Урок 1
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: ввести понятия треугольника и его элементов, периметра треугольника; учить оформлять и решать задачи; развивать логическое мышление учащихся.

Оборудование: различные многоугольники и треугольники, вырезанные из бумаги или изготовленные из проволоки; таблицы «Виды треугольников» и «Равенство треугольников».

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

1. Сообщение итогов контрольной работы.

2. Ошибки, допущенные учащимися в ходе работы.

3. Решение на доске задач, вызвавших затруднения у учащихся.

II. Изучение нового материала методом беседы.

1. Понятие треугольника знакомо учащимся, поэтому изучение темы начинается с демонстрации различных многоугольников, треугольников, изготовленных из бумаги, проволоки либо изображенных на таблице или классной доске.

2. Учащиеся выделяют треугольники, указывают и называют их стороны, вершины и углы. Обозначение треугольника, его углов, сторон.

3. Выполнение практического задания:

1) Начертите треугольник *ABC* и проведите отрезок, соединяющий вершину *A* с серединой противоположной стороны.

2) Начертите треугольник *MNP*. На стороне *MP* отметьте произвольную точку *K* и соедините ее с вершиной, противолежащей стороне *MP*.

3) Назовите углы: а) треугольника *DEK*, прилежащие к стороне *EK*; б) треугольника *MNP*, прилежащие к стороне *MN*.

4) Назовите угол: а) треугольника *DEK*, заключенный между сторонами *DE* и *DK*; б) треугольника *MNP*, заключенный между сторонами *NP* и *PM*.

5) Между какими сторонами: а) треугольника *DEK* заключен угол *K*; б) треугольника *MNP* заключен угол *N*?

4. Выполнение заданий № 87 и 88 для лучшего усвоения понятий треугольника и его элементов.

5. Введение понятия периметра треугольника. Записать в тетради: *сумма длин трех сторон треугольника называется его периметром.*

6. Решение задачи № 91 с оформлением на доске и в тетрадях учащихся:

Дано: $P_{\Delta ABC} = 48$ см, $AC = 18$ см, $BC - AB = 4{,}6$ см.

Найти: AB и BC.

Решение

Обозначим длину стороны AB в сантиметрах буквой x, тогда

$BC = (x + 4{,}6)$ см;

48 см $= AB + AC + BC = x + x + 4{,}6 + 18$ см, откуда

$2x = 25{,}4$; $x = 12{,}7$.

Значит, $AB = 12{,}7$ см; $BC = 12{,}7 + 4{,}6 + 17{,}3$ (см).

Ответ: 12,7 см и 17,3 см.

7. Вспомнить, какие фигуры называются равными. Записать в тетрадях определение:

Два треугольника называются равными, если каждой стороне и каждому углу в любом из них найдется равный элемент в другом.

8. Работа по рис. 50 и таблице «Равенство треугольников».

Обратить внимание учащихся на то, что из равенства треугольников следует равенство соответствующих, то есть совмещающихся при наложении сторон и углов этих треугольников, и что в равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы и обратно, против соответственно равных углов лежат равные стороны.

9. Устно решить задание: на каждом из рисунков 1 и 2 изображены равные между собой треугольники. Указать соответственно равные элементы этих треугольников.

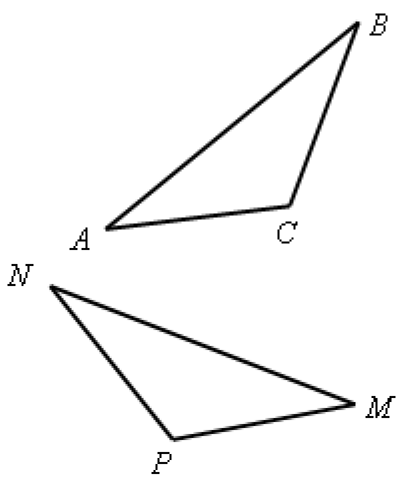


Рис. 1

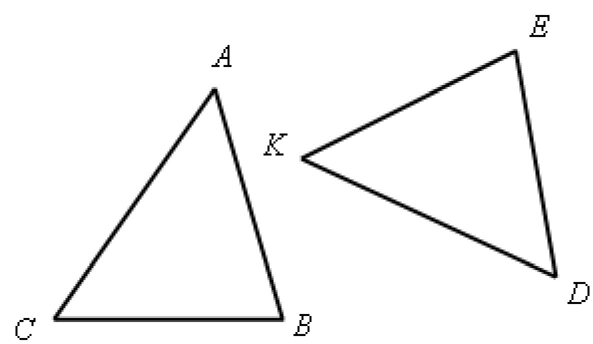


Рис. 2

10. Устное решение задачи № 92.

11. Письменно решить задачу:

Треугольники ABC и MNP равны, причем $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$ и $\angle C = \angle P$.

Найдите стороны ΔMNP, если $AB = 7$ см, $BC = 5$ см, $CA = 3$ см.

Решение

$\Delta ABC = \Delta MNP$ по условию, поэтому углы и стороны ΔABC соответственно равны углам и сторонам треугольника MNP. Из условия задачи следует, что соответственно равными являются стороны AB и MN, BC и NP, CA и PM.

Значит, $MN = 7$ см, $NP = 5$ см, $PM = 3$ см.

III. Закрепление изученного материала.

1. Учащиеся самостоятельно выполняют практическое задание № 89 (б; в). Учитель просматривает выполнение этого задания и устраняет ошибки.

2. Решение задачи № 90 (самостоятельно).

IV. Итоги урока.

Используя таблицы, учитель с помощью вопросов выясняет, умеют ли учащиеся объяснить, какая фигура называется треугольником, и назвать его элементы; знают ли, что такое периметр треугольника, какие треугольники называются равными.

Домашнее задание: изучить п. 14 из § 1; ответить на вопросы 1 и 2 на с. 49; решить задачу № 156; выполнить практическое задание 89 (а).

