**«Элементы топологии на внеклассных занятиях по математике»**

Все, что проводится в школе в плане осуществления внеклассной работы во внеурочное время, в некоторых педагогических источниках объединяется одним общим понятием – внеклассная работа.

Внеклассная работа способствует раскрытию индивидуальных особенностей ребенка, которые не всегда удается рассмотреть на уроке. Но, несмотря на некоторую свою произвольность и специфическую воспитательную направленность, внеклассная работа всегда строится на основе программного материала. Но это не исключает рассматривать и дополнительные вопросы, лишь бы они были доступны и весьма интересны изучения их учащимися. Одним из таких вопросов может являться изучение одного из разделов математики – Топология.

«Молодая» по своей сути наука вызывает трудности в ее изучении и преподавании в школе. В то время как ее изучение позволяет развивать у детей наглядно-образное мышление, долговременную память, а также умения конструировать фигуры и поверхности.

Одним из первых, кто оказал помощь учителям в преподавании топологии, был Игорь Фёдорович Шарыгин и Лариса Николаевна Ерганжиева, которые разработали учебник «Наглядная геометрия, 5-6 кл.». В своем учебнике они рассмотрели лишь малую часть того, что можно было бы выдать школьникам – лист Мебиуса, лабиринты, графы.

Я расширила этот материал и предлагаю его в возможном использовании в условиях предпрофильного обучения. Тема эта весьма актуальна и своевременна, т.к. выбор профиля обучения, зависит в большей степени от выбора будущей специальности, от того, какое место будет занимать в ней, в частности, математика. И так, Вашему вниманию представлены два первых занятия на тему «Элементы топологии на внеклассных занятиях по математике».

**Тема: На подступах к топологии**

**Цели:** Обучающая: Ввести понятие топологии и одного из ее преобразований – деформация

Развивающая: Создать условия для развития операций логического мышления – анализа, синтеза и обобщения

Воспитывающая: Воспитание умения преодолевать трудности

**I Организационный этап**

Цель: организовать и настроить учащихся на работу в течение всего урока

**II Мотивационный этап**

Цель: заинтересовать учащихся в изучении топологии

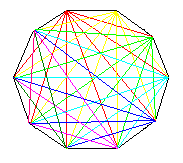
Метод: частично-поисковый

Прием: решение задач

***Учитель:*** Геометрия, изучаемая в школе, имеет дело почти исключительно со свойствами фигур, связанными с понятиями длины, величины угла, площади и объема. Такие свойства фигур называются метрическими. Лишь очень немногие теоремы и задачи школьного курса геометрии рассматривают свойства иного характера. Например, решим следующую задачу.[25, 63]

Сколько диагоналей можно провести в выпуклом десятиугольнике?

(учащиеся выполняют решение)



У кого какие варианты?

(учащиеся предлагают свои варианты ответов)

***Учитель:*** Если мы будем решать эту задачу непосредственно, т.е. проведем в данном многоугольнике все возможные диагонали, и попытаемся их пересчитать, то увидим, что сделать это не совсем просто. Давайте представим, что все диагонали многоугольника - эластичные тесемки, прикрепленные к соответствующим вершинам. Тогда каждую диагональ можно было бы поднять в пространстве. Например, вторую диагональ поднять чуть выше, чем первую; третью поднять чуть выше, чем вторую и т.д. При этом диагонали не пересекались бы, и мы могли бы без труда их пересчитать. От натяжения тесемок изменились бы их длины, величины, некоторых углов и т.п., а число диагоналей (тесемок) осталось бы тем же самым.

Но для решения этой задачи такие изменения элементов фигур значения не имеют. Здесь мы сталкиваемся с геометрическими свойствами, которые не являются метрическими.[25, 64]

**III Этап введения понятия**

Цель: ввести понятие топологии и одного из ее преобразования – деформация

Метод: частично-поисковый

Прием: работа с полоской бумаги и с пластилином

***Учитель:*** Топология и является разделом геометрии, изучающим свойства фигур, которые могут быть установлены без измерения и сравнения длин и величин углов, и которые, тем не менее, имеют вполне геометрический характер.

Термин «Топология» (по-гречески «топос» тоже, что по-латыни, situs-«место») был впервые введен немецким физиком, математиком и астрономам Иоганном Бенедиктом Листингом (1808-1882) в своей небольшой книге «Предварительные исследования по топологии», изданном в 1847 г. [ 16,111]

Топология – это раздел геометрии, который рассматривает различные преобразования. [25,64]

Одно из таких преобразований – это деформация. Давайте остановимся на ней поподробнее.

Деформация – это такое преобразование модели фигуры, которое сводится к растяжению, сжатию, изгибанию, скручиванию; при этом две различные точки модели фигуры не должны приводиться в состояние физического соприкосновения друг с другом и, не должно происходить разрывов тех частей модели фигуры, которые были соединены друг с другом. [25,68]

У вас на столах лежат полоски бумаги.

