*Урок-лекция по теме:*

*«Логарифмическая функция, её свойства и график»*

*Работу выполнил:*

*Учитель МБОУ СОШ № 178 г. Н. Новгорода*

*Фомина Е.С.*

**Тип урока:** урок-лекция.

**Учебник:** Алгебра и начало анализа: Учеб. Для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др.- 11-е изд.-М.: Просвещение, 2003. – 384 с.

**Учебная задача урока: с**формировать у школьников представления о логарифмической функции как модели процессов реальной действительности, выявить ее свойства, вид графика.

**Диагностируемые цели:** в результате урока ученик:

***знает***определение логарифмической функции, свойства логарифмической функции, основу доказательств свойств, вид графика в зависимости от основания логарифмической функции;

***понимает*** связь между логарифмической и показательной функцией;

***умеет*** доказывать свойства логарифмической функции; применять определение логарифмической функции, свойства логарифмической функции при решении практических заданий; выполнять задания на чтение графика логарифмической функции.

**Методы обучения:** метод эвристической беседы, частично-поисковый.

**Средства обучения:** мел, доска, учебник, ручки, тетради, канва-таблица.

**Форма работы:** фронтальная.

**Структура урока:** I. Мотивационно-ориентировочный этап (10 мин);

II. Операционально-познавательный этап (30 мин);

III. Рефлексивно-оценочный этап (5 мин).

**Ход урока.**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Деятельность учителя*** | ***Деятельность учащихся*** |
| *I. Мотивационно-ориентировочная часть.* | |
| Актуализация.  № 4, № 5 – номера из домашнего задания. До начала урока один из учеников оформляет № 4 на доске, другой № 5. | |
| **№1.** Решить уравнение  1).  2).  - Чем вы пользовались при решении данных уравнений?  -Сформулируйте его | *Решение:*  1).  Ответ: х = 256  2).  Ответ:  -Определением логарифма.  - Логарифмом положительного числа b по основанию *a*, где *a>0, a1*, называется показатель степени, в которую надо возвести число *a*, чтобы получить *b*. |
| - Какие особые логарифмы вы знаете?  - Какой логарифм называется десятичным?  - Какой логарифм называется натуральным? | - Десятичный и натуральный.  - Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут lg b.  *-* Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e – иррациональное число, приближенно равное 2,7 и пишут lnb |
| **№2.** Вычислить:  1).  -Чем вы пользовались при выполнении задания?  2).  -Чем вы пользовались при выполнении задания?  -Запишите его в символьном виде | *Решение:*  1).  Ответ:  -Определением логарифма и свойством степени с действительным показателем.  2).  -Основным логарифмическим тождеством |
| **№ 3.** Решить неравенство:  1).  2).  -Чем вы пользовались при решении данных неравенств?  -Сформулируйте определение показательной функции. | *Решение:*  1).  Функция возрастает на всей области определения функции, тогда:  Ответ: x > 2.  2).  Функция убывает на всей области определения функции, тогда:  Ответ:  -Свойством показательной функции  -Показательной функцией называется функция , где – заданное число, . |
| **№ 4.** Построить график функции:  1).  2). | *Решение:*  1).   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | х | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | | y | 1 | 3 |  | 9 |  |   1. D(x): xR  2. E(x): y>0  3. Если x=0,  График пересекает ось ОУ в т. (0;1)  4. y>0 на всей области определения R  5. Функция возрастает на всей области определения  6. Функция общего вида  7. Функция  8. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значения  2).   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | х | 0 | 1 | -1 | 2 | -2 | | y | 1 |  | 2 |  | 4 |   1. D(x): xR  2. E(x): y>0  3.Если x=0,  График пересекает ось ОУ в т. (0;1)  4. y>0 на всей области определения R  5. Функция убывает на всей области определения  6. Функция общего вида  7. Функция  8. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значения |
| **№ 5.** Найти область определения и множество значений функции, обратной к данной.    -Какими функциями являются: *𝑦 =*  и *𝑦 =* ?  -Как связаны области определения и множества значений взаимно обратных функций? | *Решение:*  ООФ:  МЗФ:  Находим обратную функцию:  Меняем местами x и y, получаем функцию:  ООФ:  МЗФ:  -Взаимно обратными  -Область определения обратной функции совпадает с множеством значений исходной функции, а множество значений обратной функции совпадает с областью определения исходной функции. |