Урок 2
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: разъяснить смысл слов «теорема» и «доказательство теоремы»; сформулировать и доказать первый признак равенства треугольников.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний.

Вопросы к учащимся:

1. Повторить определение смежных углов и их свойство.
2. Повторить определение вертикальных углов и их свойство.
3. Вспомнить определение равных фигур, биссектрисы угла.
4. Вспомнить, какой угол называется острым, прямым, тупым.
5. Повторить определение треугольника, его элементов; определение периметра треугольника; определение равных треугольников.

II. Объяснение нового материала.

1. Разъяснение смысла слов «теорема» и «доказательство теоремы», так как с этими понятиями учащиеся встречаются впервые.

В геометрии каждое утверждение, справедливость которого устанавливается путем рассуждений, называется *теоремой*, а сами рассуждения называются *доказательством теоремы*.

2. Напомнить учащимся, что приведенные ранее рассуждения о свойстве смежных и о равенстве вертикальных углов были доказательствами теорем, хотя мы их еще так не называли.

3. Повторить с учащимися понятие равенства фигур (отрезков, углов, треугольников), используя при этом таблицы, модели, кодопозитивы.

4. Сформулировать и доказать теорему, выражающую первый признак равенства треугольников (это объясняет учитель).

5. После доказательства теоремы (пункта 15) учитель разъясняет смысл слова «признак», отметив, что доказанный признак дает возможность устанавливать равенство двух треугольников, не производя фактического наложения одного из них на другой, а сравнивая только некоторые элементы треугольника.

III. Закрепление изученного материала.

Желательно рассмотреть как можно больше задач, решаемых по готовым чертежам.

1. Решение задач (устно) по готовым чертежам на доске *(учитель использует цветные мелки для выделения одним цветом равных элементов)*.

Задание: найдите пары равных треугольников (см. рис. 1–4) и докажите их равенство.

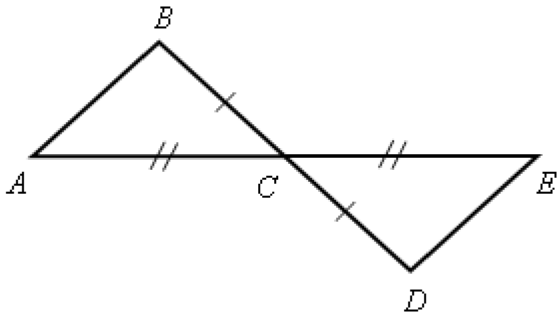


Рис. 1

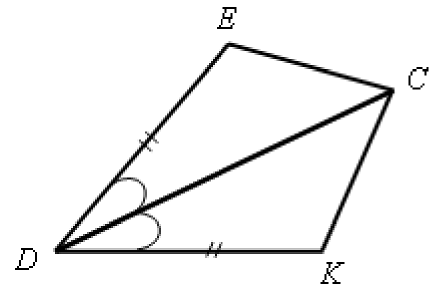


Рис. 2

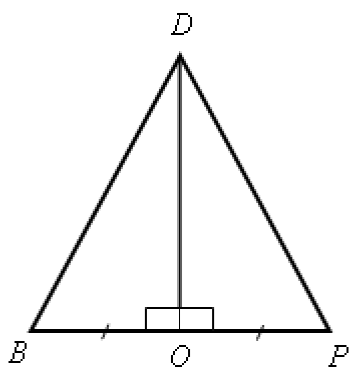


Рис. 3

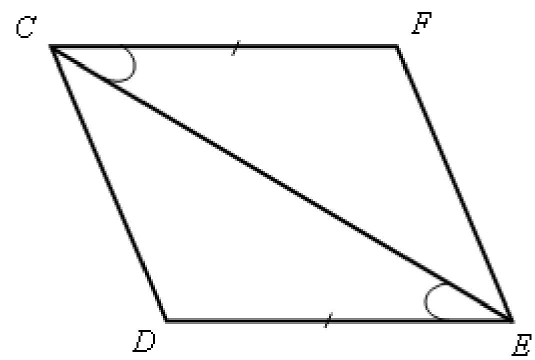


Рис. 4

2. Решить задачу № 96 на доске и в тетрадях (по рис. 54).

Решение

Рассмотрим ΔAOB и ΔDOC:

$OA = OD$ (по условию)
$OB = OC$ (по условию)
$\angle AOB = \angle DOC$ (вертикальные углы равны)

$\Rightarrow$ $\Delta AOB = \Delta DOC$ (*I признак*, равны по двум сторонам и углу между ними).

Тогда $\angle DCO = \angle ABO = 74°$.

$\angle ACD = \angle ACO + \angle DCO = 36° + 74° = 110°$.

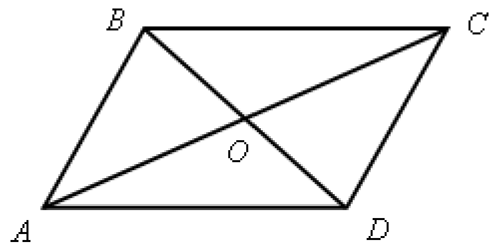
Ответ: 110°.

3. Самостоятельно учащиеся решают задачу № 1:

Из точек A и B на прямую a опущены перпендикуляры AC и BD, причем $AC = BD$.

Докажите, что $\Delta ACD = \Delta BDC$.

4. З а д а ч а № 2.



Д а н о : $\Delta AOB = \Delta COD$.

Д о к а з а т ь : $\Delta BOC = \Delta DOA$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: знать доказательство первого признака равенства треугольников п. 15, решить задачи №№ 93, 94 и 95.

Урок 3
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: выработать у учащихся умение применять при решении задач изученные свойства и теорему о равенстве треугольников по двум сторонам и углу между ними; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Проверка усвоения изученного материала.

1. Проверить знание первого признака равенства треугольников (один человек – у доски и можно три человека с листочками – за первыми партами).

2. Два человека у доски записывают решение домашних задач № 94 и 95.

