

**Урок по алгебре и началам математического анализа в 10 классе**

Фамилия имя отчество

|  |
| --- |
| Калинина Лариса Евгеньевна |

Место работы и занимаемая должность

|  |
| --- |
| МБОУ «СОШ №1» п.Пурпе, учитель математики |

Тема работы

|  |
| --- |
| Тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. |

Описание работы

|  |
| --- |
| Урок закрепления знаний. Материал урока способствует закреплению теоретического материала по теме урока, формирует умения применять формулы для преобразований и упрощений выражений. |

**Урок по алгебре и математическому анализу в 10 классе.**

**Тема урока: «Тригонометрические формулы. Преобразование выражений»**

**Цели:**

1. повторение и закрепление знаний по теме «Тригонометрические формулы»;
2. развитие самостоятельности, памяти, логического мышления;
3. воспитание умения работать в парах, в команде.

**Оборудование:** магнитная доска, интерактивная доска, «цветик – семицветик», конверты с заданиями в группах.

**Ход урока.**

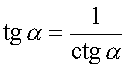
**I.Организационный момент.**

-Сегодня мы с вами обобщим знания по теме «Тригонометрические формулы», посоревнуемся в парах и командах.

**II. Соревнование «Лесенка Знаний».**

1. **Теоретическая разминка. Вопросы командам (по рядам)**

Вопросы:

1. Основное тригонометрическое тождество.( http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image742.gif)
2. Назовите формулу, выражающую зависимость между тангенсом и котангенсом. ().
3. Чему равен синус двойного угла? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image755.gif).
4. Чему равен косинус двойного угла? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image756.gif).

5.Чему равен косинус суммы (разности)двух углов? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image752.gif).

1. Чему равен синус разности (суммы) двух углов? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image751.gif).
2. Как преобразовать разность синусов в произведение? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image765.gif).
3. По какой формуле можно преобразовать сумму косинусов в произведение ? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image766.gif).
4. Как преобразовать разность косинусов в произведение? (http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image767.gif).
5. **Устная работа.** Вопросы записаны на лепестках «цветика-семицветика». Члены команд поочередно отрывают лепесток и отвечают. Если ответ неверный, ото в игру вступают члены других команд.

Вопросы «цветика – семицветика»:

1. Может ли быть верным равенство http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image742.gif4 ? (нет).
2. Какие значения может принимать sin x? ([-1;1]).
3. Какие значения может принимать cos x? ([-1;1]).
4. Определите знак функции cos 1700? (меньше 0)
5. Вычислите cos 8? (1).
6. В какой четверти лежит угол , если выполняется условие ctg 0, sin 0? ( в IY четверти).
7. Вычислите cos2 + tg\*ctg+sin2 (2).

**3.Поднимаемся выше по «лесенке Знаний» выше, выше и выше.**

Учащиеся выходят по одному человеку к доске и выполняют задания: вывести тригонометрическую формулу:

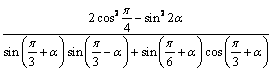
1. http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image752.gif
2. http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image765.gif
3. http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image764.gif
4. http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image755.gif
5. http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image756.gif
6. http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/sprav/trigfunc/osnform/image761.gif.

**4.Выполнение теста на интерактивной доске:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Вопрос | Ответ |
| 1 | sinα+sinβ= |  |
| 2 | tg t = |  |
| 3 | 1 рад - это |  |
| 4 | sin β в 3 четверти имеет знак |  |
| 5 | cos π/3= |  |
| 6 | Для какого угла tg β не существует |  |
| 7 | sin2α= |  |
| 8 | cos2α= |  |
| 9 | sin(α┼β)= |  |
| 10 | sin(3π/2+α)= |  |
|  |  |  |

**5.Выполнение заданий по разным уровням в конвертах. Самостоятельная работа. Каждый учащийся выбирает свой уровень.**

*Уровень А:*

1.Упростить выражение .  
 **2.** Упростить выражение http://www.unimath.ru/images/clip_image032_0186.gif.  
 **3.** Докажите тождество http://www.unimath.ru/images/clip_image034_0188.gif.  
 **4.** Вычислите http://www.unimath.ru/images/clip_image036_0165.gif.  
 **5.** Докажите тождество http://www.unimath.ru/images/clip_image038_0184.gif.  
 **6.** Какие целые значения может принимать выражение http://www.unimath.ru/images/clip_image040_0152.gif?