| Мотивация.  Давайте сделаем небольшое отступление и подумаем: а могут ли логарифмы как-то применяться в нашей повседневной жизни?  Вопрос: Если идти все время на северо-восток, то куда придешь?  Обычно на этот вопрос отвечают так: обойду земной шар и вернусь в точку начала пути.  Но этот ответ неверен. Ведь идти на северо-восток - это значит постоянно увеличивать восточную долготу и северную широту, и вернуться в более южную точку мы не сможем.  Ответ: Рано или поздно мы попадем на северный полюс.  При этом путь, который мы пройдем, будет иметь вид логарифмической спирали.  На рисунке вы можете видеть этот путь так, как мы увидели бы его, смотря на земной шар со стороны северного полюса  Логарифмическая спираль описывается уравнением r=aф, где r – расстояние от точки, вокруг которой закручивается спираль (ее называют полюсом), до произвольной точки на спирали, ф – угол поворота относительно полюса, а – постоянная.  Спираль называется логарифмической, т.к. логарифм расстояния (logar) возрастает пропорционально углу поворота ф.  Произвольный луч, выходящий из полюса спирали, пересекает любой виток спирали под одним и тем же углом  Логарифмическая спираль не изменяет своей природы при многих преобразованиях, к которым чувствительны другие кривые. Сжать или растянуть эту спираль – то же самое, что повернуть ее на определенный угол.  Если вращать спираль вокруг полюса по часовой стрелке, то можно наблюдать кажущееся растяжение спирали.  Если вращать спираль вокруг полюса против часовой стрелки, то можно наблюдать кажущееся сжатие спирали.  Впервые о логарифмической спирали говорится в письме французского математика Рене Декарта в 1638 г.  Великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гете считал логарифмическую спираль математическим символом жизни  В природе логарифмическая спираль встречается довольно часто  Например, раковины многих моллюсков закручены именно по этой спирали, чтобы не сильно вытягиваться в длину.  Также логарифмическую спираль можно увидеть в рогах архара (горного козла).  В подсолнухе семечки расположены по дугам, очень близким к логарифмической спирали.  По логарифмическим спиралям закручены многие галактики, в частности, галактика, которой принадлежит Солнечная система  Один из наиболее распространенных пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали.  Хищные птицы кружат над добычей по логарифмической спирали. Дело в том, что они лучше видят, если смотрят не прямо на добычу, а чуть в сторону. | - Наверное.  - Откуда начали идти, туда и придём.  C:\WINDOWS\Profiles\Parkan\Application Data\Microsoft\Media Catalog\Копия (2) sk001.gif  C:\WINDOWS\Profiles\Parkan\Application Data\Microsoft\Media Catalog\Копия log_spiral.gif |
| -Мы ввели понятие логарифма положительного числа по положительному и отличному от 1 основанию *а.* Вы просмотрели презентацию и убедились в том, что логарифмы описывают многие процессы реальности.  *Постановка цели урока:*  Но тогда следует подумать и о логарифмической функции, о ее графике и свойствах. Этим мы и займемся. Запишем тему урока. | Тема: «Логарифмическая функция, её свойства и график». |
| *II.Содержательная часть.* | |
| Далее все записи, которые осуществляются учителем на доске, фиксируются учениками в канву-таблицу. | |
| -Рассмотрим логарифмическую функцию  Какие ограничения у основания логарифмической функции?  - Сформулируем определение логарифмической функции. | 1. a>0  2. a1  Т.к. логарифм существует только при таких *а.*  - Логарифмической называется функция , где *а* – заданное число, *a>0, a1* |
| - Далее рассмотрим свойства логарифмической функции.  **1.** Область определения логарифмической функции – множество всех положительных чисел.  Это свойство следует непосредственно из определения логарифма.  (Записывается в канву-таблицу)  **Задание № 1.**  Какие из данных функций являются логарифмическими  1).  2).  3). У  4). у  5). у | *x > 0*    *Решение:*  1). , условие не выполняется, следовательно, это не логарифмическая функция.  2). , условия выполняются, это логарифмическая функция.  3).  Область определения этой функции не множество всех положительных чисел.  Если заменить х – 1 = t, получим функцию , область определения которой t>0 – эта функция будет являться логарифмической.  4). *,* последнее условие не выполняется, это не логарифмическая функция  5). Нет. По основному логарифмическому тождеству, мы получим функцию:  *-* линейная функция. |
| **2.** Множество значений логарифмической функции – множество R всех действительных чисел.  *Док-во:*  Из определения логарифма следует, что для любого действительного числа b есть такое положительное число x, что .  -Как мы решаем такие уравнения?  -Всегда ли существует его корень?  -Следовательно, каково множество значений логарифмической функции?  (Записывается в канву-таблицу) | -По определению логарифма,  -Да, т.к.  *-*Множество всех действительных чисел. |