1.Возьмите полоску бумаги, допустим это отрезок АВ.

2.Обозначте его.

3.Применим теперь деформацию к этой геометрической фигуре.

(учащиеся проделывают самостоятельно, учитель контролирует)

A

B

A

B

A

B

A

B

A

B

A

B

Хорошо. 1.А теперь совместите точки А и В, склейте полоску.

Что у нас получилось?

**Учащиеся:** окружность

***Учитель:*** Мы можем с ней проделать какую-либо деформацию?

***Учащиеся:*** Можем

***Учитель:*** Проделайте, и обратите внимание на то, какие геометрические фигуры вы можете получить при деформации окружности?

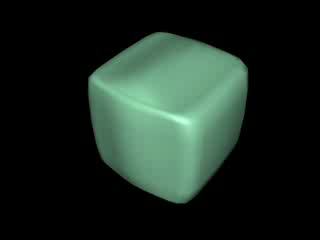
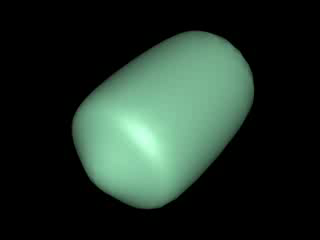
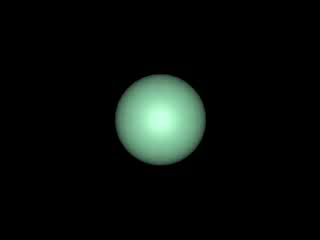
(учащиеся проделывают работу)

Иными словами, топологические свойства, изучением которых и занимается топология, - это те свойства, которые остаются инвариантными при любом топологическом преобразовании, под которым можно понимать любой изгиб, сжатие, расширение, искажение размеров и формы фигуры и всякое вообще преобразование, лишь бы сохранить отношения прикосновения, бесконечной близости, т.е. взаимная непрерывность (отсутствие разрывов) и взаимная однозначность (отсутствие какой-либо спайки, склеивания). Такие преобразование называются тоже гомеоморфными или гомеоморфизмами (от греческих слов «гомойос»- подобный и «морфе»- вид, форма, строение). [25,67]

Теперь рассмотрим деформацию в пространстве.

1.Из пластилина слепите шар, представьте, что вы работаете только с поверхностью шара, т.е. сферой.

2.Примените к нему такое преобразование как деформация.



Как вы считаете, при деформации меняются свойства фигур?

Учащиеся: Нет.

**IV Этап закрепления понятия**

Цель: закрепить понятия деформация и гомеоморфизмы

Метод: частично-поисковый

Прием: решение практических задач

***Учитель:*** Давайте разберемся, ответив на некоторые вопросы:

1.Какие из свойств квадрата изменяются при его деформации; какие остаются неизменными (инвариантными)? Почему иногда говорят, что квадрат более похож на окружность, чем окружность на кольцо?

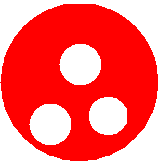
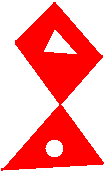
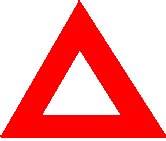
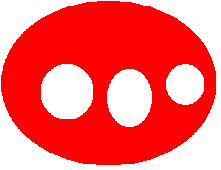
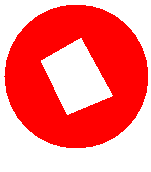
Учащиеся: При топологических преобразованиях изменяется площадь квадрата, величины углов, прямолинейность ребер и т.д. Неизменным остается непрерывность контура квадрата и т.д.

Квадрат более похож на окружность, чем окружность на кольцо, т.к. окружность и квадрат являются гомеоморфными фигурами, а квадрат и окружность не гомеоморфны кольцу.

***Учитель:*** Так значит, меняются свойства фигур при деформации?

***Учащиеся:*** Да, но не все.

***Учитель:*** Рассмотрим теперь такие рисунки:

а)  б)  в)  г)  д) 

Какие из фигур, изображенных на рисунке гомеоморфны?

***Учащиеся:*** а) гомеоморфно г).

***Учитель:*** Какие буквы русского алфавита гомеоморфны друг другу? Найдите такие пары. [25,68-71]

***Учащиеся:*** р и ь, э и е, е и ш, с и п.

**V Этап подведения итогов**

Цель: подвести итоги

***Учитель:*** Ребята, с чем мы сегодня познакомились?

***Учащиеся:*** С элементами топологии и ее преобразованием – деформация

***Учитель:*** Что вам понравилось больше всего?

(учащиеся отвечают)

Что вызвало у вас затруднения?

(учащиеся отвечают)

Спасибо за занятие, можете быть свободны.

