

**Диагностическая работа № 1****по МАТЕМАТИКЕ****24 сентября 2013 года****11 класс****Вариант МА10105 (Запад без производной)****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если дан верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

***Желаем успеха!***

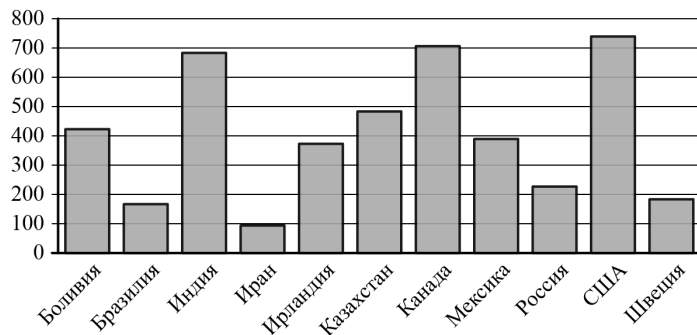
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** В квартире, где проживает Пётр, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 мая счётчик показывал расход 172 куб. м воды, а 1 июня — 177 куб. м. Какую сумму должен заплатить Пётр за холодную воду за май, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 23 руб. 10 коп.? Ответ дайте в рублях.

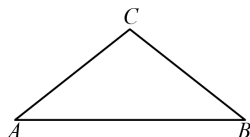
Ответ: \_\_\_\_\_.

- В2** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Боливия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В3** Периметр равнобедренного треугольника равен 25. Боковая сторона равна 7. Найдите основание.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В4** Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг  $R$  бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01, средней цены  $P$ , показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наибольший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

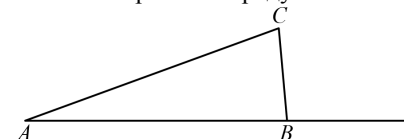
Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5000	4	0	2
Б	3800	0	4	2
В	5800	4	0	2
Г	6000	0	0	2

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В5** Найдите корень уравнения  $\log_7(5 - x) = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В6** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $14^\circ$ , внешний угол при вершине  $B$  равен  $91^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ выразите в градусах.

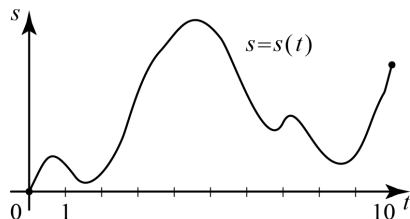


Ответ: \_\_\_\_\_.

- В7** Найдите значение выражения  $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$ .

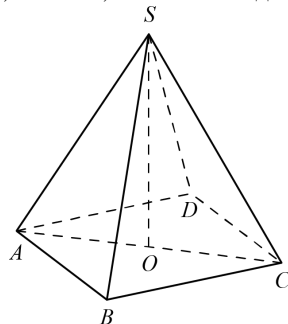
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 10 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 12$ ,  $SB = 15$ . Найдите длину отрезка  $AC$ .

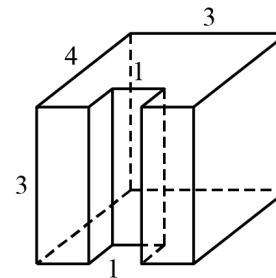


Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 участников из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B11** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** В некоторой сплошной среде источник и приёмник звукового сигнала движутся прямолинейно навстречу друг другу. Частота звука, регистрируемая приёмником, не совпадает с частотой звука, испускаемого источником. Связь между частотами выражается формулой

$$f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v},$$

где  $c$  — скорость звука в данной среде (м/с),  $f_0 = 160$  Гц — частота испускаемого звука,  $f$  — частота звука, регистрируемая приёмником, а  $u = 8$  м/с и  $v = 16$  м/с — скорости приёмника и источника звука соответственно. При какой скорости звука в среде частота, регистрируемая приёмником, будет равна 170 Гц? Ответ выразите в метрах в секунду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** Иван и Алексей договорились встретиться в Н-ске. Они едут к Н-ску разными дорогами. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 168 км от Н-ска и едет с постоянной скоростью 72 км/ч. Иван в момент звонка находится в 165 км от Н-ска и ещё должен по дороге сделать 30-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в Н-ск одновременно с Алексеем?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{9-16\sin x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1**