| **3.** Логарифмическая функция является возрастающей на промежутке x>0, если a>1, и убывающей, если 0<a<1.  *Док-во:*  Нам надо доказать, что если , то , т.е.  - Воспользуемся основным логарифмическим тождеством:  - Воспользуемся свойством степени с действительным показателем.  - Во втором случае основание степени 0<a<1, что происходит со знаком?  (Записывается в канву-таблицу)  -На практике чаще всего вы будете пользоваться обратной *теоремой:* если a>1 и  , где , то ;  Если 0<a<1 и , где , то  Проведем обратную цепочку рассуждений.  (Записывается в канву-таблицу). | *Доказательство:*  1. Пусть a>1. По основному логарифмическому тождеству  ( по свойству степени с основанием )  2. Пусть 0<a<1  По основному логарифмическому тождеству:    - Знак изменится на противоположный.  (по свойству степени c основанием 0<a<1)  *Доказательство:*  Пусть *а>1* и *logax1<logax2*, тогда ( по свойству степени)  *x1<x2*(по основному логарифмическому тождеству).  Пусть *0<a<1* и *logax1<logax2*, тогда  (по свойству степени)  *x1>x2* (по основному логарифмическому тождеству). |
| **4.** Нули функции:  - Если х = 1, чему будет равен логарифм?  - Таким образом, график функции всегда пересекает ось Ох в точке (1;0)  (Записывается в канву-таблицу). | - |
| **5.** Ограниченность.  - Функция не ограниченна ни сверху, ни снизу.  - Но, существует вертикальная асимптота - ось Оу. Таким, образом график функции располагается правее оси Оу и не пересекает её.  (Записывается в канву-таблицу). |  |
| **6.** Промежутки знакопостоянства.  1. При а > 1, функция принимает положительные значения при x>1, отрицательные при 0<x<1.  2. При.0<a<1, функция принимает положительные значения при 0<x<1, отрицательные при x>1.  *Док-во:*  1. Это следует из того, что функция при х = 1, у = 0.  При а >1 функция является возрастающей. Поэтому на промежутке x > 1 принимает положительные значения. А на промежутке 0<x<1 принимает отрицательные значения.  2. Это следует из того, что функция при х = 1, у = 0.  При 0<а<1 функция является убывающей. Поэтому на промежутке x > 1 принимает отрицательные значения. А на промежутке 0<x<1 принимает положительные значения.  (Записывается в канву-таблицу). |  |
| **7.** Чётность/нечётность.  - Является функцией общего вида. |  |
| **8.** Схематичное изображение графика.  - Построим два графика логарифмических функций.     |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | х | 1 | 2 | ½ | | у | 0 | 1 | -1 |   и   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | х | 1 | 2 | ½ | | у | 0 | -1 | 1 | |  |
| - Рассмотрим одновременно две функции: показательную у = ах и логарифмическую у = logaх.  - При каких условиях существует показательная функция?  - Вспомните, какая область определения и какое множество значений у показательной функции. И сравните эти данные с областью определения и множеством значений логарифмической функции.  - Какую закономерность вы видите? | - При a>0, a1   |  |  | | --- | --- | |  |  | | 1. D(x): R | D(x): x>0 | | 2. E(x): x>0 | E(x): R |   - Область определения показательной функции совпадает с множеством значений логарифмической функции, а множество значений логарифмической функции совпадет с областью определения показательной. |
| - Какое понятие связывает такие функции?  - Таким образом, логарифмическая функция  и показательная функция , где a>0, a1, взаимно обратны.  - Действительно, решая уравнение относительно х, получим, что х = . Меняем местами х и у, получаем функцию у = .  -На доске уже построена функция. Теперь построим функцию  - Относительно какой прямой симметричны графики этих функций?  - Поэтому необязательно строить графики обеих функций. Достаточно построить график одной функции и отобразить его относительно прямой у = х.  - Сделаем это на примере построения графиков ф-ций и  - На доске уже построена функция . Построим график функции отобразив график функции относительно прямой у = х. | - Понятие обратной функции.    - Относительно прямой *у = х*. |
| *III. Рефлексивно-оценочная часть.* | |
| - Какова была цель урока?  - Достигли ли вы ее?  - Как вы ее достигли?  - А также связь между какими функциями вы рассмотрели?  - Что это за связь?  Домашнее задание:  §18. № 318 (1, 4), №319 (1, 4), №321, №374. | - Рассмотреть логарифмическую функцию, её график и свойства.  - Да.  - Сформулировали определение логарифмической функции, рассмотрели по уже известной схеме все свойства функции, построили её график.  - Между показательной и логарифмической функциями.  - Логарифмическая и показательная функции взаимно обратны. |