3. Устная работа с классом:

1) Контрольные вопросы 1–4 на с. 49–50.

2) Решение задач по готовым чертежам:

а) Какие треугольники равны на рисунке 1 и почему?

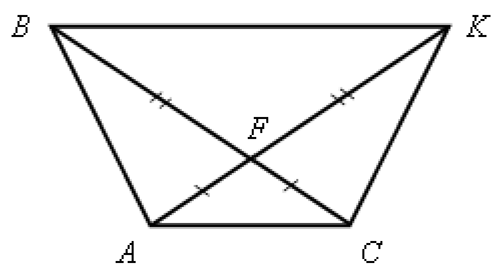


Рис. 1

б) На рисунке 2 в треугольниках *ABD* и *ACD*.

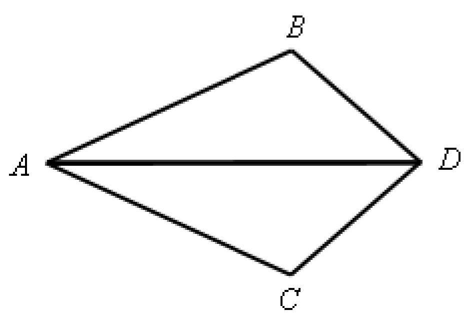


Рис. 2

$\angle BAD = \angle CAD$; $AB = AC$.

Найдите периметр ΔABD, если AC = 5 см, CD = 3 см, AD больше AC на 2 см.

в) $\Delta MNO = \Delta MRO$ (рис. 3). Доказать, что $\Delta NOP = \Delta ROP$.

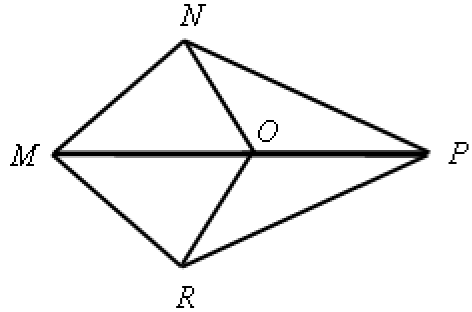
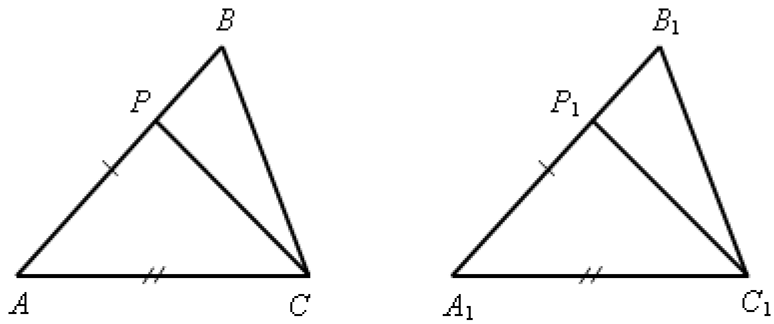


Рис. 3

II. Решение задач.

При построении чертежей обязательно использовать цветные мелки.

1. Р е ш и т ь задачу № 98 *(решение объясняет учитель, привлекая учащихся)*.



Д а н о: ΔACB и $\Delta A_1C_1B_1$; $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$;
$\angle A = \angle A_1$; $AP = A_1P_1$.

Д о к а з а т ь: $\Delta BPC = \Delta B_1P_1C_1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о

Рассмотрим ΔACB и $\Delta A_1C_1B_1$:

$AB = A_1B_1$ (по условию), $AC = A_1C_1$ (по условию), $\angle A = \angle A_1$ (по условию), тогда $\Delta ACB = \Delta A_1C_1B_1$ (первый признак, равны по двум сторонам и углу между ними).

Отсюда $BC = B_1C_1$ и $\angle B$ и $\angle B_1$.

По условию $AB = A_1B_1$ и $AP = A_1P_1$, то $PB = P_1B_1$.

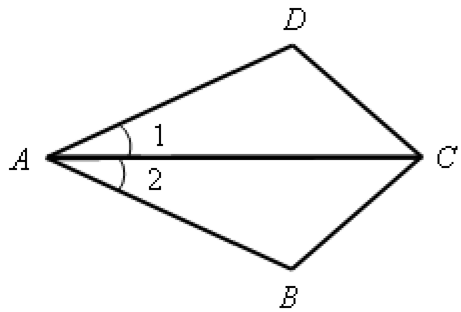
Рассмотрим ΔBPC и $\Delta B_1P_1C_1$:

$BC = B_1C_1$
$PB = P_1B_1$
$\angle B = \angle B_1$
$\Rightarrow$ $\Delta BPC = \Delta B_1P_1C_1$ (первый признак, треугольники равны по двум сторонам и углу между ними).

2. Р е ш и т ь задачу № 99 на доске и в тетрадях.

III. Самостоятельная работа (10 минут).

В а р и а н т I



Докажите равенство треугольников ADC и ABC, изображенных на рисунке, если $AD = AB$ и $\angle 1 = \angle 2$.

Найдите углы ADC и ACD, если $\angle ABC = 108°$, $\angle ACB = 32°$.

Вариант II

Докажите равенство треугольников ABC и ADC, изображенных на рисунке 53 учебника, если $AB = DC$ и $\angle 4 = \angle 3$. Найдите углы ACB и ADC, если $\angle ABC = 102°$, $\angle BCA = 38°$.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

Известно, что ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ равны, причем $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $CD = C_1D_1$.

Докажите, что $\Delta CBD = \Delta C_1B_1D_1$.

Вариант IV

(для более подготовленных учащихся)

Известно, что треугольник MKP равен треугольнику $M_1K_1P_1$, причем $\angle M = \angle M_1$, $\angle K = \angle K_1$. На сторонах MP и M_1P_1 отмечены точки E и E_1 так, что $ME = M_1E_1$.

Докажите, что $\Delta MEK = \Delta M_1E_1K_1$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 14, 15; ответить на вопросы 1–4 на с. 49–50; решить задачи №№ 97, 160(а).

