**Предмет:** Алгебра и начала анализа (профильный уровень)

**Авторы учебника**: А.Г. Мордкович и др. «Алгебра и начала анализа», 11 класс, (профильный уровень), М. «Мнемозина», 2014г

**Клаcc:** 11

**Учитель:** Хафизова Ф.К.

**Тема урока "Многочлены"**

**Цели:** Обобщить и систематизировать теорию о многочленах от одной переменной, многочленах от нескольких переменных, приемы решения целых алгебраических уравнений в стандартных и нестандартных ситуациях.

**Задачи:**

Образовательные:

* повторить деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и следствие, теорему о целом корне многочлена, схему Горнера;
* сформировать у учащихся умения и закрепить навыки решения алгебраических уравнений;
* научить применять ключевые задачи не только в знакомой, но в модифицированной и незнакомой ситуациях.

Развивающие

* развить умения самостоятельного решения уравнений и задач, связанных с преобразованием многочленов;
* содействовать развитию устойчивого интереса к математике с помощью математической строгости умозаключения;
* ознакомить с логическими приемами мышления.

Воспитательные:

* воспитать чувство ответственности, формировать навыки самооценки;
* содействовать желанию расширить и углубить знания, полученные на уроке,
* воздействовать на мотивацию к учению с помощью историко-математического материала;
* содействовать повышению грамотности устной и письменной речи учащихся.

**Тип урока:** урок обобщения и систематизации знаний

**Оборудование:** плакат с заданиями “Устно”, “Разложить на множители”, “Решить уравнения”.

**Форма организации учебной деятельности:** Индивидуальная, фронтальная, групповая, самопроверка.

**План урока:**

1. Организационный момент: вступительное слово учителя, в котором он подчеркивает значение материала изученной темы, сообщает цель и план урока (1 мин.)
2. Актуализация опорных знаний (8 мин.):

* повторение теории о многочленах: многочлены от одной переменной;
* многочлены от нескольких переменных (демонстрация слайдов);

3. Фронтальная работа “Устно” (3 мин.)
4. Решение задач (25 мин.):

I этап: алгебраические уравнения от одной переменной;
II этап: алгебраические уравнения от нескольких переменных;

а) работа в группах;
б) работа у доски;
в) работа с помощью интерактивной доски;

5. Самостоятельная работа учащихся (5 мин.)
6. Подведение итогов урока. Рефлексия (2 мин.)
7.Задание на дом, инструкция о его выполнении (1 мин.)

**Ход урока**

**1. Вступительное слово учителя**

(На доске тема, цели и задачи урока.)

умение делить “углом” многочлен на многочлен, теорема Безу, следствие теоремы Безу, использование схемы Горнера при решении уравнений высших степеней позволит вам справиться с наиболее сложными заданиями ЕГЭ за курс средней школы. Тему “Многочлены” (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных) ученик формулируют сами.

Не надо боятся ошибиться, совет учиться на ошибках другого бесполезен, научиться чему-либо можно только на собственных ошибках. Как говорил Анатоль Франс (1844–1924) “Учиться можно только весело…. Чтобы переваривать знания, надо поглощать их с аппетитом”. Будьте активны, внимательны. Сегодня каждый из вас оценит свои знания сам. Получите оценочные листы.

**2. Актуализация опорных знаний самими учащимися.**

– Внимание на экран (слайд 1, слайд 2. См. [Приложение 1](http://festival.1september.ru/articles/563153/pril1.doc))

“Основные приемы решения уравнений”
“Основные определения и понятия курса “Многочлены”

Понятие многочлена от одной переменной возникло в связи с задачей решения алгебраических уравнений от одной переменной, которой занимались уже в глубокой древности.

Современная математика изучает и использует в общем случае многочлены от одной переменной, у которых коэффициенты а0, ,а1,…,аn являются объектами произвольной природы, а не только числами.
На доске (лицевая и обратная сторона) заранее заготовлены задания:

а) разделить “углом” многочлен (х3 – 2х2 + 3х -5) на многочлен (х2 -3х – 1);
б) разделить “углом” многочлен (х3 – 3х2 + 5х - 15) на многочлен (х2 +5) и два ученика, не видя друг друга, представляют свой вариант решения с последующим комментарием решения.

Учащеся знакомят с биографией Этьена Безу и Уильяма Джорджа Горнера (слайд 8, 9) (одним из интереснейших фактов жизни Этьена Безу является то, что ему удалось расшифровать тайную переписку испанского короля, тем самым помочь французскому королю выиграть войну с Испанией). У экрана следующий ученик доказывает теорему Безу, приводит пример на применение теоремы Безу

**3. Подготовка к работе в «лаборатории» (Устно)**

3.1. Найдите степень суммы многочленов: х3 + 3х2 + 1 и х5 + х4 + 6х2 - 1.

