Работа с задачами повышенной трудности на уроках

математики

Задачи повышенной трудности являются нестандартными, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения. Однако имеется ряд общих указаний- реко-мендаций (эвристических правил), которыми я руководствуюсь при решении нестандартных задач. Эти задачи еще в большей степени, чем стандартные задачи, способствуют развитию мыслительных операций, креативности мыш- ления (вариативности, гибкости, абстракции мышления, операции анализа и синтеза).

Общий план работы над любой задачей повышенной трудности выстраи- ваю следующим образом:

1) самостоятельное обдумывание и поиск путей решения каждым учеником;

2) коллективное обсуждение полученных результатов;

3) обсуждение и исправление допущенных ошибок;

4) поиск других способов решения (если это возможно).

В решении задач повышенной трудности можно выделить три основных метода (способа решения задач) :

- аналитический,

- синтетический,

- аналитико-синтетический.

*Аналитический метод* представляет собой стройную логическую цепь заключений, органически связанных между собой. Рассуждения начинаются с вопроса задачи, таким образом учащиеся строят дедуктивные рассуждения (от общего к частному).

*Примеры задач повышенной трудности,решаемые аналитическим спосо-бом.*

1. Какие два числа, если разделить большее из них на меньшее, дают столько же, сколько получается при их перемножении.

2. Число 30 легко выразить тремя пятерками 5х5+5. Труднее это сделать тре-мя другими одинаковыми цифрами. Попробуй. Может быть тебе удастся отыскать несколько решений.

*Синтетический метод* поиска решения задачи состоит в установлении свя-зей между данными условия задачи и получении таким образом новых дан-ных. Затем устанавливаются связи между полученными данными и т.д. до тех пор, пока не будет получено требуемое. В основе синтетического метода лежит умение строить индуктивные рассуждения. Выводы, получаемые ин- дуктивным путем, связаны с наблюдением, анализом, сравнением и выявле-

нием общих закономерностей с их последующим обобщением. Индуктивные рассуждения используются в решении задач на комбинаторные действия. Обучаю школьников решению комбинаторных задач поэтапно.

**Первый этап** – подготовительный. На этом этапе учащиеся приобретают опыт образования объектов из отдельных элементов. Новые объекты ученики составляют, осуществляя пока хаотичный перебор, и от них не требуется найти все возможные варианты в данной задаче.

Например. Составь из трех одинаковых по размеру кубиков красного, жел-того и синего цвета несколько отличающихся друг от друга построек.

Основная цель **второго этапа** – обучение решению комбинаторных задач с использованием систематического подбора. По сложности осуществления перебора задачи повышенной трудности можно разделить на 3 группы:

**1. Задачи, в которых нужно произвести перебор во всех возможных вариантах (полный).**

Например. Расставляя знаки + и – между данными числами 9…2…4, сос-тавь все возможные выражения.

**2. Задачи, в которых использовать прием полного перебора нецелесооб-разно и нужно сразу исключить некоторые варианты, т.е. осуществить сокращенный перебор.**

Например. Четыре фигуры нарисованы в ряд: большой и маленький квад-раты, большой и маленький круги так, что на первом месте находится круг и одинаковые по форме фигуры не стоят рядом. Отгадайте последовательность рассматриваемых фигур.

Всего существует 24 варианта расположения этих фигур и составлять их все, а потом выбирать соответствующие данному условию нецелесообразно, поэтому проводится сокращенный перебор.

**3. Задачи, в которых операция перебора производится несколько раз, но по отношению к разного рода объектам.**

Например. Три компаньона одной фирмы хранят ценные бумаги в сейфе, на котором 3 замка. Компаньоны хотят распределить между собой ключи от замков так, чтобы сейф мог открываться в присутствии двух компаньонов, но не одного. Как это можно сделать?

Сначала перебираются все возможные случаи распределения ключей. Каж-дому компаньону можно дать по одному ключу или по 2, или по 3. Потом выбранный вариант проверяется в разных ситуациях.

**На третьем этапе** – более сложные задачи. Для их решения используются такие средства организации перебора, как таблицы и графы. Моделирование условий любой задачи, а особенно задачи повышенной трудности, является одним из эффективных путей поиска решения, отражает глубину и полноту анализа связей, данных в задаче, и помогает ученикам решить ее.

Прием моделирования задачи активно применяется при решении *аналити-ко-синтетическим способом.* Таковы, например, задачи на установление соответствий между элементами различных множеств (коллекция, собрание объектов, объединенных по некоторому признаку).

Рассмотрим задачу. Беседуют трое друзей: Белокуров, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой- брюнет, третий-рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии». Какой цвет волос у каждого из друзей?

Для решения задачи можно воспользоваться таблицей.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Фамилия | Цвет волос | | |
| Рыжие | Черные | Русые |
| Белокуров |  |  | - |
| Чернов |  | - |  |
| Рыжов | - |  |  |

Заполняя таблицу, мы в каждой строке (столбце) должны получить только одну клетку со знаком +.

Среди задач повышенной трудности можно выделить такие, решение которых сводится к упорядочению множеств. Если для элементов некоторого множества установлен порядок его элементов, то говорят, что множество упорядочено.

Рассмотрим задачу. В очереди за билетами в кино стоят Юра, Миша, Воло-дя, Саша и Олег. Известно, что:

1. Юра купит билет раньше, чем Миша, но позже Олега;

2. Володя и Олег не стоят рядом;

3. Саша не находится рядом ни с Олегом, ни с Юрой, ни с Володей. Кто за кем стоит?

------------ . -------------- . --------------- . --------------- . --------------- . ---------------

Олег Юра Володя Миша Саша

Таким образом, прием графического и предметного моделирования является наиболее эффективным и приемлемым в решении задач повышен-ной трудности любого вида.

Однако решение задачи не обязательно может фиксироваться в тетради. Ра-бота может быть организована и устно.

Например. Пропел петух и разбудил мальчика. Сколько нужно петухов, чтобы разбудить 10 мальчиков?

Формы и методы работы с задачами повышенной трудности могут быть различны, главное, они должны способствовать развитию детей, должны быть рассчитаны на «зону ближайшего развития», представлять собой пре-одолимую трудность.