***Тема:*** решение уравнений в целых числах методами разложения на множители и как квадратного относительно какой-либо переменной

***Тип урока:*** урок совершенствования знаний, умений и опыта учащихся

***Цели:*** 1) совершенствовать умение применять изученные методы решения уравнений в целых числах

а) метод разложения на множители;

б) метод решения уравнения как квадратного относительно одного из неизвестных через решение упражнений.

2) рассмотреть на примере графический метод решения уравнений в целых числах

***План урока:***

1. проверка домашнего задания;
2. обсуждение изученных методов решения;
3. работа в группах по классификации предложенных уравнений;
4. работа в группах по решению уравнений;
5. подведение итогов работы в группах;
6. знакомство с графическим методом решения;
7. подведение итогов урока.

***Ход урока***

**I.** *Организационный момент. Постановка целей урока.*

Учащиеся на листочках заканчивают фразу: «Сегодня на уроке я хотел бы …» (научиться, понять, разобраться, получить ответ на вопрос и т. д.)

**II.** *Проверка домашнего задания.*

Проводится взаимопроверка в парах по ответам, записанным на доске:

1. *ху* = 15

(1;15), (15;1), (-1;-15), (-15;-1), (3;5), (-3;-5), (5;3) ,(-5;-3).

2. (*х* – 2)(*ху* + 4) =1

(3;-1), (1;-5).

3. 36*х*2 – *у*2 = 27

(-1;-3), (1;3), (1;-3), (-1;3).

4. 7*ху* + 4*у*2 =11

(1;1), (-1;-1).

5. *х*2 – 7*ху* + 6*у*2 = 18

Решений нет.

Если уравнение не решено, ученик переписывает ответ; это задание переносится на следующий урок.

**III.** *Обсуждение изученных методов решения уравнений в целых числах*

Сегодня на уроке мы продолжим работу по решению уравнений в целых числах. Обсуждаемые вопросы:

- какие методы решения были рассмотрены?

- в каких случаях используют метод разложения на множители и в чем его суть?

- как поступаем, если разложить на множители не удалось?

- что значит «решить уравнение как квадратное относительно какой-либо переменной»?

**IV.** *Работа в группах по классификации предложенных уравнений.*

Учащимся предлагается список уравнений:

1. 2*х*2 + *ху* = *х* +7;
2. 2*х*2 – *ху* *-* 3*у*2 = 7;
3. *х*2 *-* 3*ху* = *х* *-* 3*у* + 2;
4. *у + х = ху*;
5. ;
6. 4*х*2 *-* 2*ху* + 2*у*2 + *у* – 2*х –* 1 = 0;
7. 2*х*2*у*2  + *у*2 - 6*х*2 – 12 = 0.

Ученики должны выписать

1. уравнения, которые решаются разложением на множители;
2. уравнения, которые можно решить как квадратные относительно одного из неизвестных.

Если возникли сомнения, поставить рядом с уравнением «?»

Обсудить

- какое (или какие) уравнение стоит особняком? Почему?

- соответствует ли это уравнение теме урока?

- какие уравнения вызвали затруднения с определением метода решения? В чем трудность?

Итак, в результате обсуждения получили три группы уравнений:

1) № 1, 3, 4, 7; 2) № 2, 6; 3) № 5 – «особое» уравнение.

**V.** *Работа в группах по решению уравнений.*

Каждая группа учащихся решает по три уравнения – два методом разложения на множители и одно методом решения квадратного уравнения относительно переменной *х* или *у*.

Представители групп, справившихся с заданием раньше остальных, записывают на доске решение.

**1.** 2*х*2 + *ху* = *х* +7*х*;

*х*(2*х + у –* 1) =7

7= 7· 1 = 1· 7 = *-*1·(*-*7) = *-*7 · (*-*1)

или  или  или 

(7;*-*12) (1;6) (*-*1;*-*4) (*-*7;14)

**2.** 2*х*2 – *ху* *-* 3*у*2 = 7

Рассмотрим уравнение как квадратное относительно *х*.