3.2. Найдите степень произведения многочленов: (х2 - 1)(х3 + 1)(х + 1) и (х - 1)3(х + 1)2

3.3. Найдите остаток от деления многочлена f(x) = х5 - 4х4 + 5х3 - 2х2 + 7х - 1 на (х – 1)

3.4. Является ли число 2 корнем многочлена f (x) = х4 - 2х3 + 8 х2 - х - 1?

3.5. Делится ли многочлен f (x) = х5 - 7х3 + х2 + 13х + 6 на (х + 1) нацело?

Слайды 12, 13 “Схема Горнера”, комментирует ученик:

У доски учащийся демонстрирует применение схемы Горнера:

разделить (х7-2х4 +27х+3) на (х+2), используя схему Горнера

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | 1 | 0 | 0 | -2 | 0 | 0 | 27 | 3 |
| -2 | 1 | -2 | 4 | -10 | 20 | -40 | 107 | -211 |

х7 -2х4 +27х+3 = (х+2) (х6 + 2х5 + 4х4 - 10х3 + 20 х2 – 40х +107) – 211

**4. Лаборатория.**

Учитель акцентирует внимание учащихся на задание.

**I этап**

Многочлены от одной переменной.

**Учитель:** Класс делится на две группы, начинается соревнование “Решай, ищи, твори и мысли”, в два этапа, с учетом времени.

1. Разложить на множители:

х3 - 3х2 + 3х – 9

3х3 – х2 + 27х – 9

2. Решить уравнение: (работают у доски два ученика с разных групп)

1. х3 - 7 х + 6 = 0 (ответ: х = 1, х = -3, х = 2)

2. х3 - 19 х - 30 = 0

Решение: х = - 2 – корень уравнения х3 - 19 х – 30 среди делителей 30

|  |  |
| --- | --- |
| х3 - 19 х – 30 = (х + 2)(х2 – 2х -15)  | (х + 2)(х2 – 2х -15)=0  |

Ответ: х = -2; х= -3; х = 5

3. 6 х3 + 11х2 -3 х – 2 = 0

Решение:

6 х3 + 11х2 -3 х – 2 = (х+2)(6 х2 –х – 1) =0,

(х+2) (2х-1) (3х+1)= 0

Ответ: : х = - 2, х=1/2, х = - 1/3

(Последнее уравнение решают все, оставаясь на своих местах.)

**Учитель:** обратите внимание, корень х= -1/3 – свободный член приведенного многочлена 6 х3 + 11х2 -3 х – 2

3. Учащиеся, справившиеся с заданием, засекая время, решают дальше

Разложить на множители:

х5 – х4 – 5 х3 + х2 + 8х + 4;

ответ: (х + 1) (х +1) (х +1) (х - 2) (х - 2))

Решение проверяют по слайдам 15-17 (слайды содержат анимацию):

Решить уравнение: (решают у доски учащиеся с разных групп)

у3 – 2 у2 - 3у + 10 = 0

Решение: Целочисленный корень уравнения у = - 2 среди делителей 10:

(±1, ±2, ±5, ±10). Разделив на (у + 2) получим квадратный трехчлен у2 – 4у + 5, не имеющий действительных корней

у3 – 2 у2 - 3у + 10 = (у+2)(у2 - 4у + 5)

(у+2)(у2 - 4у + 5) = 0

Ответ: у = - 2

у3 + 4 у2 + 6 у + 4 = 0

Решение: у = - 2 делители 4: (±1, ±2, ±4 )

у3 + 4 у2 + 6 у + 4 = (у+2)(у2 + 2у + 2)

(у+2) (у2 + 2у + 2) = 0 Ответ: у = - 2

2 х3 – х2 + 5 х + 3 = 0

Решение: Умножим обе части уравнения на 4: 8 х3 – 4 х2 + 20 х + 12 = 0

(2х)3 - (2х)2 + 10(2х) + 12 = 0. Введем у = 2х, получим у3 – у2 + 10 у + 12 = 0.
Целочисленный корень у = - 1 находим среди делителей 12 (теорема 4)

Разделив на (у + 1) получим квадратный трехчлен у2 – 2у + 12, не имеющий действительных корней, Так как х = у/2, х1 = -1/2 единственный корень. Ответ: х1 = -1/2

Решить уравнения: а) 3 х3 + 2 х2 + 5 х - 2 = 0; b)4 х3 - 10 х2 + 14 х - 5 = 0

Решение: b) Умножим обе части уравнения на 2: 8х3 - 20 х2 + 28 х - 10 = 0

(2х)3 - 5 (2х)2 + 14(2х) – 10 = 0. Введем новую переменную у = 2х, получим

у3 – 5 у2 + 14 у – 10 = 0. Целочисленный корень уравнения очевиден:

у =1 среди делителей свободного члена 10: (±1, ±2, ±5, ±10). Разделив многочлен у3 – 5 у2 + 14 у – 10 на (у -1), получим у2 – 4у + 10, не имеющий действительных корней. Так как х = у/2, х1 =1/2 единственный корень. Ответ: х = 0,5

х (х-1) (х – 2) (х -3) = 24

Решение уравнения х (х-1) (х – 2) (х -3) = 24 записывает ученик, используя интерактивную доску.