а) Решите уравнение  $12^{\sin x} = 4^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3} \cos x}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

**C2**

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 11, а боковое ребро  $AA_1 = 7$ . Точка  $K$  принадлежит ребру  $B_1 C_1$  и делит его в отношении 8:3, считая от вершины  $B_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $B$ ,  $D$  и  $K$ .

**C3**

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{4-x} \frac{x+3}{(x-4)^2} \geq -2, \\ x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x-5} \leq 2. \end{cases}$$

**C4**

В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $D$ , причём  $AD = R$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите площадь треугольника  $BEF$ , если известно, что  $R = 5$  и  $CD = 15$ .

**C5**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - |x - a + 6| = |x + a - 6| - (a - 6)^2$$

имеет единственный корень.

**C6**

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доске, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 6, 9, 12, 15.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 23?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 8, 9, 10, 17, 18, 19, 20, 27, 28, 29, 30, 37, 38, 39, 47.

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если дан верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

***Желаем успеха!***

**Диагностическая работа № 1****по МАТЕМАТИКЕ****24 сентября 2013 года****11 класс****Вариант МА10106 (Запад без производной)****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.**

**Таблица тригонометрических функций для углов  
от 1 до 89 градусов**

$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$
1	0,017	1,000	0,017	24	0,407	0,914	0,445	47	0,731	0,682	1,072	70	0,940	0,342	2,747
2	0,035	0,999	0,035	25	0,423	0,906	0,466	48	0,743	0,669	1,111	71	0,946	0,326	2,904
3	0,052	0,999	0,052	26	0,438	0,899	0,488	49	0,755	0,656	1,150	72	0,951	0,309	3,078
4	0,070	0,998	0,070	27	0,454	0,891	0,510	50	0,766	0,643	1,192	73	0,956	0,292	3,271
5	0,087	0,996	0,087	28	0,469	0,883	0,532	51	0,777	0,629	1,235	74	0,961	0,276	3,487
6	0,105	0,995	0,105	29	0,485	0,875	0,554	52	0,788	0,616	1,280	75	0,966	0,259	3,732
7	0,122	0,993	0,123	30	0,500	0,866	0,577	53	0,799	0,602	1,327	76	0,970	0,242	4,011
8	0,139	0,990	0,141	31	0,515	0,857	0,601	54	0,809	0,588	1,376	77	0,974	0,225	4,331
9	0,156	0,988	0,158	32	0,530	0,848	0,625	55	0,819	0,574	1,428	78	0,978	0,208	4,705
10	0,174	0,985	0,176	33	0,545	0,839	0,649	56	0,829	0,559	1,483	79	0,982	0,191	5,145
11	0,191	0,982	0,194	34	0,559	0,829	0,675	57	0,839	0,545	1,540	80	0,985	0,174	5,671
12	0,208	0,978	0,213	35	0,574	0,819	0,700	58	0,848	0,530	1,600	81	0,988	0,156	6,314
13	0,225	0,974	0,231	36	0,588	0,809	0,727	59	0,857	0,515	1,664	82	0,990	0,139	7,115
14	0,242	0,970	0,249	37	0,602	0,799	0,754	60	0,866	0,500	1,732	83	0,993	0,122	8,144
15	0,259	0,966	0,268	38	0,616	0,788	0,781	61	0,875	0,485	1,804	84	0,995	0,105	9,514
16	0,276	0,961	0,287	39	0,629	0,777	0,810	62	0,883	0,469	1,881	85	0,996	0,087	11,430
17	0,292	0,956	0,306	40	0,643	0,766	0,839	63	0,891	0,454	1,963	86	0,998	0,070	14,301
18	0,309	0,951	0,325	41	0,656	0,755	0,869	64	0,899	0,438	2,050	87	0,999	0,052	19,081
19	0,326	0,946	0,344	42	0,669	0,743	0,900	65	0,906	0,423	2,145	88	0,999	0,035	28,636
20	0,342	0,940	0,364	43	0,682	0,731	0,933	66	0,914	0,407	2,246	89	1,000	0,017	57,290
21	0,358	0,934	0,384	44	0,695	0,719	0,966	67	0,921	0,391	2,356				
22	0,375	0,927	0,404	45	0,707	0,707	1,000	68	0,927	0,375	2,475				
23	0,391	0,921	0,424	46	0,719	0,695	1,036	69	0,934	0,358	2,605				