**Канва-таблица.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| , a>0, a≠1  Свойства: | | | | |
| 1. Область определения: x>0 | | | | |
| 2. Множество значений: R | | | | |
| 3. Монотонность:  *a>1*  функция возрастает при х >0 | | | *0<a<1*  Функция убывает при х>0 | |
| если *x1<x2*, то *logax1 < logax2*  *Док-во:*  По основному логарифмическому тождеству  ( по свойству степени с основанием ) | | | если *x1<x2*, то *logax1  > logax2*  *Док-во:*  По основному логарифмическому тождеству:    (по свойству степени с основанием 0<a<1) | |
| 3’. Обратная теорема: | | | | |
| если *logax1<logax2*, то *x1 < x2* | | | если *logax1<logax2*, то *x1 > x2* | |
| 1. Если х = 1, то   График пересекает ось: Ox в т. А (1 ; 0) | | | | |
| 1. График не пересекает ось: Oy | | | | |
| 6. a > 1 | | *0<a<1* | | |
| 0<x<1  y<0 | x > 1  y>0 | 0<x<1  y>0 | | x > 1  y<0 |
|  | |  | | |
| 7. График функции. | | | | |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | х | 1 | 2 | ½ | | у | 0 | 1 | -1 | | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | х | 1 | 2 | ½ | | у | 0 | -1 | 1 | | | |
| , a>0, a≠1  Свойства: | | | | |
| 1. Область определения: | | | | |
| 2. Множество значений: | | | | |
| 1. Монотонность:   *a>1*  функция возрастающая | | | *0<a<1*  Функция убывающая | |
| если *x1<x2*, то *logax1 logax2*  *Док-во:* | | | если *x1<x2*, то *logax1  logax2*  *Док-во:* | |
| 3’. Обратная теорема: | | | | |
| если *logax1<logax2*, то *x1 x2* | | | если *logax1<logax2*, то *x1 x2*. | |
| 1. Если х = 1, то   График пересекает ось: в т. А (1 ; ) | | | | |
| 1. График не пересекает ось: | | | | |
| 6. a > 1 | | *0<a<1* | | |
| 0<x<1  y 0 | x > 1  y 0 | 0<x<1  y 0 | | x > 1  y 0 |
|  | |  | | |
| 7. График функции. | | | | |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | |  |  |  |  | | | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | |  |  |  |  | | |
|  | | | | |

**Самостоятельная работа.**

**Вариант 1.**

1). Найти область определения функции:

2). Сравните числа:

и

и

3). Решите неравенства:

4). Построить график функции, найти её область определения и множество значений:

**Вариант 2.**

1). Найти область определения функции:

2). Сравнить числа:

и

и

3). Решить неравенства:

4). Построить график функции, найти её область определения и множество значений:

**Вариант 3.**

1). Найти область определения функции:

2). Сравните числа:

и

3). Решить неравенства:

4). Построить график функции, найти её область определения и множество значений:

**Вариант 4.**

1). Найти область определения функции:

2). Сравните числа:

lg 4 и lg 6

и

3). Решить неравенства:

4). Построить график функции, найти её область определения и множество значений: