокупности.

*Сравнение совокупностей с помощью составления пар: больше, меньше, столько же, больше (меньше) на …* *порядок*.

*Соединение совокупностей в одно целое (сложение). Удаление части совокупности (вычитание). Переместительное свойство сложения совокупностей. Связь между сложением и вычитанием совокупностей.*

Число как результат счёта предметов *и как результат измерения величин*.

Образование, название и запись чисел от 0 до 1 000 000 000 000. Порядок следования при счёте. Десятичные единицы счёта. Разряды и классы. Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых. *Связь между десятичной системой записи чисел и десятичной системой мер.*

Сравнение и упорядочение чисел, знаки сравнения (>, <, =, ≠).

Сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел. Знаки арифметических действий (+, –, × , : ). Названия компонентов и результатов арифметических действий.

Наглядное изображение натуральных чисел и действий с ними.

Таблица сложения. Таблица умножения. Взаимосвязь арифметических действий (между сложением и вычитанием, между умножением и делением). Нахождение неизвестного компонента арифметического действия. Частные случаи умножения и деления с 0 и 1. Невозможность деления на 0.

Разностное сравнение чисел (больше на …, меньше на …). Кратное сравнение чисел (больше в ..., меньше в ...). *Делители и кратные*.

*Связь между компонентами и результатами арифметических действий.*

Свойства сложения и умножения: переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания (правила умножения числа на сумму и суммы на число, числа на разность и разности на число). Правила вычитания числа из суммы и суммы из числа, деления суммы и разности на число.

Деление с остатком. *Компоненты деления с остатком, взаимосвязь между ними. Алгоритм деления с остатком.*

Оценка и прикидка результатов арифметических действий.

Монеты и купюры.

Числовое выражение. Порядок выполнения действий в числовых выражениях со скобками и без скобок. Нахождение значения числового выражения. Использование свойств арифметических действий для рационализации вычислений (перестановка и группировка слагаемых в сумме, множителей в произведении и др.).

Алгоритмы письменного сложения, вычитания, умножения и деления многозначных чисел. Способы проверки правильности вычислений (алгоритм, обратное действие, прикидка результата, оценка достоверности, вычисление на калькуляторе).

*Измерения и дроби. Недостаточность натуральных чисел для практических измерений. Потребности практических измерений как источник расширения понятия числа.*

Доли. Сравнение долей. Нахождение доли числа и числа по доле. *Процент*.

*Дроби. Наглядное изображение дробей с помощью геометрических фигур и на числовом луче. Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями и дробей с одинаковыми числителями. Деление и дроби. Нахождение части числа, числа по его части и части, которую одно число составляет от другого. Нахождение процента от числа и числа по его проценту.*

*Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа. Выделение целой части из неправильной дроби. Представление смешанного числа в виде неправильной дроби. Сложение и вычитание смешанных чисел (с одинаковыми знаменателями дробной части).*

Текстовые задачи (130 ч). Условие и вопрос задачи. Установление зависимости между величинами, представленными в задаче. Проведение самостоятельного анализа задачи. Построение наглядных моделей текстовых задач (схемы, таблицы, диаграммы, краткой записи и др.). Планирование хода решения задачи. Решение текстовых задач арифметическим способом (по действиям с пояснением, по действиям с вопросами, с помощью составления выражения). Арифметические действия с величинами при решении задач. Соотнесение полученного результата с условием задачи, оценка его правдоподобия. Запись решения и ответа на вопрос задачи. Проверка решения задачи.

*Задачи с некорректными формулировками (лишними и неполными данными, нереальными условиями).* Примеры задач, решаемых разными способами.

Выявление задач, имеющих внешне различные фабулы, но одинаковое математическое решение (модель).

Простые задачи, раскрывающие смысл арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление), содержащие отношения «больше (меньше) на …», «больше (меньше) в …».

Задачи, содержащие зависимость между величинами вида *a = b*  *c*: путь — скорость — время (задачи на движение), объём выполненной работы — производительность труда — время (задачи на работу), стоимость — цена товара — количество товара (задачи на стоимость) и др.

*Классификация простых задач изученных типов.*

Составные задачи на все 4 арифметических действия. *Общий способ анализа и решения составной задачи.*

*Задачи на нахождение задуманного числа. Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности.*

Задачи на приведение к единице.

Задачи на определение начала, конца и продолжительности события.

Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле. *Три типа задач на дроби. Задачи на нахождение процента от числа и числа по его проценту*.

*Задачи на одновременное движение двух объектов (навстречу друг другу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием).*

Пространственные отношения. Геометрические фигуры и величины (60 ч). Основные пространственные отношения: выше — ниже, шире — уже, толще — тоньше, спереди — сзади, сверху — снизу, слева — справа, между и др. Сравнение фигур по форме и размеру (визуально).