*Уровень В:*   
**1.**Докажите тождество http://www.unimath.ru/images/clip_image044_0139.gif.  
 **2.**Упростить выражение http://www.unimath.ru/images/clip_image046_0126.gif.  
 **3.** Докажите тождество http://www.unimath.ru/images/clip_image048_0125.gif.  
 **4.** Вычислите http://www.unimath.ru/images/clip_image050_0133.gif.  
 **5.** Докажите тождество http://www.unimath.ru/images/clip_image052_0123.gif.  
 **6.** Вычислите http://www.unimath.ru/images/clip_image054_0111.gif.

*Уровень С:*

Докажите тождество http://www.unimath.ru/images/clip_image058_0108.gif.  
 **2.** Вычислите значение выражения http://www.unimath.ru/images/clip_image060_0102.gif.  
 **3.** Докажите равенство http://www.unimath.ru/images/clip_image062_0108.gif.  
 **4.** Вычислите http://www.unimath.ru/images/clip_image064_0100.gif, если http://www.unimath.ru/images/clip_image066_0094.gif.  
 **5.** Найдите множество значений выражения http://www.unimath.ru/images/clip_image068_0091.gif.  
 **6.** Найдите наименьшее положительное значение http://www.unimath.ru/images/clip_image070_0088.gif, при котором функция http://www.unimath.ru/images/clip_image072_0079.gif принимает наибольшее значение.

1. **Привал. Историческая справка по тригонометрии. (домашнее задание учащихся, выступления).**

Как и многие разделы математики, тригонометрия возникла в древние времена из потребностей людей при ведении расчетов, связанных с земельными работами (для определения расстояния до недоступных предметов, составления географических карт и пр.). Ещё древнегреческие ученые создали «тригонометрию хорд», выражавшую зависимости между центральными углами круга и хордами, на которые они опираются. Этой тригонометрией пользовался во II в. до н.э. в своих расчетах древнегреческий астроном Гиппарх. Во II в. н.э. греческий ученый Птоломей в своей работе «Алмагест» («Великая книга») также вывел соотношения в круге, которые по своей сути аналогичны современным формулам синуса половинного и двойного углов, синуса суммы и разности двух углов.

Долгие годы тригонометрия служила астрономии и развивалась благодаря ей. В VIII в. усилиями математиков Ближнего и Среднего востока тригонометрия выделилась из астрономии и стала самостоятельной математической дисциплиной. К этому времени хорды в тригонометрии были заменены синусами (отношениями половины хорды к радиусу круга), были введены понятия косинуса и тангенса, а также составлены таблицы значений тригонометрических функций.

Слово «синус» произошло от латинского sinus («перегиб»), которое, в свою очередь, происходит от арабского слова «лжива» («тетива лука»). Слово «косинус» – сокращение словосочетания complementi sinus («синус дополнения»), объясняющего тот факт, что cosa равен синусу угла, дополняющего угол a до П/2, т.е. cosa = sin(П/2-a). Латинское слово tangens переводится как «касательная» («касательная к окружности»).

Идея введения тригонометрических понятий с помощью круга единичного радиуса получила распространение в X-XI вв.

Первый научный труд, в котором тригонометрия утвердилась как самостоятельная ветвь математики, был создан в 1462-1464 гг. немецким астрономом и математиком И. Мюллером, известным в истории под псевдонимом Региомонтан (1436-1476). После Региомонтана значительный вклад в тригонометрию внес польский астроном и математик Н.Коперник (1473-1543), посвятивший этой науке два раздела своего знаменитого труда «Об обращении небесных тел» (1543). Позже в сочинениях И.Кеплера (1571-1630), Й.Бюрги (1552-1632), Ф.Виета (1540-1603) и других известных математиков встречаются сложные преобразования тригонометрических выражений и выводятся многие формулы. Интересны, например, рекуррентные формулы, полученные Ф.Виетом:

Соs ma = 2cosa cos(m - 1)a - cos(m – 2)a;

Соs ma = -2sina sin(m – 1)a + cos(m – 2)a;

Sin ma = 2cosa sin(m – 1)a - sin(m – 2)a;

Sin ma = 2sina cos(m – 1)a + sin(m – 2)a.