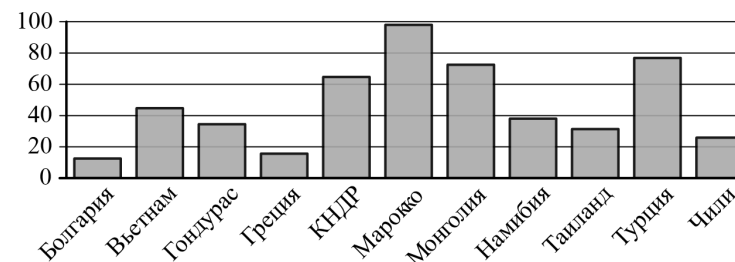
**Часть 1**

*Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

- В1** Для ремонта квартиры требуется 23 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 4 рулона?

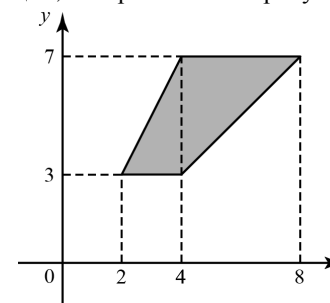
Ответ: \_\_\_\_\_.

- В2** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимало Марокко, одиннадцатое место — Болгария. Какое место занимала Намибия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В4** Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Пользуясь данными таблицы, определите, в каком случае цена одного квадратного метра плитки будет наименьшей. В ответ запишите найденную наименьшую цену квадратного метра в рублях.

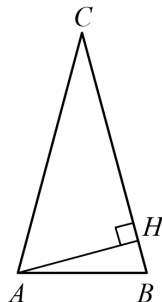
Размер плитки (см)	Количество плиток в пачке	Цена пачки
20×20	25	655 р.
20×30	17	663 р.
30×30	11	653 р. 40 к.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В5** Найдите корень уравнения  $\log_3(-5-x) = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В6** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  основание  $AB$  равно 20,  $AH$  — высота,  $BH = 2,1$ . Пользуясь таблицами тригонометрических функций, найдите угол  $BAC$  (при необходимости результат округлите до целого числа градусов).

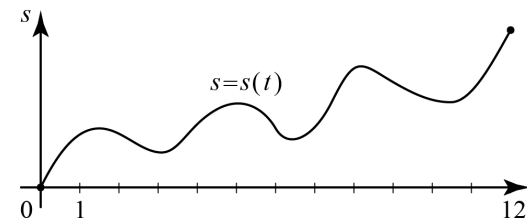


Ответ: \_\_\_\_\_.

- В7** Найдите значение выражения  $28 \operatorname{tg} 46^\circ \cdot \operatorname{tg} 44^\circ$ .

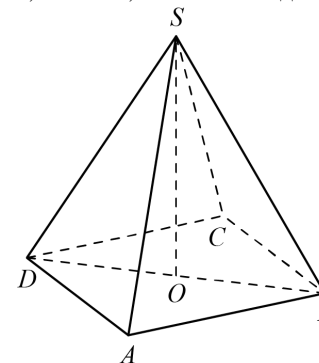
Ответ: \_\_\_\_\_.

- В8** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В9** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 12$ ,  $SA = 13$ . Найдите длину отрезка  $BD$ .