Распознавание и называние геометрических форм в окружающем мире: круг, квадрат, треугольник, прямоугольник, куб, шар, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус. Представления о плоских и пространственных геометрических фигурах. *Области и границы.*

*Составление фигур из частей и разбиение фигур на части. Равенство геометрических фигур. Конструирование фигур из палочек.*

Распознавание и изображение геометрических фигур: точка, линия (кривая, прямая, замкнутая и незамкнутая), отрезок, луч, ломаная, угол, треугольник, четырёхугольник, пятиугольник, многоугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг, *прямой, острый и тупой углы,* *прямоугольный треугольник, развёрнутый угол, смежные углы, вертикальные углы, центральный угол окружности и угол, вписанный в окружность*. *Построение развёртки и модели куба и прямоугольного параллелепипеда.* Использование для построений чертёжных инструментов (линейки, чертёжного угольника, циркуля, транспортира).

Элементы геометрических фигур: концы отрезка; вершины и стороны многоугольника; центр, радиус, диаметр, *хорда окружности (круга); вершины, рёбра и грани куба и прямоугольного параллелепипеда*.

*Преобразование фигур на плоскости. Симметрия фигур относительно прямой. Фигуры, имеющие ось симметрии. Построение симметричных фигур на клетчатой бумаге.*

План, расположение объектов на плане.

Геометрические величины и их измерение. Длина отрезка. Непосредственное сравнение отрезков по длине. Измерение длины отрезка. Единицы длины (миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр) и соотношения между ними. Периметр. Вычисление периметра многоугольника.

Площадь геометрической фигуры. Непосредственное сравнение фигур по площади. Измерение площади. Единицы площади (квадратный миллиметр, квадратный сантиметр, квадратный дециметр, квадратный метр, ар, гектар) и соотношения между ними. Площадь прямоугольника и *прямоугольного треугольника. Приближённое измерение площади геометрической фигуры. Оценка площади. Измерение площади с помощью палетки.*

*Объём геометрической фигуры. Единицы объёма (кубический миллиметр, кубический сантиметр, кубический дециметр, кубический метр) и соотношения между ними. Объём куба и прямоугольного параллелепипеда.*

*Непосредственное сравнение углов. Измерение углов. Единица измерения углов: угловой градус. Транспортир.*

Преобразование, сравнение геометрических величин и арифметические действия с ними.

Исследование свойств геометрических фигур на основе анализа результатов измерений геометрических величин. Свойство сторон прямоугольника. *Свойство углов треугольника, четырёхугольника. Свойство смежных углов. Свойство вертикальных углов и др.*

Величины и зависимости между ними (50 ч). Сравнение и упорядочение величин. Общий принцип измерения величин. Единица измерения (мерка). Зависимость результата измерения от выбора мерки. Сложение и вычитание величин. Умножение и деление величины на число. Необходимость выбора единой мерки при сравнении, сложении и вычитании величин. Свойства величин.

*Непосредственное сравнение предметов по массе.* Измерение массы. Единицы массы (грамм, килограмм, центнер, тонна) и соотношения между ними.

*Непосредственное сравнение предметов по вместимости.* Измерение вместимости. Единица вместимости: литр; её связь с кубическим дециметром.

Измерение времени. Единицы времени (секунда, минута, час, сутки, год) и соотношения между ними. Определение времени по часам. Название месяцев и дней недели. Календарь.

Преобразование однородных величин и арифметические действия с ними.

Доля величины (половина, треть, четверть, десятая, сотая, тысячная и др.). *Процент как сотая доля величины, знак процента. Часть величины, выраженная дробью. Правильные и неправильные части величин.*

*Поиск закономерностей. Наблюдение зависимостей между величинами, фиксирование результатов наблюдений в речи, с помощью таблиц, формул, графиков.*

*Зависимости между компонентами и результатами арифметических действий.*

*Переменная величина. Выражение с переменной. Значение выражения с переменной.*

*Формула. Формулы площади и периметра прямоугольника:* *S = a* ∙ *b*, *P* = (*a + b*) 2. *Формулы площади и периметра квадрата: S = a* ∙ *а*, *P* = 4 ∙ *a*.

*Формула площади прямоугольного треугольника S =* (*a* ∙ *b*) : 2.

*Формула объёма прямоугольного параллелепипеда* *V = a*  *b*  *c*. *Формула объёма куба V = a*  *а*  *а*.

*Формула пути* (*s* = *v*  *t*) *и её аналоги: формула стоимости* (*С* = *а*  *х*), *формула* *работы* (*А* = *w*  *t*) *и др., их обобщенная запись с помощью формулы* *a* = *b*  *c.*

*Шкалы. Числовой луч. Координатный луч. Расстояние между точками координатного луча. Равномерное движение точек по координатному лучу как модель равномерного движения реальных объектов.*

*Скорость сближения и скорость удаления двух объектов при равномерном одновременном движении. Формулы скорости сближения и скорости удаления:* *v*сбл. = *v*1 +*v*2 и *v*уд. = *v*1 –*v*2. *Формулы расстояния d между двумя равномерно движущимися объектами в момент времени t для движения навстречу друг другу* (*d* = *s*0 – (*v*1 +*v*2) ∙ *t*), *в противоположных направлениях* (*d* = *s*0 + (*v*1 +*v*2) ∙ *t*), *вдогонку* (*d* = *s*0 – (*v*1 –*v*2) ∙ *t*), *с отставанием* (*d* = *s*0 – (*v*1 –*v*2) ∙ *t*). *Формула одновременного движения* *s* = *v*сбл.  *t*встр.

