Урок повторения в 11 классе. Теорема Виета.

Цель урока: показать разнообразные применения теоремы Виета при повторении тем алгебры за курс средней школы.

Ход урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение изученного материала.

*Слайд1.*

По праву достойна в стихах быть воспета

О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого6

Умножишь ты корни – и дробь уж готова?

В числителе **с**, в знаменателе **а**.

А сумма корней тоже дроби равна.

Хоть с минусом дробь, что за беда!

 В числителе **в**, в знаменателе **а**.

Предложить классу записать символами то, что сказано стихами. Повторить теорему в словесной форме и записать символически. Проверить с использованием *слайда 2*

(ах2+вх+с=0, Д$\geq 0$ х1+х2=- $\frac{в}{а}$ х1х2= $\frac{с}{а}$ ,$)$

1. Обобщение и систематизация знаний.

( на примерах из разных разделов математики)

а) Не решая уравнение $х^{2}$ -3х-10=0 вычислите сумму кубов его корней. (Слайд3)

Решение:

Пусть х1;х2 – корни данного уравнения. Выполним преобразования суммы кубов и подставим соответствующие значения суммы и произведения с использованием теоремы Виета. Ответ: 117 (слай4)

б) Корни уравнения $х^{2}$-вх-в=0 таковы, что х13 +х2 3 + х13 х2 3 =75. Найдите **в.** *Слайд5*

*Решение*

*По теореме Виета сумма корней равна в, произведение равно –в, По условию*

х13 +х2 3 + х13 х2 3 *= (х1+х2)3* -3х1х2(х1+х2)+ х13 х2 3=75. Значит в=±5.

в) Пусть х1; х2 – корни данного уравнения 3х2+14х-14=0. Сравните с 1 значение дроби

( 3х12+5х1х2+3 х22)/(4х1 х22+4 х12 х2*) Слайд5*

х12 х22

Решение:

Данное выражение легко привести к виду

(3(х1+х2)2 - х1х2) / 4 х1х2(х1+х2) =(3(-14/3)2 – (14/3)) / 4(-14/3)2= 14/3(14-1) / 4(14/3)2 =$ \frac{13·3}{14·4}<1$ *Слайд 6*

г ) При каком значении параметра а корни х1 и х2  уравнения х2+3х+а=0 удовлетворяют равенству х1/ х1 + х2/ х1 +а > 0? *Слайд7*

Решение:

Если уравнение имеет корни, то значит 9-4а >0, отсюда а≤9/4. Из данного в условии соотношения для корней имеем:

*(х12+х22+* ах1х2)/ х1х2=((х1+х2)2 - 2 х1х2+а х1х2)/ х1х2=(9 – 2а+а2)/а

Неравенство 9 – 2а+а2$>$0 верно при любом а, значит 0<а ≤$\frac{9}{4}$ (*Слайд8)*

*д) Вычислите без помощи таблиц lg2 и lg5 , зная , что lg2·lg5 =0,2104 (слайд9)*

*Решение:*

*По свойству логарифмов lg10=lg2+lg5=1? По условию lg2·lg5=0,2104.*

*Значит, если уравнение х2 – х+0,2104=0 имеет корни* х1 и х2,  то х1 =lg2 , х2=lg5 Решая составленное уравнение, находим: х1 =0,6995, х2=0,3050 *слайд1*0

е) Чему равна сумма α и β, если tg α и tg β являются корнями уравнения 6х2 - -5х+1=0? *Слайд11*

Решение:

Воспользуемся формулой тангенса суммы tg(α+ β)=$\frac{tg α+tg β}{1- tg αtg β }$ =$\frac{5/6}{1-1/6}$ =1

α + β=45®+180\*к, к€ Z (*слайд12)*

*и)* Сумма десяти первых членов арифметической прогрессии равна 140, а произведение второго и девятого членов равно 147. Найти прогрессию. С*лайд13*

Решение:

Составим систему в соответствии с условием задачи

 (а1 +а10 )·10=280

 а2·а9=147

По свойству арифметической прогрессии а1+а10=а2+а9,  тогда систему перепишем иначе

а2+а9 =28

 а2·а9=147

Теперь можно воспользоваться теоремой Виета и составит уравнение х2 -28х+147=0, которое имеет два корня х1=21, х2=7

Если положить, что а2=7, а9=21,то получится возрастающая прогрессия 5;7;…, если же считать, что а2=21, а9=7, то придём к убывающей прогрессии 23;21;19;…*Слайд14.*

*К)* Длины катетов некоторого прямоугольного треугольника являются корнями уравнения х2 - х+1=0. Не решая данного уравнения найдите радиус r окружности, вписанной в этот треугольник.*Слайд15*

Решение. Пусть S –площадь данного треугольника, Р – его периметр. По условию 2S=х1х2  Р= х1 + х2  +с, где с=$√$х12 + х22 , тогда получим Р=3+$\sqrt{9-2}$ =$3+\sqrt{7}$, воспользуемся равенством 2S=Рr, r=2S/Р= х1х2(3+$\sqrt{7}$)=1/(3+$\sqrt{7}$)=(3 - $\sqrt{7}$)/2 Слай16

 Л) Решите систему

{2х+2у=5

2х+у +4 *слайд17*

Решение. Рассмотрим уравнение z2- 5z+4=0 Его корни z1=4 z2=1, получим решения (2;0), (0;2) *слайд18*

М) Решите систему уравнений

Х(х+1)(3х+5у)=144

Х2+4х+5у=24 *слайд19*

Решение:

Данную систему приведем к виду

(Х2+х)(3Х+5У)=144

(Х2+Х)(3Х+5У)=24

 Введём обозначения, получим уравнение t2- 24t+144=0, которое имеет корень 12, исходная система имеет два решения (3;0,6); (-4;4.8) *Слайд20*

1. Итог Урока.

 Повторить темы, где применялась теорема Виета. Что нового узнали на уроке?

1. Домашнее задание.

 Используя доп. литературу, Интернет составить коллекцию заданий, в которых применялась теорема Виета.