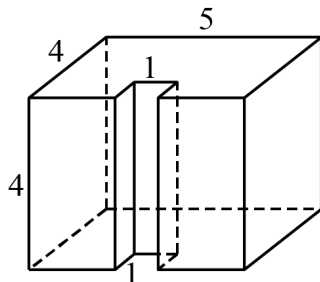


Ответ: \_\_\_\_\_.

- В10** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 теннисистов, среди которых 20 участников из России, в том числе Максим Плотвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Максим Плотвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B11** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** В некоторой сплошной среде источник и приёмник звукового сигнала движутся прямолинейно навстречу друг другу. Частота звука, регистрируемая приёмником, не совпадает с частотой звука, испускаемого источником. Связь между частотами выражается формулой

$$f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v},$$

где  $c$  — скорость звука в данной среде (м/с),  $f_0 = 170$  Гц — частота испускаемого звука,  $f$  — частота звука, регистрируемая приёмником, а  $u = 2$  м/с и  $v = 17$  м/с — скорости приёмника и источника звука соответственно. При какой скорости звука в среде частота, регистрируемая приёмником, будет равна 180 Гц? Ответ выразите в метрах в секунду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** Три одинаковые рубашки дешевле куртки на 10%. На сколько процентов четыре такие же рубашки дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Найдите наименьшее значение функции  $y = 3^{x^2-6x+14}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

а) Решите уравнение  $\left(25^{\cos x}\right)^{\sin x} = 5^{\cos x}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

**C2**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 9$ . Точка  $O$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении 4:5, считая от вершины  $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $O$  и  $C_1$ .

**C3**

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4, \\ x^3 + 5x^2 + \frac{28x^2 + 5x - 30}{x-6} \leq 5. \end{cases}$$

**C4**

В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $D$ , причём  $AD = R$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите площадь треугольника  $BEF$ , если известно, что  $R = 2$  и  $CD = 10$ .

**C5**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (1-a)^2 = |x-1+a| + |x-a+1|$$

имеет единственный корень.



**C6**

Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор  $-3, -1, 2, 4, 6, 7, 9$ . Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 6 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

**Диагностическая работа № 1****по МАТЕМАТИКЕ****24 сентября 2013 года****11 класс****Вариант МА10107 (Запад без производной)****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если дан верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

***Желаем успеха!***

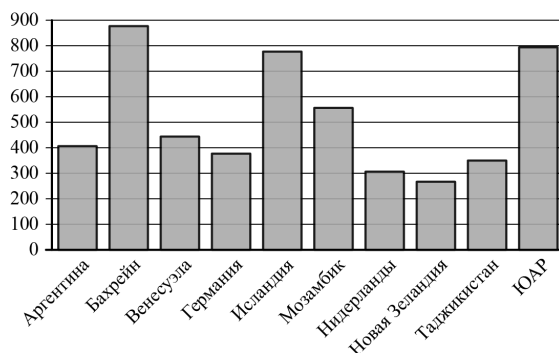
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 27 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 510 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

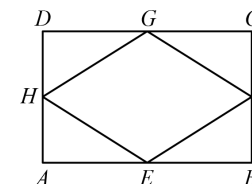
Ответ: \_\_\_\_\_.

- В2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по объёму выплавки занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место среди представленных стран занимала Германия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В3** Середины смежных сторон прямоугольника, диагонали которого равны 2, соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- В4** Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг  $R$  бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01, средней цены  $P$ , показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наибольший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

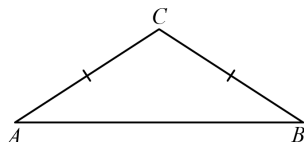
Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5500	3	4	3
Б	4100	1	3	4
В	4200	3	0	3
Г	5300	2	1	3

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В5** Найдите корень уравнения  $\log_4(5 - x) = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $31^\circ$ ,  $AC = BC$ . Найдите угол  $C$ . Ответ выразите в градусах.