У р о к 4
ПЕРПЕНДИКУЛЯР К ПРЯМОЙ. МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ И ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Ц е л и : ввести понятие перпендикуляра к прямой и доказать теорему о перпендикуляре; ввести понятия медианы, биссектрисы и высоты треугольника и научить учащихся их строить.

Н а г л я д н ы е п о с о б и я: таблица «Медианы, биссектрисы и высоты треугольника»; транспортиры; прямоугольные треугольники.

Х о д у р о к а

I. Анализ результатов самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала.

1. В в е д е н и е понятия *перпендикуляра к прямой* (рис. 55).

Учащиеся должны уяснить, что перпендикуляр AH, проведенный из точки A к прямой a, – это такой отрезок, для которого выполнены следующие два условия: 1) прямая AH перпендикулярна к прямой a ($AH \perp a$); 2) $A \notin a$, $H \in a$.

2. В ы п о л н е н и е практического задания 100.

3. Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы о перпендикуляре к прямой проводит сам учитель по рисункам 56, 57 без записи доказательства этой теоремы в тетрадях.

4. Р е ш е н и е задачи № 105 (устно по готовому чертежу).

5. В в е д е н и е понятия *медианы треугольника* (использовать таблицу «Медианы, биссектрисы и высоты треугольника) и построение учащимися медиан треугольника (рис. 59).

6. В в е д е н и е понятия *биссектрисы треугольника* и построение учащимися биссектрис углов треугольника с помощью транспортира (рис. 60).

Обратить внимание учащихся на различие между биссектрисой угла (луч, делящий угол на два равных угла) и биссектрисой треугольника (отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны).

7. В в е д е н и е понятия *высоты треугольника* (использовать таблицу) и построение учащимися высот в остроугольном, прямоугольном и тупоугольном треугольниках с помощью прямоугольных треугольников (рис. 61 и 62).

У учащихся вызывает затруднение проведение высоты из вершины острого угла в тупоугольном треугольнике, поэтому учитель объясняет построение высот в различных тупоугольных треугольниках.

III. Практическая работа.

Для закрепления навыков построения медиан, биссектрис и высот треугольника учащиеся выполняют практические задания №№ 101, 102 и 103, а учитель просматривает выполняемые учащимися построения и оказывает необходимую помощь.

IV. Итоги урока.

Выяснить, какими свойствами обладают медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

Домашнее задание: изучить пункты 16 и 17; ответить на вопросы 5–9 на с. 50; выполнить на отдельных листочках практические задания №№ 101, 102 и 103 и сдать учителю на проверку.

Р е ш и т ь задачи:

1. AC – биссектриса $\angle A$ треугольника ABD. Докажите, что ΔBAC = = ΔDAC.

2. В треугольнике ACD проведены медианы AE, CB и DF. Длины отрезков AF, BD и CE соответственно равны 4 см, 3 см и 2 см. Найдите периметр треугольника ACD.

3. DN – высота треугольника MNK; $MD = DK$.

Доказать, что $\Delta MND = \Delta KND$.

Урок 5
СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: закрепить изученный материал; ввести определение равнобедренного треугольника; доказать теоремы о свойствах равнобедренного треугольника.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Фронтальный опрос по вопросам 1–9 на с. 49–50.

2. Устная проверка решения домашних задач.

II. Объяснение нового материала.

1. Определение равнобедренного треугольника; его боковые стороны и основание (рис. 63).

2. Определение равностороннего треугольника.

3. Устно решить задачи (по готовым чертежам):

1) Дан равнобедренный треугольник CDE с основанием DE. Назовите боковые стороны, углы при основании и угол, противолежащий основанию этого треугольника.

2) В равнобедренном треугольнике MDK $MK = DK$. Назовите боковые стороны, основание, угол, противолежащий основанию, и углы при основании этого треугольника.

4. Доказательство теоремы о свойствах углов при основании равнобедренного треугольника.

Чертеж, краткую запись условия и заключение теоремы, а также основные этапы доказательства полезно записать на доске и в тетрадях учащихся.

Дано: ΔABC – равнобедренный, BC – основание.

Доказать: $\angle B = \angle C$.

Доказательство

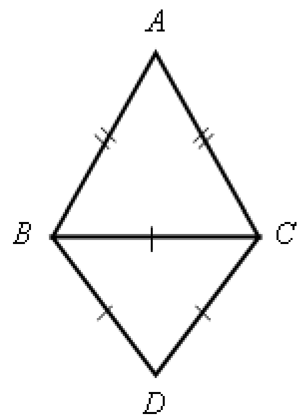
Проведем биссектрису AD треугольника (рис. 64 учебника). $\Delta ABD = \Delta ACD$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = AC$ по условию, AD – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$, так как AD – биссектриса).

Значит, $\angle B = \angle C$, что и требовалось доказать.

Это свойство в дальнейшем часто используется при решении задач и доказательстве теорем, поэтому оно должно быть хорошо усвоено.

III. Закрепление изученного материала.

1. Р е ш и т ь задачу № 108.



Д а н о: ΔABC – равнобедренный;
ΔBCD – равносторонний.
$P_{\Delta ABC}$ = 40 см; $P_{\Delta BCD}$ = 45 см.
Н а й т и: AB и BC.

Р е ш е н и е

$BC = CD = BD$ (по условию),
$P_{\Delta BCD}$ = 45 см = $3BC$, отсюда
BC = 45 : 3 = 15 (см).

По условию $P_{\Delta ABC}$ = 40 см, BC = 15 см, тогда $AB + AC$ = 40 – 15 = 25 (см).

Так, по условию ΔABC – равнобедренный, то $AB = AC$ = 25 : 2 = = 12,5 (см).

О т в е т: AB = 12,5 см; BC = 15 см.