2*х*2 – *ху* – (3*у*2 + 7)= 0,

*D* = *у*2 + 8 (3*у*2 + 7) = 25*у*2 + 56.

Так как решения – целые числа, то *D = k*2, т.е.

25*у*2 + 56 = *k*2 ,

*k*2 *-* 25 *у*2 = 56,

(*k* – 5*х*)( *k* + 5*х*) = 56.

Перебрав все варианты, находим: (*-*2; 1), (2;*-*1)

**3.** *х*2 *-* 3*ху* = *х* *-* 3*у* + 2,

*х*2 *-* 3 *ху -* (*х* – 3*у*) = 2,

*х* (*х–* 3*у*) – (*х–* 3*у*) = 2,

(*х –* 1)(*х* – 3*у*) = 2.

Перебрав все варианты, находим: (2;0), (*-*1; 0).

**4.**  *у + х = ху*,

*у+ х – ху=* 0,

*у* – *х* (*у* – 1) = 0,

(*у* – 1) –*х* (*у* – 1) = *-*1,

(*у* – 1)(1 – *х*) = *-*1.

Перебрав все варианты, находим: (0;0), (2;2)

**6.** 4*х*2 *-* 2*ху* + 2*у*2 + *у* – 2*х –* 1 = 0

Рассмотрим уравнение как квадратное относительно *х*:

4*х*2 – 2(*у* + 1)*х* + (2*у*2 + *у* -1) = 0,

*D1 =* (*у* + 1)2 – 4(2*у*2 + *у* – 1) = *-* 7*у*2 – 2*у* + 5.

*D1≥* 0

*-* 7*у*2 – 2*у* + 5 ≥ 0,

7*у*2 + 2*у* *-* 5 ≤ 0,

*-*1≤ *у* ≤ .

Так как *у* – целое число, то *у* = *-*1 или *у* =0.

Если *у* =0, то исходное уравнение примет вид:

4 *х*2 – 2*х* – 1= 0,

*D1* = 1 + 4 = 5, . Целых корней нет.

Если *у* = *-*1, то исходное уравнение примет вид:

4 *х*2 = 0,

*х*= 0.

Ответ: (0;*-*1).

**7.** 2*х*2*у*2  + *у*2 - 6*х*2 – 12 = 0,

*у*2(2*х*2 + 1) – 3(2*х*2 + 1) – 9 = 0,

(2*х*2 + 1)( *у*2 – 3) = 9,

2*х*2 + 1 > 0, значит 2*х*2 + 1 натуральное число.

9 = 9·1 = 1·9 = 3·3.

 или  или 

(2;2), (2;-2), (-2;2), (-2;-2) Целых решений нет Целых решений нет

Учащиеся проверяют свое решение. Руководители групп оценивают работу каждого члена группы.

**VI.** *Работа с уравнением № 5*.



С одной стороны, это уравнение с двумя неизвестными, а значит, его решением является пара чисел вида (*х*;*у*). С другой стороны, это иррациональное уравнение, и для его решения необходимо найти ОДЗ.

Найдем ОДЗ:

 ⇔ 

Такие системы неравенств можно решать графически. Для этого изобразим множество решений системы на координатной плоскости:

****

Решение системы – внутренняя область треугольника, образованного графиками. Выберем целые решения: (1;-1), (2;1), (3;0), (2;0).

Проверка показывает, что только пара (2;0) является решением уравнения.

Итак, в некоторых случаях можно использовать графический метод решения.

**VII.** *Подведение итогов урока. Рефлексия*

На обратной стороне листочка закончите фразу: «Сегодня на уроке мне удалось…» (получить ответ на вопрос, преодолеть трудности, справиться с задачей …)

**VIII.** *Домашнее задание.*

1. Доказать, что уравнение *х*2 – 5*у*2 = 3 не имеет решений в целых числах.
2. Решить уравнения в целых числах:

*а*) 3*х*2 + 5*ху* + 2*у*2 + 7 = 0;

*б*) 