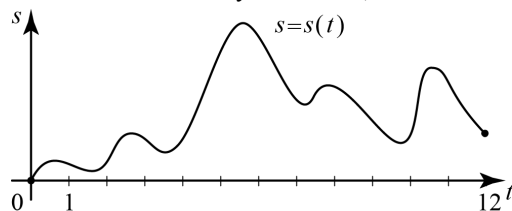


Ответ: \_\_\_\_\_.

- B7** Найдите значение выражения  $-20 \operatorname{tg} 67^\circ \cdot \operatorname{tg} 23^\circ$ .

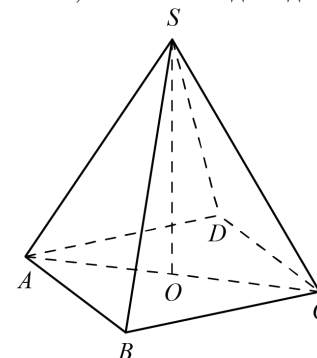
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 15$ ,  $SA = 25$ . Найдите длину отрезка  $AC$ .

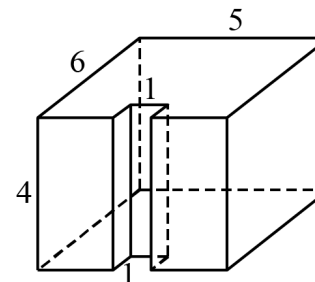


Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Даниил Раков. Найдите вероятность того, что в первом туре Даниил Раков будет играть с каким-либо шашкистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B11** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** В некоторой сплошной среде источник и приёмник звукового сигнала движутся прямолинейно навстречу друг другу. Частота звука, регистрируемая приёмником, не совпадает с частотой звука, испускаемого источником. Связь между частотами выражается формулой

$$f = f_0 \cdot \frac{c + u}{c - v},$$

где  $c$  — скорость звука в данной среде (м/с),  $f_0 = 140$  Гц — частота испускаемого звука,  $f$  — частота звука, регистрируемая приёмником, а  $u = 9$  м/с и  $v = 7$  м/с — скорости приёмника и источника звука соответственно. При какой скорости звука в среде частота, регистрируемая приёмником, будет равна 145 Гц? Ответ выразите в метрах в секунду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых летних домика. В первой бригаде было 6 рабочих, а во второй — 10 рабочих. Через 6 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады, в результате чего оба домика были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{16 + 9 \cos x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1** а) Решите уравнение  $12^{\sin x} = 4^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3} \cos x}$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

- C2** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 11, а боковое ребро  $AA_1 = 7$ . Точка  $K$  принадлежит ребру  $B_1 C_1$  и делит его в отношении 8:3, считая от вершины  $B_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $B$ ,  $D$  и  $K$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{4-x} \frac{x+3}{(x-4)^2} \geq -2, \\ x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x-5} \leq 2. \end{cases}$$

- C4** В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $D$ , причём  $AD = R$ .  
а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.  
б) Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите площадь треугольника  $BEF$ , если известно, что  $R = 5$  и  $CD = 15$ .

- C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 - |x - a + 6| = |x + a - 6| - (a - 6)^2$  имеет единственный корень.

- C6** Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доске, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.  
а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 6, 9, 12, 15.  
б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 23?  
в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 8, 9, 10, 17, 18, 19, 20, 27, 28, 29, 30, 37, 38, 39, 47.

**Диагностическая работа № 1****по МАТЕМАТИКЕ****24 сентября 2013 года****11 класс****Вариант МА10108 (Запад без производной)****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если дан верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

