Тема урока: «Интеграл».

Тип урока: обзорная лекция.

Учебник: А.Н. Колмогоров и др. «Алгебра и начала анализа»,2001.

Оборудование: Экран и мультимедийный проектор, буклеты, раздаточный материал (чертежи), таблички с формулами.

Цели урока:

1. Ознакомление учащихся с новым понятием «интеграл» и со сферами его применения.
2. Введение формулы Ньютона – Лейбница.
3. Овладение навыками и умениями применять формулу Ньютона – Лейбница для вычисления площади криволинейной трапеции в простейших задачах.
4. Развитие математической речи.
5. Развитие умения учащихся сравнивать, выявлять закономерность, обобщать.

Этапы урока:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Организационный момент | 800 – 802 |
|  | Актуализация знаний | 802 – 812 |
|  | Введение нового материала | 812 – 827 |
|  | Закрепление изученного материала | 827 – 842 |
|  | Подведение итогов урока. Постановка домашнего задания. | 842 – 845 |

Ход урока:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Деятельность учителя** | **Деятельность ученика** | **Запись в тетради** | **Запись на доске** |
| 1. ***Организационный момент*** | | | |
| Добрый день, ребята. Садитесь. | Учащиеся приветствуют учителя. |  | (слайд 1) |
| Сегодняшний урок я бы хотела начать со слов: «Знание только тогда знание, когда оно приобретено усилиями своей мысли, а не памятью» Л.Н. Толстой. |  |  | (слайд 2) |
| 1. ***Актуализация знаний*** | | | |
| Сегодня мы продолжим изучение серии обзорных лекций. А для начала вспомним материал, пройденный на прошлом уроке. |  |  |  |
| У каждого из вас на партах лежат буклеты по данной теме. Мы сегодня будем работать по ним. В них вы можете найти ответы на мои вопросы, и основную часть теоретического материала. Тем самым вам не понадобится записывать определения и формулы, но примеры необходимо будет фиксировать в рабочих тетрадях. |  |  |  |
| Итак, начнем. Что называется **первообразной** для функции *f(x)*? | (по буклетам) Функция *F(x)*, для которой *F`(x)= f(x)*. |  |  |
| Назовите **общий вид первообразных**. | *F(x)+C* |  |  |
| Найдите общий вид первообразных для следующих функций: |  |  |  |
| *f(x)= 5x2 – 1* | *F(x)=* | *f(x)= 5x2 – 1*  *F(x)=* | |
| *f(x)= (2x-3)5* | *F(x)=* | *f(x)= (2x-3)5*  *F(x)=* | |
| *f(x)= x + cos x* | *F(x)=* | *f(x)= x + cos x*  *F(x)=* | |
| 1) Какая фигура изображена на слайде?  2)Что такое трапеция?  3)Почему данная фигура называется трапецией?  4)Почему криволинейной? | 1)Криволинейная трапеция.  2)Трапеция – это четырехугольник, у которого только одна пара сторон параллельна, а вторая не параллельна.  3)Потому что у данной фигуры одна пара сторон параллельна между собой, а вторая нет.  4)Так как она сверху ограничена функцией некоторой кривой. |  | (слайд 3) |
| Как вычислить площадь криволинейной трапеции? | (по буклетам)  *S= F(b) – F(a)* |  | (повесить таблицу)  *S= F(b) – F(a)* |
| 1. ***Введение нового материала*** | | | |
| Существует еще другой подход к задаче вычисления площади криволинейной трапеции!, который изучим мы сегодня. Итак, тема урока «Интеграл». Запишите в тетрадях тему урока. |  | Интеграл | Интеграл |
| Рассмотрим криволинейную трапецию образованную неотрицательной и непрерывной функцией *y=f(x).*  Начертим эту трапецию.  Я раздаю вам карточки, на которых дано изображение криволинейной трапеции. На них вы будете схематично делать дополнительные построения. |  |  | (Слайд 4) |
| Отрезок *[a,b]* разобьем на *n* отрезков одинаковой длины точками *x0=a<x1<x2<…<xn-1<xn=b*. | Разбивают отрезок *[a,b]* на *n* отрезков одинаковой длины. |  | (слайд 4) |
| Чему равна длина этих отрезков?  (Если длина всего отрезка *[a,b]* равна *b-a*, то при делении этого отрезка на *n* частей, длина каждого отрезка равна ). |  |  |  |