Тригонометрическая символика с годами совершенствовалась и лишь в трудах Л.Эйлера в XVIII в. приобрела современный вид, удобный для решения вычислительных задач.

Следует также отметить, что помимо «плоскостной»тригонометрии, изучаемой в школе, существует сферическая тригонометрия, являющаяся частью сферической геометрии. Сферическая тригонометрия рассматривает соотношения между сторонами и углами треугольников на сфере, образованных дугами больших кругов сферы. Исторически сферическая тригонометрия возникла из потребностей астрономии, фактически раньше тригонометрии на плоскости.

Тригонометрические функции (получившие название от греч. trigonon – треугольник и meteo – измеряю) играют огромную роль в математике и ее приложениях.

Исследованием тригонометрических функций практически занимались ещё древнегреческие математики, изучая взаимное изменение величин в геометрии и астрономии. Соотношения между сторонами в прямоугольных треугольниках, по своей сути являющиеся тригонометрическими функциями, рассматривались уже в III в. до н.э. в работах Евклида, Архимеда, Аполлония и других ученых.

Учения о тригонометрических величинах получило развитие в VIII-XV вв. в странах Среднего и Ближнего Востока. Так, в IX в. в Багдаде аль-Хорезми составил первые таблицы синусов. Аль-Бузджани в X в. сформулировал теорему синусов и с её помощью построил таблицу синусов с интервалом 15’, в которой значения синусов приведены с точностью до 8-го десятичного знака. Ахмад-аль-Беруни в XI в. вместо деления радиуса на части при определении значений синуса и косинуса, сделанного до него Птоломеем, начал использовать окружность единичного радиуса. В первой половине XV в. аль-Каши создал тригонометрические таблицы с шагом 1’, которые последующие 250 лет были непревзойдёнными по точности. Самым крупным европейским представителем той эпохи, внесшим вклад в развитие исследования тригонометрических функций, считается Региомонтан.

В начале XVII в. в развитии тригонометрии наметилось новое направление – аналитическое. Если до этого учения о тригонометрических функциях строились на геометрической основе, то в XVII-XIX вв. тригонометрия постепенно вошла в состав математического анализа и стала широко использоваться в механике и технике, особенно при рассмотрении колебательных процессов и иных периодических явлений.

О свойствах периодичности тригонометрических функций знал ещё Ф. Виет. Швейцарский математик И. Бернулли (1642-1727) в своих работах начал применять символику тригонометрических функций. Однако близкую к принятой теперь ввел Л. Эйлер в 1748 г. в своей работе «Введение в анализ бесконечных». В ней он рассмотрел вопрос о знаках всех тригонометрических функций любого аргумента.

Тригонометрические функции Эйлер рассматривал как особые числа, называя их общим термином трансцендентные количества, получающиеся из круга.

В 19 в. дальнейшее развитие теории тригонометрических функций было продолжено в работах русского математика Н.Л.Лобачевского (1792-1856), а также в трудах других ученых, например в работах профессоров МГУ Д.Е. Меньшова и Н.К. Бари.

Ещё древнегреческие математики, используя элементы тригонометрии для решения прямоугольных треугольников, фактически составляли и решали простейшие тригонометрические уравнения типа: sin x = a, где 0 < x < П/2 и |a| < 1.

Исторически учение о решении тригонометрических уравнений формировалось с развитием теории тригонометрических функций, а также черпало из алгебры общие методы их решения. Как мы видим, часть тригонометрических уравнений непосредственно решается сведением их к простейшему виду, иногда – с предварительным разложением левой части уравнения на множители, когда правая часть равна 0. В некоторых случаях удается произвести замену неизвестных таким образом, что тригонометрическое уравнение преобразуется в «удобное» для решения алгебраическое уравнение.

К сожалению, нельзя указать общего метода решения тригонометрических уравнений, почти каждое из них (кроме простейших) требует особого подхода.

1. **Самая высокая ступенька «знаний».**

**Упрощение выражений (у доски по 1 от каждой команды):**

http://www.unimath.ru/images/clip_image008_0444.gif

http://www.unimath.ru/images/clip_image010_0342.gif

http://www.unimath.ru/images/clip_image012_0371.gif**.**

1. **Подведение итогов урока.**