

 **Урок по алгебре и началам математического анализа в 10 классе**

Фамилия имя отчество

|  |
| --- |
| Калинина Лариса Евгеньевна |

Место работы и занимаемая должность

|  |
| --- |
| МБОУ «СОШ №1» п.Пурпе, учитель математики |

Тема работы

|  |
| --- |
| Тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. |

Описание работы

|  |
| --- |
| Урок закрепления знаний. Материал урока способствует закреплению теоретического материала по теме урока, формирует умения применять формулы для преобразований и упрощений выражений. |

**Урок по алгебре и математическому анализу в 10 классе.**

**Тема урока: «Тригонометрические формулы. Преобразование выражений»**

**Цели:**

1. повторение и закрепление знаний по теме «Тригонометрические формулы»;
2. развитие самостоятельности, памяти, логического мышления;
3. воспитание умения работать в парах, в команде.

**Оборудование:** магнитная доска, интерактивная доска, «цветик – семицветик», конверты с заданиями в группах.

**Ход урока.**

**I.Организационный момент.**

-Сегодня мы с вами обобщим знания по теме «Тригонометрические формулы», посоревнуемся в парах и командах.

**II. Соревнование «Лесенка Знаний».**

1. **Теоретическая разминка. Вопросы командам (по рядам)**

Вопросы:

1. Основное тригонометрическое тождество.( )
2. Назовите формулу, выражающую зависимость между тангенсом и котангенсом. ().
3. Чему равен синус двойного угла? ().
4. Чему равен косинус двойного угла? ().

5.Чему равен косинус суммы (разности)двух углов? ().

1. Чему равен синус разности (суммы) двух углов? ().
2. Как преобразовать разность синусов в произведение? ().
3. По какой формуле можно преобразовать сумму косинусов в произведение ? ().
4. Как преобразовать разность косинусов в произведение? ().
5. **Устная работа.** Вопросы записаны на лепестках «цветика-семицветика». Члены команд поочередно отрывают лепесток и отвечают. Если ответ неверный, ото в игру вступают члены других команд.

Вопросы «цветика – семицветика»:

1. Может ли быть верным равенство 4 ? (нет).
2. Какие значения может принимать sin x? ([-1;1]).
3. Какие значения может принимать cos x? ([-1;1]).
4. Определите знак функции cos 1700? (меньше 0)
5. Вычислите cos 8$π$? (1).
6. В какой четверти лежит угол $α$, если выполняется условие ctg $α>$0, sin $α<$0? ( в IY четверти).
7. Вычислите cos2$ α$ + tg$ α$\*ctg$ α$+sin2$ α$ (2).

**3.Поднимаемся выше по «лесенке Знаний» выше, выше и выше.**

Учащиеся выходят по одному человеку к доске и выполняют задания: вывести тригонометрическую формулу:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. .

**4.Выполнение теста на интерактивной доске:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Вопрос | Ответ |
| 1 | sinα+sinβ= |   |
| 2 | tg t = |   |
| 3 | 1 рад - это |   |
| 4 | sin β в 3 четверти имеет знак |   |
| 5 | cos π/3= |   |
| 6 | Для какого угла tg β не существует |   |
| 7 | sin2α= |   |
| 8 | cos2α= |   |
| 9 | sin(α┼β)= |   |
| 10 | sin(3π/2+α)= |   |
|  |  |  |

**5.Выполнение заданий по разным уровням в конвертах. Самостоятельная работа. Каждый учащийся выбирает свой уровень.**

*Уровень А:*

1.Упростить выражение .
 **2.** Упростить выражение .
 **3.** Докажите тождество .
 **4.** Вычислите .
 **5.** Докажите тождество .
 **6.** Какие целые значения может принимать выражение ?

*Уровень В:*
**1.**Докажите тождество .
 **2.**Упростить выражение .
 **3.** Докажите тождество .
 **4.** Вычислите .
 **5.** Докажите тождество .
 **6.** Вычислите .

*Уровень С:*

Докажите тождество .
 **2.** Вычислите значение выражения .
 **3.** Докажите равенство .
 **4.** Вычислите , если .
 **5.** Найдите множество значений выражения .
 **6.** Найдите наименьшее положительное значение , при котором функция  принимает наибольшее значение.

1. **Привал. Историческая справка по тригонометрии. (домашнее задание учащихся, выступления).**

Как и многие разделы математики, тригонометрия возникла в древние времена из потребностей людей при ведении расчетов, связанных с земельными работами (для определения расстояния до недоступных предметов, составления географических карт и пр.). Ещё древнегреческие ученые создали «тригонометрию хорд», выражавшую зависимости между центральными углами круга и хордами, на которые они опираются. Этой тригонометрией пользовался во II в. до н.э. в своих расчетах древнегреческий астроном Гиппарх. Во II в. н.э. греческий ученый Птоломей в своей работе «Алмагест» («Великая книга») также вывел соотношения в круге, которые по своей сути аналогичны современным формулам синуса половинного и двойного углов, синуса суммы и разности двух углов.

 Долгие годы тригонометрия служила астрономии и развивалась благодаря ей. В VIII в. усилиями математиков Ближнего и Среднего востока тригонометрия выделилась из астрономии и стала самостоятельной математической дисциплиной. К этому времени хорды в тригонометрии были заменены синусами (отношениями половины хорды к радиусу круга), были введены понятия косинуса и тангенса, а также составлены таблицы значений тригонометрических функций.