Занятие 2

**Тема: Лист Мёбиуса**

Цели: Обучающая (ознакомить учащихся с топологической поверхностью – тор, и её свойствами)

Развивающая (создать условия для развития абстрактно-логического мышления, произвольной долговременной памяти через установку на запоминание)

Воспитательная (воспитание целеустремленности)

**I Организационный этап**

Цель: организовать и настроить учащихся на работу в течение всего урока

**II Подготовительный этап**

Цель: актуализировать опорные знания и умения

Метод: репродуктивный +частично-поисковый

Прием: работа с листом бумаги

***Учитель:*** Давайте вспомним, о чем мы говорили с вами на прошлом занятии. Возьмите лист бумаги, которые лежат у вас на столах. Если мы посадим на одну сторону листа муху, и заставим ее ползти, то, чтобы она попала на другую сторону листа ей надо переползти через край. Сколько раз ей надо переползти через край, чтобы вернуться в тоже место?

***Учащиеся:*** два раза

***Учитель:*** Таким образом, у нас лист имеет две стороны. Представим, что мы посадили муху на край листа и заставили ее ползти по этому краю. К какому результату мы придем? (путь мухи проделайте с помощью ручки)

(учащиеся проделывают опыт)

***Учащиеся:*** Муха вернется в начало своего пути, следовательно, у листа бумаги один край.

***Учитель:*** Если мы немного изменим форму листа бумаги, изменится ли количество краев и сторон?

***Учащиеся:*** Нет. У листа останется один край и две стороны.

***Учитель:*** А если мы сомнем этот лист, его свойства от этого изменятся?

***Учащиеся:*** Нет.

***Учитель:*** Как называется такое преобразование?

***Учащиеся:*** Непрерывная деформация

***Учитель:*** Молодцы! Вспомнили

III Введение нового понятия

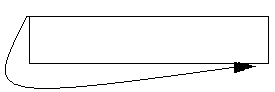
Цель: ввести понятие листа Мебиуса и рассмотреть его свойства

Метод: частично-поисковый

Прием: работа с листом бумаги

***Учитель:*** Возьмите лист бумаги и отрежьте полоску. Склейте ее так, чтобы начало одной меньшей стороны совпало с концом другой меньшей стороны. (учитель показывает, как это сделать, учащиеся проделывают то же самое)

Как вы думаете, сколько у полученного кольца сторон и краев? Чтобы узнать, сколько сторон у полученного кольца, нужно взять карандаш и провести непрерывную линию. Что вы получили?



***Учащиеся:*** Карандаш прошел по всему кольцу, не переходя через край, и вернулся в начальную точку. Из этого можем сделать вывод, что у полученного кольца одна сторона и один край.

***Учитель:*** У этого кольца есть особое название – «лист Мёбиуса». Лист Мёбиуса – простейшая односторонняя поверхность. Ее придумал в 1858 году немецкий геометр Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868 г.). Он был первоначально астроном, как и многие из тех, кому математика была обязана своим развитием. [4,277]

1. Сделайте разрез по средней его линии, параллельно краю.

(учащиеся проделывают опыт)

Что же получилось?

***Учащиеся:*** Лист Мёбиуса не распался, а превратился в замкнутую двустороннюю поверхность.

***Учитель:***

2. Разрежьте, полученный лист, опять по средней линии.

(учащиеся проделывают опыт)

***Учащиеся:*** Она распалась на две, зацепленные и переплетенные между собой, поверхности.

***Учитель:*** Разрез листа Мёбиуса вдоль линии, параллельно средней линии, приводит к его распаду на более узкий лист Мёбиуса и на двустороннюю, зацепленную с ним, перекрученную поверхность. [9,278]

**IV Этап первичного закрепления**

Цель: закрепить понятие листа Мёбиуса

Метод: исследовательская работа

Прием: работа с листом бумаги

***Учитель:*** Лист Мёбиуса обладает рядом свойств, которые мы сейчас с вами рассмотрим.

Склейте еще один лист Мёбиуса.

(учащиеся проделывают работу)

Чем отличается прежний лист Мебиуса с полученной нами поверхностью?

***Учащиеся:*** Она перекрутилась два раза.

***Учитель:*** Хорошо, давайте наши результаты запишем в таблицу

Число перекручиваний

Результат разрезания Свойства

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число перекручиваний | Результат разрезания | Свойства |
| 0 | Два кольца | Длина окружности та же, но кольцо в два раза уже |
| 1 | Одно кольцо | Кольцо перекручено дважды, оно вдвое длиннее, но уже |
| 2 | Два кольца | Кольцо перекручено дважды, оно вдвое длиннее, но уже |
| 3 | Одно кольцо | Кольцо перекручено шесть раз и оно вдвое уже |

**V Итог урока**

Цель: подвести итог занятия

***Учитель:*** Ребята, с чем мы сегодня с вами познакомились?

***Учащиеся:*** С топологической поверхностью – лист Мёбиус.

***Учитель:*** Какие трудности у вас возникли при изучении листа Мёбиуса?

(учащиеся предлагают свои варианты ответов)

Спасибо за урок, можете быть свободны.