


«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»


О.А. Решетникова
«09» ноября 2015 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике


А.Л. Семенов
«09» ноября 2015 г.

**Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)**

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2016 году основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ**

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2016 году основного государственного экзамена по
МАТЕМАТИКЕ**

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2016 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2016 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2016 года**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

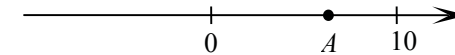
Желаем успеха!

Часть 1**Модуль «Алгебра»**

- 1** Найдите значение выражения $\frac{1}{4} + 0,07$.

Ответ: _____.

- 2** На координатной прямой отмечена точка A .



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A ?

- 1) $\frac{181}{16}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) 0,6 4) 4

Ответ:

- 3** Значение какого из выражений является рациональным числом?

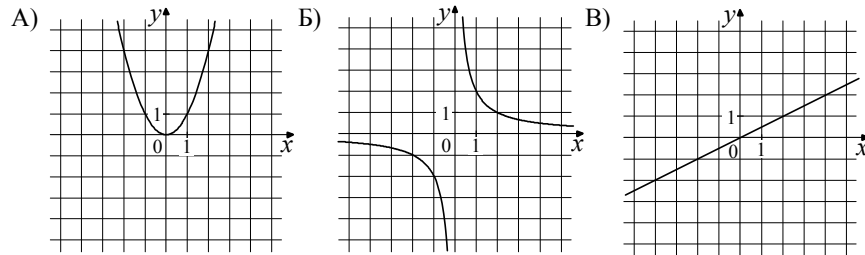
- 1) $\sqrt{6} - 3$ 2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ 3) $(\sqrt{5})^2$ 4) $(\sqrt{6} - 3)^2$

Ответ:

- 4** Решите уравнение $7x - 9 = 40$.

Ответ: _____.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

А	Б	В

6 В последовательности чисел первое число равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найдите пятнадцатое число.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ при $a = 9, b = 36$.

Ответ: _____.

8 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x + 2,6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

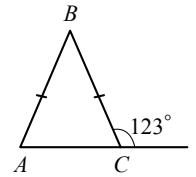
На каком рисунке изображено множество её решений?

- 1)
 2)
 3)
 4)

Ответ:

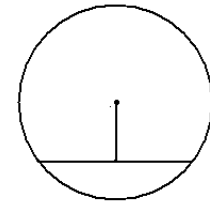
Модуль «Геометрия»

9 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла BAC . Ответ дайте в градусах.



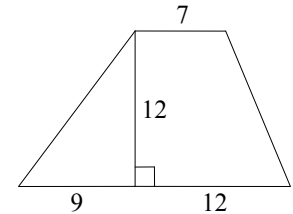
Ответ: _____.

10 Найдите длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см. Ответ дайте в см.



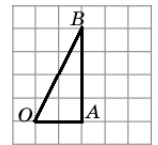
Ответ: _____.

11 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

12 Найдите тангенс угла AOB треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

13 Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
- 4) В любом параллелограмме диагонали равны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

- 1) Отлично
- 2) Хорошо
- 3) Удовлетворительно
- 4) Норматив не выполнен

Ответ:

15 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в километрах) давление составит 540 миллиметров ртутного столба?

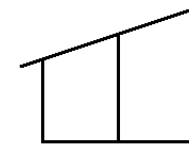


Ответ: _____.

16 Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

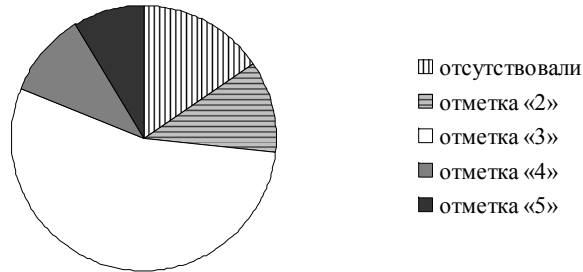
17 Наклонная балка поддерживается тремя столбами, стоящими вертикально на равном расстоянии друг от друга. Длины двух меньших столбов — 60 см и 90 см. Найдите длину большего столба. Ответ дайте в см.



Ответ: _____.

- 18 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.

Результаты контрольной работы по математике.
9 класс



Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы **верны**, если всего в школе 120 девятиклассников?
В ответе укажите номера верных утверждений.

- 1) Более половины учащихся получили отметку «3».
- 2) Около половины учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
- 3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
- 4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: _____.

- 19 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: _____.

- 20 Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

- 22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

- 23 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

- 25 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

- 26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на задания 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	0,32
2	2
3	3
4	7
5	132
6	62
7	1,25
8	2
9	57
10	24
11	168
12	2
13	13; 31
14	2
15	2,5
16	1980
17	120
18	13; 31
19	0,2
20	2,25

Решения и критерии оценивания заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21

Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(9 \cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

Ответ: 96.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

22

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно

$$3 \text{ часам. Составим уравнение: } \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3.$$

Решив уравнение, получим $x = 8$.

Ответ: 8 км.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
1	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

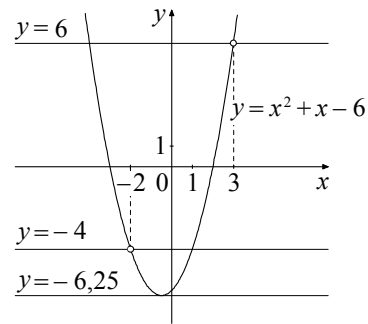
При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид:

$$y = (x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.



Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком только одну общую точку
1	График построен правильно, указаны не все верные значения c
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

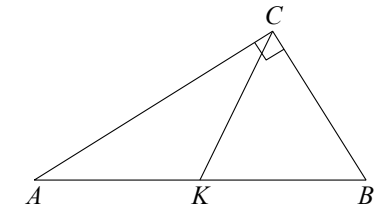
Модуль «Геометрия»

24

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$CK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5.$$



Ответ: 5.

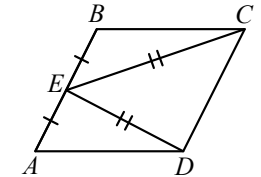
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство. Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам.

Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна 180° , то углы равны 90° . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.

Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

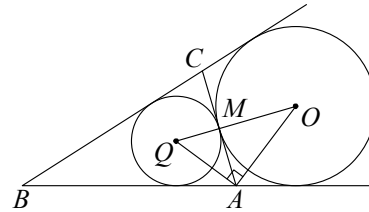
Точка касания M окружностей делит AC пополам.

Лучи AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из

прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 25.12.2013 № 1394 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31206)

«48. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла.

В этом случае третий эксперт проверяет только то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ГИА-9 направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух и более заданиях.

В этом случае третий эксперт перепроверяет все задания с развёрнутым ответом 21–26.