1. Задание 1 № 341698. Найдите значение выражения $-12\cdot(-8{,}6)-9{,}4.$
Решение.

Вычислим:

$$-12\cdot(-8{,}6)-9{,}4=103{,}2-9{,}4=93{,}8.$$

Ответ: 93,8.

2. Задание 2 № 341665. Между какими числами заключено число $\sqrt{78}$?

1) 38 и 40   2) 4 и 5   3) 77 и 79   4) 8 и 9

Решение.

Сравним квадраты приведённых в условии чисел:

$$\sqrt{78}^2=78,\quad 38^2>78,\quad 4^2=16,\quad 5^2=25,\quad 77^2>78,\quad 8^2=64,\quad 9^2=81.$$

Число 78 лежит между числами 64 и 81, поэтому $\sqrt{78}$ заключено между числами 8 и 9.

Ответ: 4.

3. Задание 3 № 311806. Укажите наибольшее из следующих чисел:

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $\sqrt{22}$

2) $2\sqrt{6}$

3) $(\sqrt{6})^2$

4) $\dfrac{\sqrt{111}}{\sqrt{3}}$

Решение.

Чтобы ответить на вопрос, возведём в квадрат числа $\sqrt{22},\ 2\sqrt{6},\ (\sqrt{6})^2,\ \dfrac{\sqrt{111}}{\sqrt{3}}$:

$$(\sqrt{22})^2 = 22, \quad (2\sqrt{6})^2 = 24, \quad (\sqrt{6})^4 = 36, \quad \left(\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 37.$$

Сравним их: $22 < 24 < 36 < 37$, следовательно, наибольшее число $\dfrac{\sqrt{111}}{\sqrt{3}}$.

Правильный ответ указан под номером 4.

4. Задание 4 № 314519. Найдите корни уравнения $x^2 - 4x - 21 = 0.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

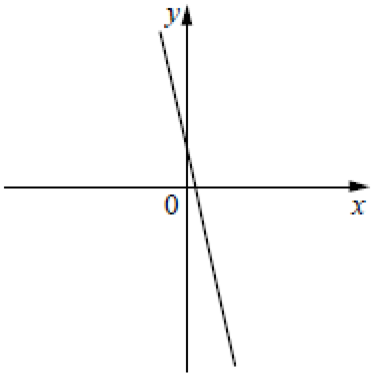
По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна 4, а их произведение равно −21. Тем самым, это числа 7 и −3.

Ответ: −3; 7.

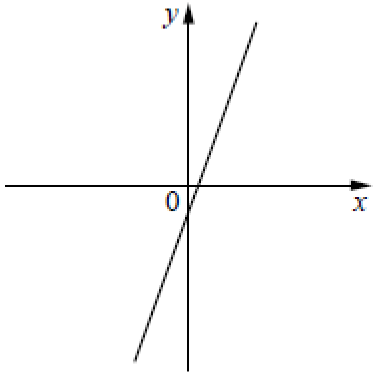
5. Задание 5 № 340950. На рисунке изображены графики функций вида *y* = *kx* + *b*. Установите соответствие между знаками коэффициентов *k* и *b* и графиками функций.

Графики

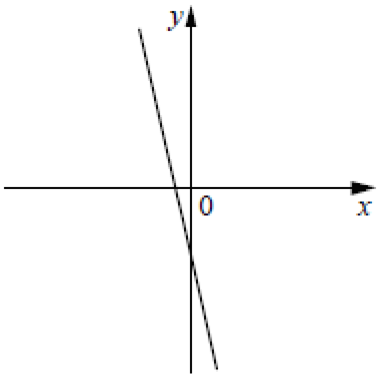
1)



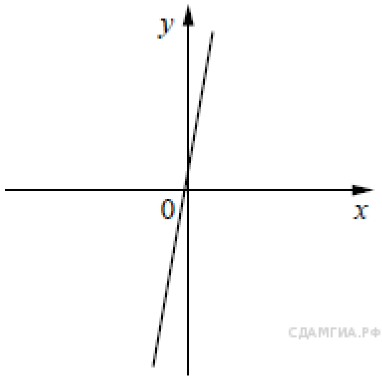
3)



2)



4)



Коэффициенты

А) k < 0, b < 0 Б) k < 0, b > 0 В) k > 0, b < 0

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если значение функции возрастает с увеличением *x*, то коэффициент *k* положителен, если убывает — отрицателен. Значение *b* соответствует значению функции в точке *x* = 0, следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение *b* положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно.

Таким образом, коэффициентам соответствуют следующие графики: А — 2, Б — 1, В — 3.

Ответ: 213.

6. Задание 6 № 314628. Записаны первые три члена арифметической прогрессии: 20; 17; 14. Какое число стоит в этой арифметической прогрессии на 91-м месте?
Решение.

Определим разность арифметической прогрессии:

$$d = a_2 - a_1 = 17 - 20 = -3.$$

Член арифметической прогрессии с номером n может быть найден по формуле

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Необходимо найти a_{91}, имеем:

$$a_{91} = a_1 + d(91-1) = 20 + (-3) \cdot 90 = -250.$$

Ответ: −250.

7. Задание 7 № 192. Упростите выражение $(a+2)^2 - a(4-7a)$, найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответ запишите полученное число.
Решение.

Упростим выражение:

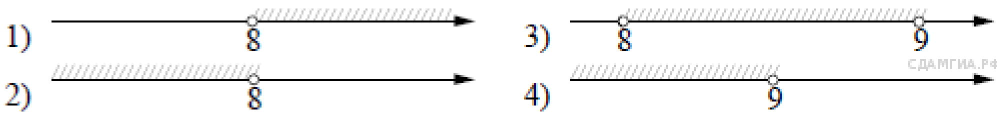
$$(a+2)^2 - a(4-7a) = a^2 + 4a + 4 - 4a + 7a^2 = 8a^2 + 4.$$

Найдём значение выражения при $a = -\frac{1}{2}$:

$$8\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4 = 8 \cdot \frac{1}{4} + 4 = 6.$$

Ответ: 6.

8. Задание 8 № 340913. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств
$\begin{cases} x < 9, \\ 8 - x > 0? \end{cases}$



Решение.

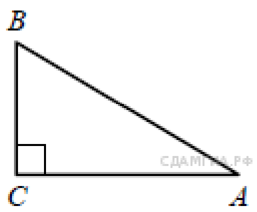
Решим систему:

$$\begin{cases} x < 9, \\ 8 - x > 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 9, \\ 8 > x, \end{cases} \Leftrightarrow x < 8.$$

Решением системы является отрезок, изображённый под номером 2.

Ответ: 2.

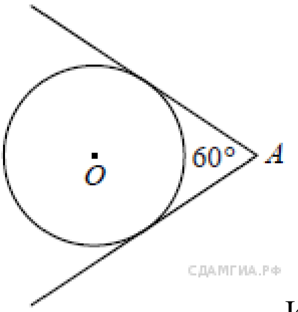
9. Задание 9 № 311816. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, *BC* = 20, $\operatorname{tg} A$= 0,5. Найдите *AC*.
Решение.



Тангенс угла равен отношению противолежащего углу катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{BC}{\operatorname{tg} A} = \frac{20}{0,5} = 40.$$

Ответ: 40.



10. Задание 10 № 102. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки O равно 8.

Решение.

Опустим радиусы на каждую касательную. Соединим точки А и О. Получившиеся треугольники - прямоугольные, так как радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной. По гипотенузе и катету эти треугольники равны, таким образом, мы получили, что угол, лежащий напротив катета равен 30°.Катет, лежащий напротив угла в 30°.равен половине гипотенузы, тогда радиус равен 4.

Ответ: 4.

11. Задание 11 № 169911. В ромбе сторона равна 10, одна из диагоналей — 10, а угол, из которого выходит эта диагональ, равен 120°. Найдите площадь ромба, *деленную на* $\sqrt{3}.$

Решение.

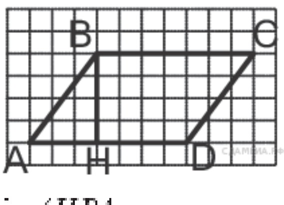
Площадь ромба равна произведению сторон на синус угла между ними:

$$S = 10 \cdot 10 \cdot \sin 120^\circ = 50\sqrt{3}.$$

Ответ:50.

Примечание:

Можно найти вторую диагональ по теореме косинусов и вычислить площадь ромба как половина произведения диагоналей.



12. Задание 12 № 311356. На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$. Используя рисунок, найдите $\sin\angle HBA$.

Решение.

Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему. $\sin\angle HBA = \frac{AH}{AB}$.
BAH

Треугольник — прямоугольный, поэтому

Вычислим по теореме Пифагора длину гипотенузы AB:

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

Тогда

$$\sin\angle HBA = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

13. Задание 13 № 311959. Укажите номера верных утверждений.

1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.

2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.

3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

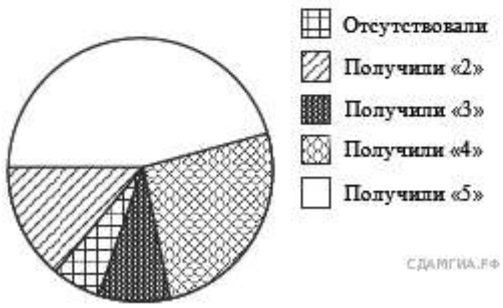
Проверим каждое из утверждений.

1) «В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.» — неверно, не в любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.

2) «Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.» — неверно, диагональ параллелограмма делит его углы пополам только в том случае, когда параллелограмм является ромбом.

3) «Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.» — верно, это теорема планиметрии.

Ответ: 3.



14. Задание 14 № 311300. Учитель математики подвел итоги контрольной работы по алгебре среди учащихся 9-х классов. Результаты представлены на диаграмме. Сколько примерно учащихся получили отметку «4» и «5», если всего в этих классах учатся 200 учащихся?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) 120

2) 50

3) 60

4) 140

Решение.

Определим доли учащихся, получивших оценки «4» и «5» по диаграмме. Оценку «5» получила примерно половина учащихся, что составляет 100 человек. Доля получивших «4» составляет примерно половину от оставшихся учащихся то есть 50 человек. Таким образом, оценки «4» и «5» получило около 150 человек. Наиболее близкий вариант ответа — 140 человек.

Правильный ответ указан под номером 4.

15. Задание 15 № 340592. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в километрах) давление составит 540 миллиметров ртутного столба?

Решение.

Из графика видно, что давление 540 миллиметров ртутного столба составит на высоте 2,5 километра.

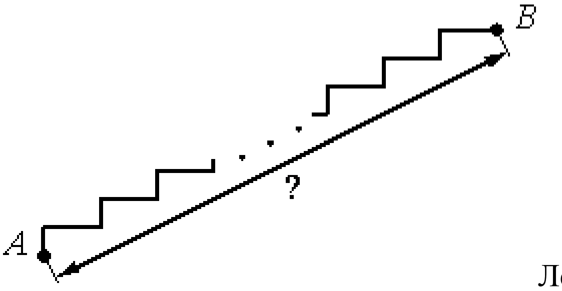
Ответ: 2,5.

16. Задание 16 № 318293. Магазин детских товаров закупает погремушку по оптовой цене 260 рублей за одну штуку и продаёт с 40-процентной наценкой. Сколько будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?

Решение.

Наценка составит $260 \cdot 0{,}4 = 104$ руб. Следовательно, три погремушки будут стоить $(260 + 104) \cdot 3 = 1092$ руб.

Ответ: 1092 руб.



17. Задание 17 № 322886. Лестница соединяет точки *A* и *B* и состоит из 20 ступеней. Высота каждой ступени равна 16,5 см, а длина — 28 см. Найдите расстояние между точками *A* и *B*(в метрах).

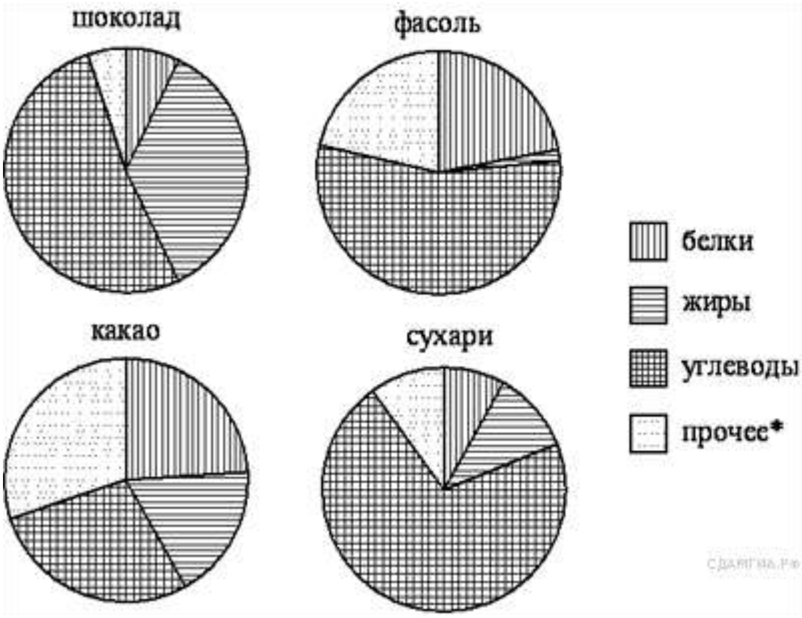
Решение.