 Слово «синус» произошло от латинского sinus («перегиб»), которое, в свою очередь, происходит от арабского слова «лжива» («тетива лука»). Слово «косинус» – сокращение словосочетания complementi sinus («синус дополнения»), объясняющего тот факт, что cosa равен синусу угла, дополняющего угол a до П/2, т.е. cosa = sin(П/2-a). Латинское слово tangens переводится как «касательная» («касательная к окружности»).

 Идея введения тригонометрических понятий с помощью круга единичного радиуса получила распространение в X-XI вв.

 Первый научный труд, в котором тригонометрия утвердилась как самостоятельная ветвь математики, был создан в 1462-1464 гг. немецким астрономом и математиком И. Мюллером, известным в истории под псевдонимом Региомонтан (1436-1476). После Региомонтана значительный вклад в тригонометрию внес польский астроном и математик Н.Коперник (1473-1543), посвятивший этой науке два раздела своего знаменитого труда «Об обращении небесных тел» (1543). Позже в сочинениях И.Кеплера (1571-1630), Й.Бюрги (1552-1632), Ф.Виета (1540-1603) и других известных математиков встречаются сложные преобразования тригонометрических выражений и выводятся многие формулы. Интересны, например, рекуррентные формулы, полученные Ф.Виетом:

Соs ma = 2cosa cos(m - 1)a - cos(m – 2)a;

Соs ma = -2sina sin(m – 1)a + cos(m – 2)a;

Sin ma = 2cosa sin(m – 1)a - sin(m – 2)a;

Sin ma = 2sina cos(m – 1)a + sin(m – 2)a.

 Тригонометрическая символика с годами совершенствовалась и лишь в трудах Л.Эйлера в XVIII в. приобрела современный вид, удобный для решения вычислительных задач.

 Следует также отметить, что помимо «плоскостной»тригонометрии, изучаемой в школе, существует сферическая тригонометрия, являющаяся частью сферической геометрии. Сферическая тригонометрия рассматривает соотношения между сторонами и углами треугольников на сфере, образованных дугами больших кругов сферы. Исторически сферическая тригонометрия возникла из потребностей астрономии, фактически раньше тригонометрии на плоскости.

 Тригонометрические функции (получившие название от греч. trigonon – треугольник и meteo – измеряю) играют огромную роль в математике и ее приложениях.

 Исследованием тригонометрических функций практически занимались ещё древнегреческие математики, изучая взаимное изменение величин в геометрии и астрономии. Соотношения между сторонами в прямоугольных треугольниках, по своей сути являющиеся тригонометрическими функциями, рассматривались уже в III в. до н.э. в работах Евклида, Архимеда, Аполлония и других ученых.

 Учения о тригонометрических величинах получило развитие в VIII-XV вв. в странах Среднего и Ближнего Востока. Так, в IX в. в Багдаде аль-Хорезми составил первые таблицы синусов. Аль-Бузджани в X в. сформулировал теорему синусов и с её помощью построил таблицу синусов с интервалом 15’, в которой значения синусов приведены с точностью до 8-го десятичного знака. Ахмад-аль-Беруни в XI в. вместо деления радиуса на части при определении значений синуса и косинуса, сделанного до него Птоломеем, начал использовать окружность единичного радиуса. В первой половине XV в. аль-Каши создал тригонометрические таблицы с шагом 1’, которые последующие 250 лет были непревзойдёнными по точности. Самым крупным европейским представителем той эпохи, внесшим вклад в развитие исследования тригонометрических функций, считается Региомонтан.

 В начале XVII в. в развитии тригонометрии наметилось новое направление – аналитическое. Если до этого учения о тригонометрических функциях строились на геометрической основе, то в XVII-XIX вв. тригонометрия постепенно вошла в состав математического анализа и стала широко использоваться в механике и технике, особенно при рассмотрении колебательных процессов и иных периодических явлений.

 О свойствах периодичности тригонометрических функций знал ещё Ф. Виет. Швейцарский математик И. Бернулли (1642-1727) в своих работах начал применять символику тригонометрических функций. Однако близкую к принятой теперь ввел Л. Эйлер в 1748 г. в своей работе «Введение в анализ бесконечных». В ней он рассмотрел вопрос о знаках всех тригонометрических функций любого аргумента.

 Тригонометрические функции Эйлер рассматривал как особые числа, называя их общим термином трансцендентные количества, получающиеся из круга.

 В 19 в. дальнейшее развитие теории тригонометрических функций было продолжено в работах русского математика Н.Л.Лобачевского (1792-1856), а также в трудах других ученых, например в работах профессоров МГУ Д.Е. Меньшова и Н.К. Бари.

 Ещё древнегреческие математики, используя элементы тригонометрии для решения прямоугольных треугольников, фактически составляли и решали простейшие тригонометрические уравнения типа: sin x = a, где 0 < x < П/2 и |a| < 1.

 Исторически учение о решении тригонометрических уравнений формировалось с развитием теории тригонометрических функций, а также черпало из алгебры общие методы их решения. Как мы видим, часть тригонометрических уравнений непосредственно решается сведением их к простейшему виду, иногда – с предварительным разложением левой части уравнения на множители, когда правая часть равна 0. В некоторых случаях удается произвести замену неизвестных таким образом, что тригонометрическое уравнение преобразуется в «удобное» для решения алгебраическое уравнение.

 К сожалению, нельзя указать общего метода решения тригонометрических уравнений, почти каждое из них (кроме простейших) требует особого подхода.

1. **Самая высокая ступенька «знаний».**

 **Упрощение выражений (у доски по 1 от каждой команды):**





**.**

1. **Подведение итогов урока.**