***Желаем успеха!***

**Таблица тригонометрических функций для углов  
от 1 до 89 градусов**

$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$
1	0,017	1,000	0,017	24	0,407	0,914	0,445	47	0,731	0,682	1,072	70	0,940	0,342	2,747
2	0,035	0,999	0,035	25	0,423	0,906	0,466	48	0,743	0,669	1,111	71	0,946	0,326	2,904
3	0,052	0,999	0,052	26	0,438	0,899	0,488	49	0,755	0,656	1,150	72	0,951	0,309	3,078
4	0,070	0,998	0,070	27	0,454	0,891	0,510	50	0,766	0,643	1,192	73	0,956	0,292	3,271
5	0,087	0,996	0,087	28	0,469	0,883	0,532	51	0,777	0,629	1,235	74	0,961	0,276	3,487
6	0,105	0,995	0,105	29	0,485	0,875	0,554	52	0,788	0,616	1,280	75	0,966	0,259	3,732
7	0,122	0,993	0,123	30	0,500	0,866	0,577	53	0,799	0,602	1,327	76	0,970	0,242	4,011
8	0,139	0,990	0,141	31	0,515	0,857	0,601	54	0,809	0,588	1,376	77	0,974	0,225	4,331
9	0,156	0,988	0,158	32	0,530	0,848	0,625	55	0,819	0,574	1,428	78	0,978	0,208	4,705
10	0,174	0,985	0,176	33	0,545	0,839	0,649	56	0,829	0,559	1,483	79	0,982	0,191	5,145
11	0,191	0,982	0,194	34	0,559	0,829	0,675	57	0,839	0,545	1,540	80	0,985	0,174	5,671
12	0,208	0,978	0,213	35	0,574	0,819	0,700	58	0,848	0,530	1,600	81	0,988	0,156	6,314
13	0,225	0,974	0,231	36	0,588	0,809	0,727	59	0,857	0,515	1,664	82	0,990	0,139	7,115
14	0,242	0,970	0,249	37	0,602	0,799	0,754	60	0,866	0,500	1,732	83	0,993	0,122	8,144
15	0,259	0,966	0,268	38	0,616	0,788	0,781	61	0,875	0,485	1,804	84	0,995	0,105	9,514
16	0,276	0,961	0,287	39	0,629	0,777	0,810	62	0,883	0,469	1,881	85	0,996	0,087	11,430
17	0,292	0,956	0,306	40	0,643	0,766	0,839	63	0,891	0,454	1,963	86	0,998	0,070	14,301
18	0,309	0,951	0,325	41	0,656	0,755	0,869	64	0,899	0,438	2,050	87	0,999	0,052	19,081
19	0,326	0,946	0,344	42	0,669	0,743	0,900	65	0,906	0,423	2,145	88	0,999	0,035	28,636
20	0,342	0,940	0,364	43	0,682	0,731	0,933	66	0,914	0,407	2,246	89	1,000	0,017	57,290
21	0,358	0,934	0,384	44	0,695	0,719	0,966	67	0,921	0,391	2,356				
22	0,375	0,927	0,404	45	0,707	0,707	1,000	68	0,927	0,375	2,475				
23	0,391	0,921	0,424	46	0,719	0,695	1,036	69	0,934	0,358	2,605				

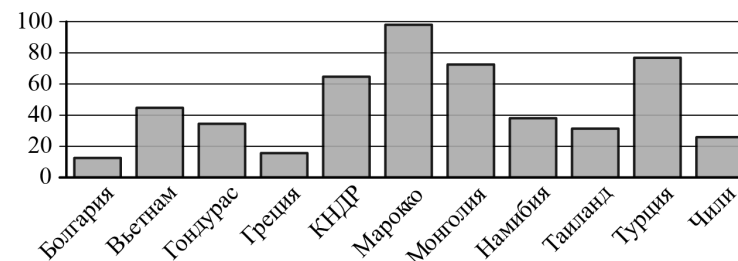
**Часть 1**

*Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

- В1** В квартире, где проживает Пётр, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 мая счётчик показывал расход 172 куб. м воды, а 1 июня — 177 куб. м. Какую сумму должен заплатить Пётр за холодную воду за май, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 23 руб. 10 коп.? Ответ выразите в рублях.

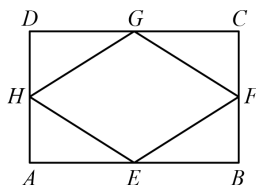
Ответ: \_\_\_\_\_.