*Координатный угол. График движения.*

*Наблюдение зависимостей между величинами и их запись на математическом языке с помощью формул, таблиц, графиков (движения). Опыт перехода от одного способа фиксации зависимостей к другому.*

Алгебраические представления (40 ч). Числовые и буквенные выражения. Вычисление значений простейших буквенных выражений при заданных значениях букв.

Равенство и неравенство.

*Обобщённая запись свойств* 0 *и* 1 *с помощью буквенных формул: а >* 0; *а ∙* 1 *=* 1 *∙ а = а*; *а ∙* 0 *=* 0 *∙ а =* 0; *а* : 1 *= а*; 0 *∙*: *а =* 0  *и др.*

*Обобщённая запись свойств арифметических действий с помощью буквенных формул: а* + *b* = *b* + *а* — *переместительное свойство сложения,* (*а* + *b*) + *с* = *а* + (*b* + *с*) *— сочетательное свойство сложения, а* ∙ *b* = *b* ∙ *а* — *переместительное свойство умножения,* (*а* ∙ *b*) ∙ *с* = *а* ∙ (*b* ∙ *с*) *— сочетательное свойство умножения,* (*а* + *b*) ∙ *с* = *а* ∙ *с + b* ∙ *с — распределительное свойство умножения (правило умножения суммы на число),* (*а* + *b*) – *с* = = (*а* – *с*) + *b* = *а* + (*b* – *с*) — *правило вычитания числа из суммы, а* – (*b* + *с*) = = *а* – *b* – *с — правило вычитания суммы из числа,* (*а* + *b*) : *с* = *а* : *с + b* : *с —* *правило деления суммы на число и др.*

*Формула деления с остатком* *a = b*  *c + r*, *r* < *b*.

*Уравнение. Корень уравнения. Множество корней.* *Уравнения вида* *а* + *х* = *b*, *а* – *х* = *b*, *x* – *a* = *b*, *а* *х* = *b*, *а* : *х* = *b*, *x* : *a* = *b (простые). Составные уравнения, сводящиеся к цепочке простых.*

*Решение неравенства на множестве целых неотрицательных чисел. Множество решений неравенства.* *Строгое и нестрогое неравенство. Знаки* ≥, ≤ . *Двойное неравенство.*

Математический язык и элементы логики (20 ч). Знакомство с символами математического языка, их использование для построения математических высказываний. Определение истинности и ложности высказываний.

Построение простейших высказываний с помощью логических связок и слов «... и/или ...», «если ..., то ...», «верно/неверно, что ...», «каждый», «все», «найдётся», «не».

Построение новых способов действия и способов решения текстовых задач. Знакомство со способами решения задач логического характера.

*Множество. Элемент множества. Знаки и . Задание множества перечислением его элементов и свойством.*

*Пустое множество и его обозначение: . Равные множества. Диаграмма Эйлера — Венна.*

*Подмножество. Знаки и*  *. Пересечение множеств. Знак . Свойства пересечения множеств. Объединение множеств. Знак . Свойства объединения множеств.*

Работа с информацией и анализ данных (40 ч). Основные свойства предметов: цвет, форма, размер, материал, назначение, расположение, количество. Сравнение предметов и совокупностей предметов по свойствам.

*Операция. Объект операции. Результат операции. Операции над предметами, фигурами, числами. Прямые и обратные операции. Отыскание неизвестных: объекта операции, выполняемой операции, результата операции. Программа действий. Алгоритм. Линейные, разветвлённые и циклические алгоритмы. Составление, запись и выполнение алгоритмов различных видов.* Составление плана (алгоритма) поиска информации. Сбор информации, связанной с пересчётом предметов, измерением величин; фиксирование, анализ полученной информации, представление в разных формах.

Составление последовательности (цепочки) предметов, чисел, фигур и др. по заданному правилу.

Чтение и заполнение таблицы. Анализ и интерпретация данных таблицы.

*Классификация элементов множества по свойству. Упорядочение информации.*

*Работа с текстом: проверка понимания; выделение главной мысли, существенных замечаний и иллюстрирующих их примеров; конспектирование.*

*Упорядоченный перебор вариантов. Сети линий. Пути. Дерево возможностей.*

Круговые, столбчатые и линейные диаграммы: чтение, интерпретация данных, *построение*.

Обобщение и систематизация знаний.

*Портфолио ученика.*