Задача сводится к нахождению гипотенузы прямоугольного треугольника. Высота лестницы составляет $20 \cdot 16{,}5 = 330$ см = 3,3 м. А длина по горизонтали составляет $20 \cdot 28 = 560$ см = 5,6 м. По теореме Пифагора найдём расстояние между точками *A* и *B*: $\sqrt{3{,}3^2 + 5{,}6^2} = 6{,}5$ м.

О т в е т: 6,5.

18. Задание 18 № 325362. На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сливочных сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание углеводов наибольшее.

*-к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.



1) какао

2) шоколад

3) фасоль

4) сухари

Решение.

Из диаграмм видно, что больше всего углеводов содержится в сухарях.

О т в е т: 4.

19. Задание 19 № 325498. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел равна 6 или 9.

Результат округлите до сотых.

Решение.

При бросании кубика равновозможны шесть различных исходов. Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадает 6 очков, равно 5: 1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1. Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадает 9 очков, равно 4: 3+6, 4+5, 5+4, 6+3. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков или 9 очков, равна

$$\frac{5+4}{36}=\frac{1}{4}=0,25.$$

Ответ: 0,25.

20. Задание 20 № 311856. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (t °C) в шкалу Фаренгейта (t °F), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 158° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной F:

$$158=1,8\cdot C+32 \Leftrightarrow C=\frac{126}{1,8} \Leftrightarrow C=70.$$

Ответ: 70.

21. Задание 21 № 314360. Сократите дробь

$$\frac{x^3+5x^2-9x-45}{(x-3)(x+5)}.$$

Решение.

Последовательно разделим многочлен на одночлены в столбик:

$$\begin{array}{r|l}
x^3+5x^2-9x-45 & x-3 \\
\underline{-\ x^3-3x^2\qquad\qquad} & \overline{x^2+8x+15} \\
8x^2-9x\quad\ \ & \\
\underline{-\ 8x^2-24x\quad\ \ } & \\
15x-45 & \\
\underline{-\ 15x-45} & \\
0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
x^2+8x+15 & x+5 \\
\underline{-\ x^2+5x\qquad\ } & \overline{x+3} \\
3x+15 & \\
\underline{-\ 3x+15} & \\
0 &
\end{array}$$

Ответ: $x+3$.

22. Задание 22 № 314442. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 70%, а во втором — 40% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% меди?

Решение.

Пусть первый сплав взят в количестве *x* кг, тогда он будет содержать 0,7*x* кг меди, а второй сплав взят в количестве *y* кг, тогда он будет содержать 0,4*y* кг меди. Соединив два этих сплава получим сплав меди массой *x* + *y*, по условию задачи он должен содержать 0,5(*x* + *y*) меди. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0,7x+0,4y=0,5(x+y).$$

Выразим *x* через *y*:

$$x=\frac{1}{2}y.$$

Следовательно, отношение, в котором нужно взять сплавы:

$$\frac{x}{y}=\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

23. Задание 23 № 314437. Парабола проходит через точки *K(0; 2), L(– 5; – 3), M(1; 9)*. Найдите координаты её вершины.

Решение.