Решение: Заметим, что х (х-1) = х2 - 3х, (х-1) (х – 2) = х2- 3х

Перепишем уравнение в виде (х2- 3х)( х2- 3х + 2) = 24. Введем у = х2 - 3х

Получим у2 + 2 у – 24 = 0; у1= 4 и у2= - 6; Возвращаемся к переменной х, решаем два уравнения х2- 3х = 4; х2 - 3х = - 6. Из первого находим х = 4, х= -1, второе уравнение не имеет действительных корней. Ответ: 4; -1

**II этап**

Многочлены от нескольких переменных.

1. У доски ученик демонстрирует разложение на множители многочлена от двух переменных двумя способами

а) 6 m2 -13 mn – 5n2 (решает ученик с первой группы)

Решение: Разложим на линейные множители квадратный трехчлен

6 m2 -13 m n – 5n2 от переменной m с коэффициентами 6; - 13 n; -5 n2 ;

m1 = 5/2 n, m2 = – 1/3 n

6 m2 – 13 mn – 5n2 = 6(m – 5/2 n)( m + 1/3 n)= (2m – 5 n) (3 m + n)

Ответ: 6 m2 – 13 mn – 5n2 = (2m – 5 n) (3 m + n)

б) 6a2 – 5 a b – 6 b2 (решает ученик со второй группы)

Решение: Рассмотрим 6a2 –5ab – 6b2 как квадратный, относительно а с коэффициентами 6; -5 b; – 6 b2 , найдем корни a1 = -2/3 b или a2= 3/2 b, получим

6a2 – 5ab – 6b2 = 6(a +2/3 b)( a - 3/2 b)= (3a +2 b)( 2a - 3 b)

в) 5х2 + 27 ху +10 у (решают все с последующей самопроверкой)

Решение:

5х2 + 27 ху +10 у = 5 (х + 2у/5) (х+5у)

Д = 729 у2 – 200у2 = 529 у2

х1= - 2у/5,

х2= - 5у

3. **Учащийся:** Многочлен р (х;у) называют симметрическим, если он сохраняет свой вид при одновременной замене х на у и у на х

Сиcтему двух уравнений с двумя переменными называют симметрической системой, если оба ее уравнения – симметрические. Решим симметрическую систему: (работает учащаяся на интерактивной доске)

|  |  |
| --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/563153/img1.gif | х3 + х3 у3 + у3 = 17. х + х у + у = 5. |

Решение: Введем две новые переменные х + у = u х у = v,

Воспользуемся выражением

х3 + у3 = (х + у)3 – 3х у (х + у), тогда система примет вид:

|  |  |
| --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/563153/img1.gif | u3 – 3uv + v3 = 17 u + v = 5 |

u3 – 3u (5 – u) + (5 – u) 3 = 17;

u3 – 15u + 3u2 + 125 – 75 u + 15u2 - u3 = 17:

18u2 - 90u + 108 = 0;

u2 - 5 u + 6 = 0: u1 = 2, u2 = 3, соответственно находим v1= 3, v2= 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/563153/img1.gif | х + у = 2, х у = 3; | http://festival.1september.ru/articles/563153/img1.gif | х + у = 3, х у = 2; итак, получим (1; 2); (2; 1),  |

Ответ: (1; 2); (2; 1).

**5. Самостоятельная работа (5 мин.)**

Решить уравнение:

1. х4 + 3х3 - 13х2 – 9х + 30=0

Учащиеся проверяют свое решение

2.Разложить на множители:

8а3 + 36а2 в + 54ав2 + 27в3

Решение: 8а3 + 36а2 в + 54ав2 + 27в3 = 8а3 + 27в3 + 36а2 в + 54ав2 = 8а3 + 27в3 + 18ав (2а +3в) = (2а)3 + (3в)3 + 18ав (2а +3в) = (2а +3в) (4а2 -6ав + 9в2)

+ 18ав (2а +3в) = (2а +3в) (4а2 - 6ав + 9в2 + 18 ав) =(2а +3в) (4а2 +9ав + 9в2) = (2а +3в)3

Ответ: (2а +3в)3

**6. Подведение итогов урока. Рефлексия**

**Учитель:** Какие затруднения испытывали при решении уравнений высших степеней?

Учитель комментирует ответы учащихся, выставляя отметки в журнал.

**7. Задание на дом, инструкция о его выполнении**

Решите систему уравнений

|  |  |
| --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/563153/img1.gif | х + у = 1, х4+ у4 = 17 |

При каких значениях параметра а многочлен

(х2 +(2а +1) х + 2а)( х2 - (а +2) х + 2а)(х-1) имеет кратные корни? Найдите эти корни (Филиппова М, Филиппов В, Филиппов Д, Головин А. Ятманов П , Войнов А.)

4. Вывести формулу квадрата суммы четырёх слагаемых.