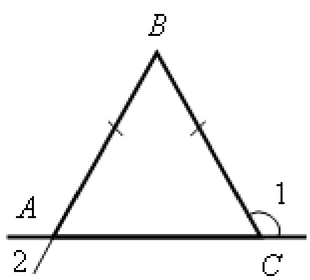
2. У с т н о р е ш и т ь задачу № 116.

3. З а д а ч у № 112 по рисунку 66 решить на доске и в тетрадях.

Д а н о: ΔABC; $AB = BC$; $\angle 1 = 130°$.

Н а й т и: $\angle 2$.

Р е ш е н и е



По условию $AB = BC$, тогда ΔABC – равнобедренный по определению, значит, $\angle BAC = \angle BCA$ (по свойству равнобедренного треугольника). $\angle BCA + \angle 1 = 180°$ (свойство смежных углов).

Отсюда $\angle BCA = 180° - \angle 1 = 180° - - 130° = 50°$; значит, и $\angle BAC = 50°$.

Так как $\angle BAC = \angle 2$ (вертикальные углы равны), то $\angle 2 = 50°$.

О т в е т: 50°.

4. Р а з о б р а т ь решение задачи сначала устно путем логических рассуждений, строя чертежи, а затем решение записать на доске и в тетрадях.

В равнобедренном треугольнике сумма всех углов равна 180°. Найдите углы этого треугольника, если известно, что:

а) один из них равен 105°;

б) один из них равен 38° (рассмотреть два случая).

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 18 с доказательством теоремы об углах при основании равнобедренного треугольника; ответить на вопросы 10–12 на с. 50; решить задачи №№ 104, 107 и 117.

Урок 6
СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Цели: изучить свойство биссектрисы (медианы, высоты) равнобедренного треугольника, проведенной к основанию; изучить признак равнобедренного треугольника и закрепить знание свойств равнобедренного треугольника при решении задач; развивать логическое мышление учащихся.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания учащихся.

1. Один учащийся на доске готовит доказательство теоремы о свойстве углов при основании равнобедренного треугольника.

2. Второй учащийся решает на доске домашнюю задачу № 117 (по рис. 67).

3. Устно по готовым чертежам на доске (см. рис. 1–3) решаем задачи, предварительно повторив материал в ходе ответов учащихся на контрольные вопросы 10–12 на с. 50.

Найдите $\angle DBA$.

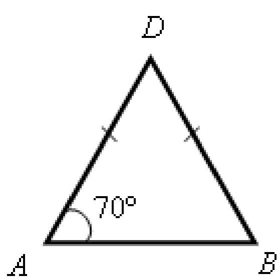


Рис. 1

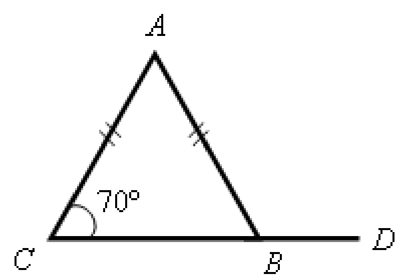


Рис. 2

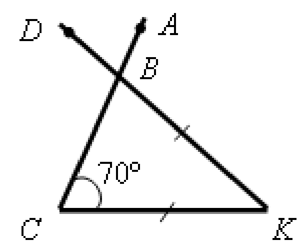


Рис. 3

II. Изучение нового материала.

1. Сформулировать и записать признак равнобедренного треугольника (обратная теорема свойства углов равнобедренного треугольника):

Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

2. Решить задачу № 111 (по рис. 65) устно по заранее заготовленному чертежу на доске.

3. Изучить теорему о биссектрисе равнобедренного треугольника, проведенной к основанию (рис. 64):

1) перед изучением теоремы повторить первый признак равенства треугольников; повторить определение биссектрисы, медианы и высоты треугольника; определение и свойство смежных углов треугольника;

2) учить учащихся при формулировке теоремы выделять, что дано, что надо доказать; учить краткой записи доказательства теоремы.

4. Объяснение учителя. Мы установили, что биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника, проведенные к основанию, совпадают. Поэтому справедливы также утверждения:

1) Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

2) Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.

5. Устно решить задачу № 110.

III. Решение задач на закрепление изученного материала.

1. Решение задач (устно) по готовым чертежам (заранее изготовить плакаты с рисунками, см. рис. 1–5).

Найдите $\angle DBA$ *(учить учащихся читать чертеж по обозначениям на нем).*

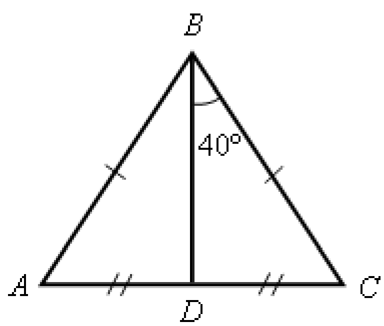


Рис. 1

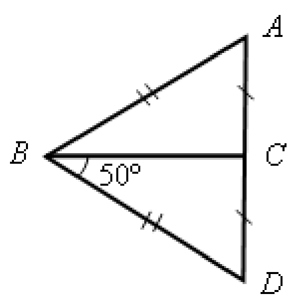


Рис. 2

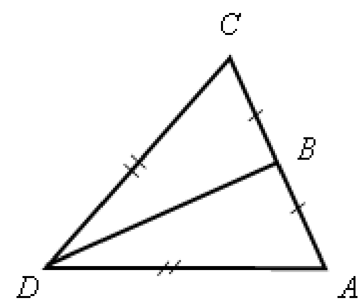


Рис. 3

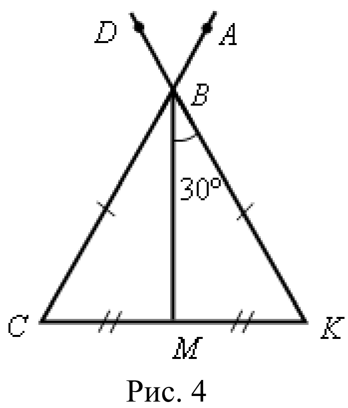


Рис. 4

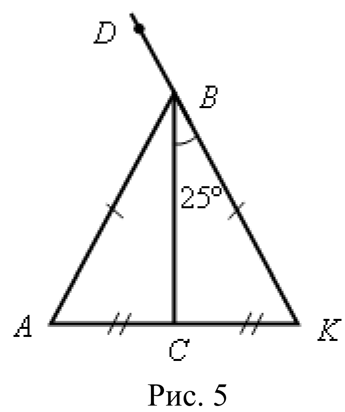
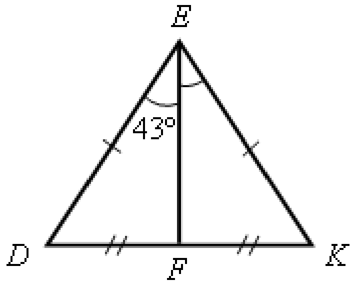