Одна из возможных форм записи уравнения параболы в общем виде выглядит так: $y=ax^2+bx+c.$

Координата x вершины параболы находится по формуле $x_{\text{в}}=-\frac{b}{2a}.$ Координату y вершины параболы найдётся подстановкой $x_{\text{в}}$ в уравнение параболы. Таким образом, задача сводится к нахождению коэффициентов $a,$ b и $c.$ Подставив координаты точек, через которые проходит парабола, в уравнение параболы и получим систему из трёх уравнений:

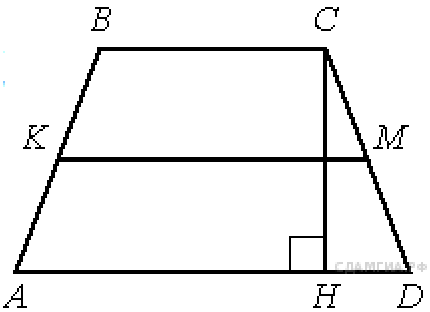
$$\begin{cases} c=2, \\ 25a-5b+c=-3, \\ a+b+c=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=2, \\ 25a-5(7-a)+2=-3, \\ b=7-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=2, \\ b=6, \\ a=1. \end{cases}$$

Найдём координаты вершины:

$$x_{\text{в}} = -\frac{6}{2} = -3;$$

$$y_{\text{в}} = 9 + 6 \cdot (-3) + 2 = -7.$$

Ответ: (−3; −7).

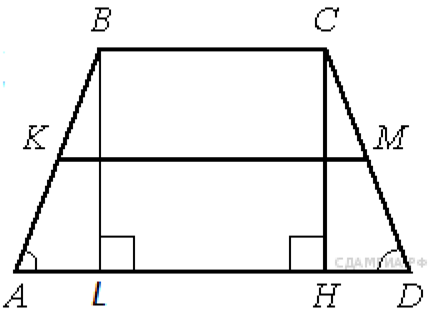


24. Задание 24 № 315004. В трапеции *ABCD* боковые стороны *AB* и *CD* равны, *CH* — высота, проведённая к большему основанию *AD*. Найдите длину отрезка *HD*, если средняя линия *KM* трапеции равна 16, а меньшее основание *BC* равно 6.

Решение.

В трапеции средняя линия равна полусумме оснований, поэтому можем найти большее основание AD, зная KM и BC:

$$KM = \frac{AD + BC}{2} \Leftrightarrow AD = 2KM - BC = 2 \cdot 16 - 6 = 26.$$



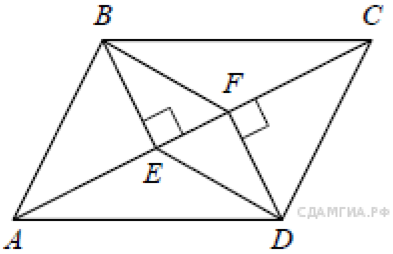
Проведём в трапеции вторую высоту BL. Трапеция равнобедренная, поэтому $\angle A = \angle D$. Рассмотрим два треугольника: ABL и CHD, они прямоугольные, имеют равные углы и AB равно CD, следовательно, эти треугольники равны. Таким образом, равны отрезки AL и HD.

Также рассмотрим четырёхугольник $LBCH$, все углы в нём — прямые, следовательно, это прямоугольник, значит, $BC = LH$.

Теперь найдём длину отрезка HD:

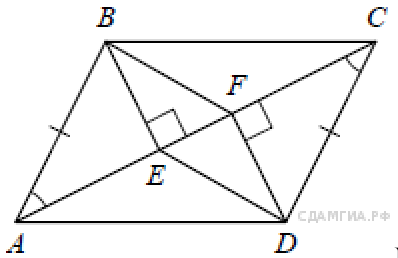
$$AD = AL + LH + HD \Leftrightarrow AD = 2HD + LH \Leftrightarrow HD = \frac{AD - BC}{2} \Leftrightarrow \frac{26-6}{2} = 10.$$

Ответ: 10.



25. Задание 25 № 77. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.

Решение.



Прямоугольные треугольники ABE и CDF равны по гипотенузе и острому углу ($AB = CD$ как противолежащие стороны параллелограмма; $\angle BAE = \angle DCF$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей AC). Следовательно, $BE = DF$. Кроме того, $BE \parallel DF$, т. к. это перпендикуляры к одной прямой. Таким образом, в четырёхугольнике $BFDE$ противолежащие стороны равны и параллельны, поэтому $BFDE$ — параллелограмм.

26. Задание 26 № 340325. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM = 4:1.Прямая AK пересекает сторону BC в точке P.Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.