| На каждом из этих отрезков построим прямоугольник с высотой *f(xk-1)*.  Прямоугольники чертим от руки. | Чертят прямоугольники. |  | (слайд 5) |
| Чему равна ширина каждого из этих прямоугольников? |  |  |  |
| А длина? | *f(xk-1)* |  | *f(xk-1)* |
| Тогда чему равна площадь каждого из этих прямоугольников? | *S=(*длина x ширина) = |  | *S=* |
| Тогда сумма площадей всех прямоугольников равна |  |  | (Слайд 6) |
| Если число разбиений будет очень большим, то сумма площадей всех прямоугольников будет равна площади криволинейной трапеции, т.е. . |  |  | (Слайд 7) |
| При стремится к некоторому числу. Это число называют интегралом функции *f* от *a* до *b* и обозначают |  |  | (слайд 8)  Повесить таблицу |
| ∫ - знак интеграла. Был введен Лейбницем. Этот знак является изменением формы латинской буквы S. Числа *a* и *b* – пределы интегрирования.  *a* – нижний предел, *b* – верхний предел. Функция *f* – подынтегральная функция. Переменная *x* – переменная интегрирования. |  |  | (слайд 9) |
| Запись читается: «интеграл от *a* до *b* эф от икс дэ икс».  Прочитайте вслух данную запись. | Читают вслух запись  . |  |  |
| Если то |  |  | (слайд 10) |
| Слово «интеграл» введено Бернулли, а пределы интегрирования указал Эйлер. |  |  |  |
| Мы уже сказали, что сумма площадей прямоугольников и площадь криволинейной трапеции равны.  (обращение к табличкам) |  |  | (обращение к таблицам) |
| Тогда сравнивая формулы запишем  – формула Ньютона – Лейбница.  Ньютон и Лейбниц открыли эту формулу независимо друг от друга и практически одновременно в 17 веке. То, что математическую формулу вывели философ и физик никого не удивляет, ведь математика – язык, на котором говорит сама природа.  Разность коротко записывают  . Тогда  . |  |  | (слайд 11) |
| 1. ***Закрепление*** | | | |
| Рассмотрим примеры применения формулы Ньютона – Лейбница.  Пример 1.  Вычислим | Учащиеся отвечают на вопросы учителя. |  |  |
| Что является подынтегральной функцией в данном примере? | *x2* |  |  |
| Чему равна ее первообразная? |  |  |  |
| Тогда по формуле Ньютона – Лейбница имеем: |  |  | |
| Пример 2. (один из учащихся у доски с помощью учителя, остальные в тетрадях) | Один из учащихся у доски с помощью учителя, остальные в тетрадях |  | |
| Пример 3. (один из учащихся у доски с помощью учителя, остальные в тетрадях) | Один из учащихся у доски с помощью учителя, остальные в тетрадях |  | |
| Пример 4.  Вычислим площадь фигуры, ограниченной линиями  и . |  |  | (заготовка координатной плоскости) |
| Что вы можете сказать о функции ? | Это линейная функция. Ее графиком является прямая. Для ее построения необходимо две точки. Например (0, 1) (1,0). |  |  |
| А что вы можете сказать о функции ? | Это квадратичная функция, графиком является парабола. Вершина имеет координаты (x0,y0), где .  Нули функции – х=1и х=-3. |  |  |
| Начертите графики данных функций.  Найдем абсциссы точек пересечения. Это х=1 и х=-2. | х=1 и х=-2 – это абсциссы точек пересечения двух функций. |  |  |
| Итак, нам необходимо найти площадь фигуры ADC. Как это сделать? | Как разность площадей криволинейной трапеции BADC и прямоугольного треугольника ABC. |  | |
| Рассмотрим еще одно применение интеграла – нахождение объема.  Рассмотрим тело полученное вращением криволинейной трапеции вокруг одной оси. В общем виде объем любого тела находится по формуле , где - площадь сечения тела. |  |  | (слайд 12) |
| 1. ***Подведение итогов урока. Постановка домашнего задания.*** | | | |
| Завершили тему «Интеграл», научились вычислять первообразные, интегралы, площади фигур, рассмотрели применение интеграла на практике. Данные задачи не встретятся вам на ЕГЭ, но понадобятся вам во время учебы в ВУЗах. |  |  |  |
| Домашнее задание  № 358,  362,  363,  367,  368. |  |  | Домашнее задание  № 358,  362,  363,  367,  368. |