Рис. 5

2. Решить задачу № 119 с записью решения на доске и в тетрадях.



Д а н о : ΔDEK – равнобедренный;
EF – биссектриса;
DK = 16 см, $\angle DEF = 43°$.
Н а й т и : KF, $\angle DEK$, $\angle EFD$.

Р е ш е н и е

1) По условию EF – биссектриса ΔDEK и $\angle DEF = 43°$, тогда $\angle DEK = 2 \cdot \angle DEF = 43° \cdot 2 = 86°$.

2) EF – медиана равнобедренного ΔDEK (по свойству биссектрисы, проведенной к основанию), тогда $KF = \frac{1}{2} DK$; $KF = 16 : 2 = 8$ (см).

3) EF – высота равнобедренного ΔDEK (свойство биссектрисы, проведенной к основанию равнобедренного треугольника).

Значит, $\angle EFD = \angle EFK = 90°$.

О т в е т : KF = 8 см; $\angle DEK = 86°$; $\angle EFD = 90°$.

3. Р е ш и т ь задачу № 120 (а) с записью решения на доске и в тетрадях.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить п. 15; изучить пункты 16–18, ответить на вопросы 4–13 на с. 50; решить задачи №№ 114, 118 и 120 (б).

У р о к 7
ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Ц е л и : повторить и закрепить изученный ранее материал; изучить второй признак равенства треугольников и выработать навыки использования первого и второго признаков равенства треугольников при решении задач; развивать логическое мышление учащихся.

Х о д у р о к а

I. Устная работа.

1. О т в е т ы на контрольные вопросы 4 –13 на с. 50.

2. Р е ш е н и е задач по готовым чертежам с целью повторения первого признака равенства треугольников:

1) На рисунке 1 $DE = DK$, $\angle 1 = \angle 2$. Найдите EC, $\angle DCK$ и $\angle DKC$, если KC = 1,8 дм; $\angle DCE = 45°$, $\angle DEC = 115°$.

2) На рисунке 2 $OB = OC$, $AO = DO$; $\angle ACB = 42°$, $\angle DCF = 68°$.

Найдите $\angle ABC$.

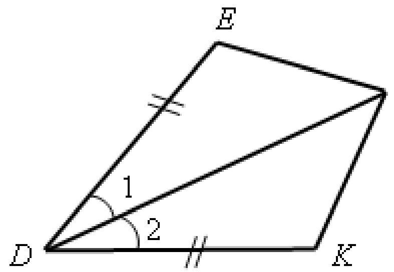


Рис. 1

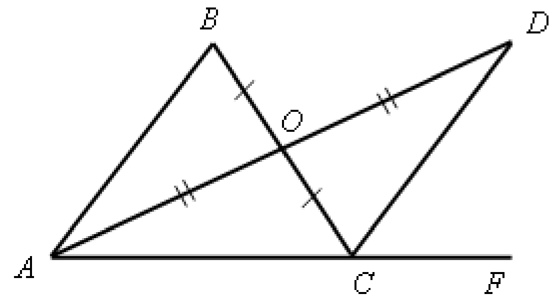


Рис. 2

II. Объяснение нового материала.

1. Выполнение учащимися практического задания: с помощью транспортира и масштабной линейки начертить треугольник ABC так, чтобы $\angle A = 46°$, $\angle B = 58°$, $AB = 4{,}8$ см.

2. Формулировка и доказательство второго признака равенства треугольников (на доске и в тетрадях).

При доказательстве второго признака желательно отметить аналогию с доказательством первого признака: в том и другом случае равенство треугольников доказывается путем такого наложения одного треугольника на другой, при котором они полностью совмещаются.

III. Закрепление изученного материала.

1. Устно по готовым рисункам (рис. 3–7) решить задачи:

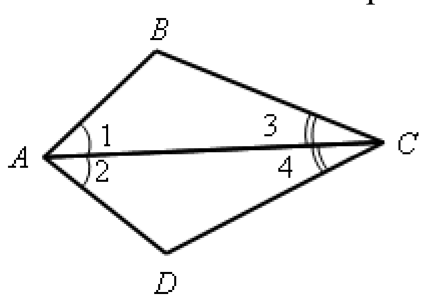


Рис. 3

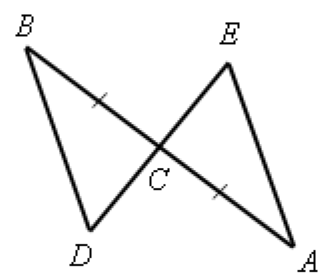


Рис. 4

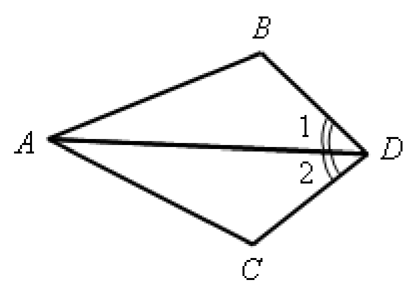


Рис. 5

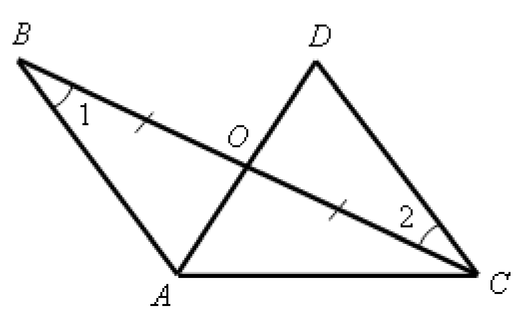


Рис. 6

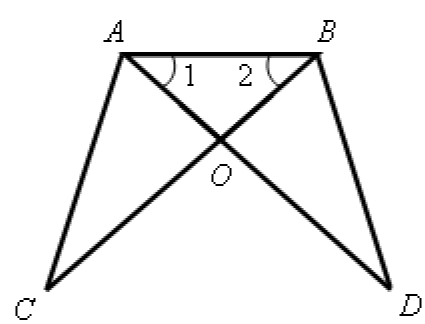


Рис. 7

1) На рисунке 3 $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $\Delta ABC =$ $= \Delta ADC$.

2) На рисунке 4 $AC = CB$, $\angle A = \angle B$. Докажите, что $\Delta BCD = \Delta ACE$.

3) На рисунке 5 луч AD – биссектриса угла BAC, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\Delta ABD = \Delta ACD$.

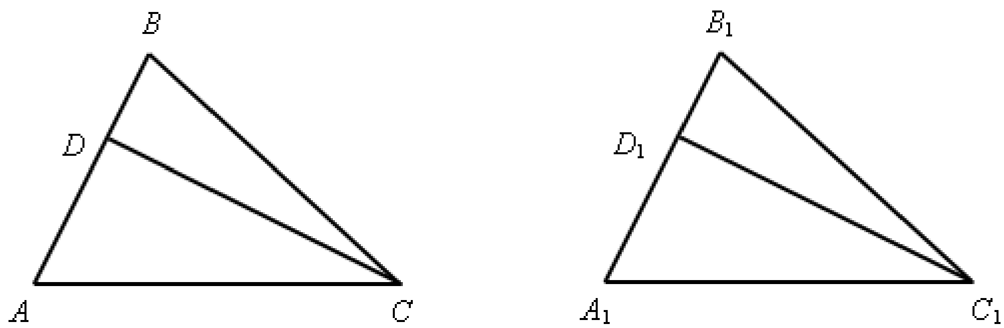
4) На рисунке 6 $BO = OC$, $\angle 1 = \angle 2$. Укажите равные треугольники на этом рисунке.

5) На рисунке 7 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle CAB = \angle DBA$. Укажите равные треугольники на этом рисунке.

2. Решить задачу № 121 (самостоятельно).

3. Решить задачу № 126 (по рис. 74).

4. Решить задачу № 127 (записать решение этой более сложной задачи на доске и в тетрадях):



Дано: ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$; $BC = B_1C_1$; $\angle B = \angle B_1$; $D \in AB$; $D_1 \in A_1B_1$; $\angle ACD$ и $\angle A_1C_1D_1$.

Доказательство

1) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними, первый признак ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle B = B_1$ по условию), значит, $\angle ACB$ и $\angle A_1C_1B_1$ равны.

2) $\angle BCD = \angle ACB - \angle ACD$; $\angle B_1C_1D_1 = \angle A_1C_1\,B_1 - \angle A_1C_1D_1$.

Так как $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ и $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ (по условию), то $\angle BCD =$ $\angle B_1C_1D_1$.

3) $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ по стороне и прилежащим к ней углам, второй признак ($BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$), что и требовалось доказать.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: выучить доказательство теоремы из п. 19; решить задачи №№ 124, 125, 128.

Урок 8
ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цели: изучить третий признак равенства треугольников и закрепить его знание в ходе решения задач; выработать у учащихся умение применять изученные теоремы при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Обсудить решения домашних задач, ответить на вопросы учащихся.

2. Устный опрос учащихся с использованием вопросов 1–14 на с. 49–50.

3. Решение задач (устно) по готовым чертежам (см. рис. 1, 2) на применение первого и второго признаков равенства треугольников и свойств равнобедренного треугольника:

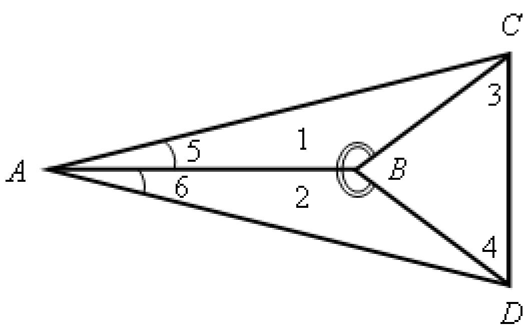


Рис. 1

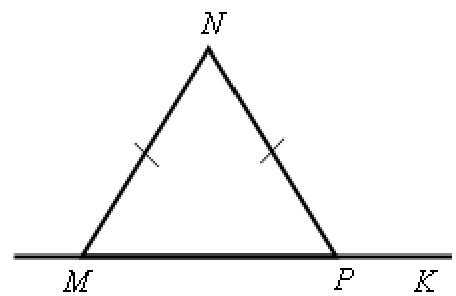


Рис. 2

1) На рисунке 1 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$, $AC = 12$ см, $BD = 5$ см, $\angle 4 =$ $= 27°$. Найдите AD, BC и $\angle 3$.

2) На рисунке 2 $MN = NP$, $\angle NPK = 152°$. Найдите $\angle NMP$.

3) На рисунке 70, *а* учебника $A_1C = A_1C_1$; $CB_1 = C_1B_1$. Докажите, что ΔABC $= \Delta ABC_1$.

II. Изучение нового материала.

1. Формулировка третьего признака равенства треугольников и его доказательство.

Можно дать формулировку третьего признака в таком виде: *Два треугольника будут равными, если для каждой стороны одного треугольника найдется равная сторона в другом треугольнике*.