- В2** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимало Марокко, одиннадцатое место — Болгария. Какое место занимала Намибия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B3** Середины последовательных сторон прямоугольника, диагонали которого равны 2, соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B4** Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг  $R$  бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01, средней цены  $P$ , показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наибольший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5000	4	0	2
Б	3800	0	4	2
В	5800	4	0	2
Г	6000	0	0	2

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B5** Найдите корень уравнения  $\log_3(-5-x) = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B6** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  основание  $AB$  равно 20,  $AH$  — высота,  $BH = 2,1$ . Пользуясь таблицами тригонометрических функций, найдите угол  $BAC$  (при необходимости результат округлите до целого числа градусов).

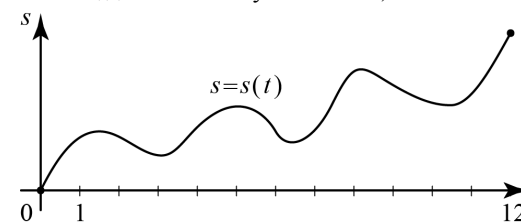


Ответ: \_\_\_\_\_.

- B7** Найдите значение выражения  $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

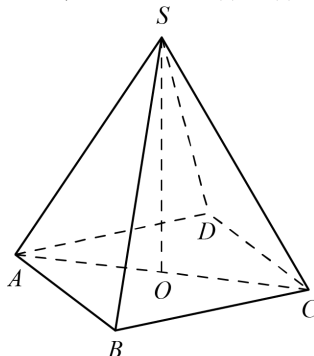
- B8** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ: \_\_\_\_\_.



- B9** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 15$ ,  $SA = 25$ . Найдите длину отрезка  $AC$ .

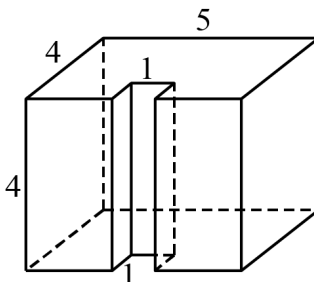


Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 участников из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B11** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** В некоторой сплошной среде источник и приёмник звукового сигнала движутся прямолинейно навстречу друг другу. Частота звука, регистрируемая приёмником, не совпадает с частотой звука, испускаемого источником. Связь между частотами выражается формулой

$$f = f_0 \cdot \frac{c + u}{c - v},$$

где  $c$  — скорость звука в данной среде (м/с),  $f_0 = 140$  Гц — частота испускаемого звука,  $f$  — частота звука, регистрируемая приёмником, а  $u = 9$  м/с и  $v = 7$  м/с — скорости приёмника и источника звука соответственно. При какой скорости звука в среде частота, регистрируемая приёмником, будет равна 145 Гц? Ответ выразите в метрах в секунду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** Иван и Алексей договорились встретиться в Н-ске. Они едут к Н-ску разными дорогами. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 168 км от Н-ска и едет с постоянной скоростью 72 км/ч. Иван в момент звонка находится в 165 км от Н-ска и ещё должен по дороге сделать 30-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в Н-ск одновременно с Алексеем?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Найдите наименьшее значение функции  $y = 3^{x^2 - 6x + 14}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

## C1

а) Решите уравнение  $(25^{\cos x})^{\sin x} = 5^{\cos x}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

- C2** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 9$ . Точка  $O$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $4:5$ , считая от вершины  $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $O$  и  $C_1$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4, \\ x^3 + 5x^2 + \frac{28x^2 + 5x - 30}{x-6} \leq 5. \end{cases}$$

- C4** В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $D$ , причём  $AD = R$ .  
а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.  
б) Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите площадь треугольника  $BEF$ , если известно, что  $R = 2$  и  $CD = 10$ .

- C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (1-a)^2 = |x-1+a| + |x-a+1|$$

имеет единственный корень.

- C6** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.  
а) На доске выписан набор  $-3, -1, 2, 4, 6, 7, 9$ . Какие числа были задуманы?  
б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 6 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?  
в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?