Доказательство третьего признака равенства треугольников отличается от доказательств первого и второго признаков тем, что здесь не проводится наложение одного треугольника на другой. В процессе изучения теоремы о третьем признаке весьма полезна работа с рисунком 70, *б* и *в* учебника, по которому можно показать, что в случае, когда луч C_1C совпадает с одной из сторон угла $A_1C_1B_1$ или проходит вне этого угла, доказательство проводится аналогично случаю, когда луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$ или проходит вне этого угла, доказательство проводится аналогично случаю, когда луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$ (рис. 70, *а*). Можно также, после того как доказательство теоремы изложено учителем по рис. 70, *а*, предложить одному из учащихся доказать третий признак равенства треугольников для случая, изображенного на рисунке 70, *в*.

2. Треугольник – жесткая фигура (рис. 71 и 72).

III. Закрепление изученного материала.

1. У с т н о р е ш и т ь задачи по готовым чертежам (см. рис. 1–6).

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство *(цель устной работы – учить учащихся читать чертеж по изображениям на нем равных элементов)*:

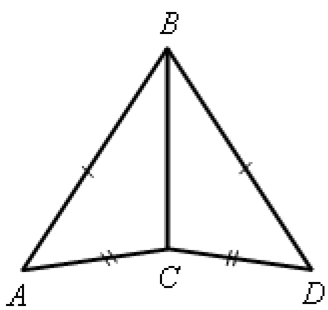


Рис. 1

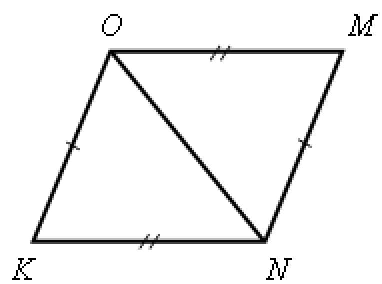


Рис. 2

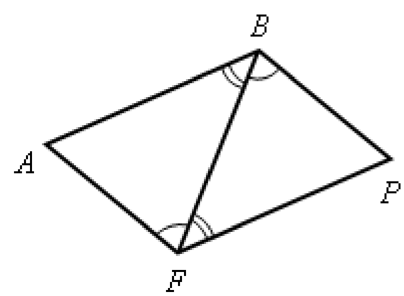


Рис. 3

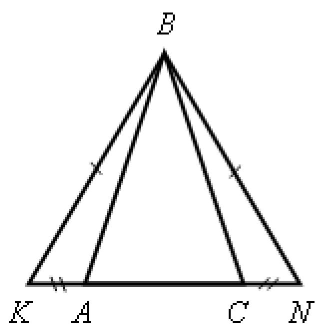


Рис. 4

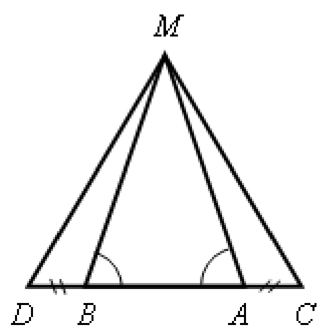


Рис. 5

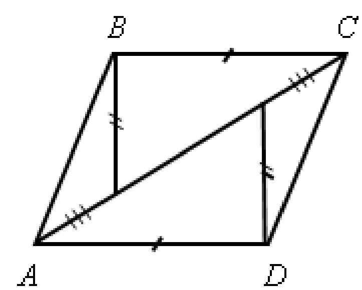


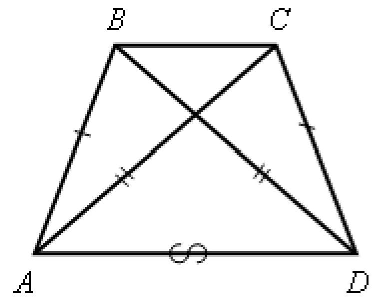
Рис. 6

2. У с т н о р е ш и т ь задачу № 135.

3. Р е ш и т ь задачу № 138 на доске и в тетрадях (по рис. 75):

Д а н о: $AB = CD$ и $BD = AC$.

Д о к а з а т ь: а) $\angle CAD = \angle ADB$; б) $\angle BAC = \angle CDB$.



Доказательство

1) Рассмотрим треугольник ABD и треугольник DCA *(можно отрезок BC сначала стереть на доске, тогда учащиеся легко доказывают равенство этих треугольников)*:

$AB = CD$ (по условию)
$BD = AC$ (по условию)
AD – общая сторона (знак $\backsim$) $\Rightarrow$ $\Delta ABD = \Delta DCA$ (третий признак по трем сторонам).

Отсюда имеем, что в равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, значит, $\angle CAD = \angle ADB$.

2) Рассмотрим треугольник BAC и треугольник CDB *(восстанавливаем на доске отрезок BC и стираем отрезок AD)*.

BC – общая сторона этих треугольников. Аналогично доказывается равенство $\Delta BAC = \Delta CDB$ по третьему признаку. Тогда $\angle BAC = \angle CDB$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 15–19; изучить п. 20; решить задачи №№ 136, 137, 134.

Урок 9
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: повторить и закрепить изученный материал в ходе решения задач; учить учащихся умению применять изученные теоремы при решении задач; развивать логическое мышление.

Ход урока

I. Актуализация опорных знаний.

1. Провести фронтальный опрос учащихся по вопросам 1–15 на с. 49–50 без доказательств.

2. Устное решение задач:

1) Две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника. Всегда ли равны эти треугольники?

2) Треугольники равны по одной стороне и по двум углам. Всегда ли равны эти треугольники?

3) Оба треугольника равносторонние и равны только по одной стороне. Равны ли эти треугольники?

4) $\Delta CDE = \Delta KFM$ и оба они равносторонние. Найдите периметр треугольника *KFM*, если сторона *CD* = 10 см.

II. Решение задач.

1. Решить задачу № 139 (по рис. 76) на доске и в тетрадях.

Решение (краткая запись)

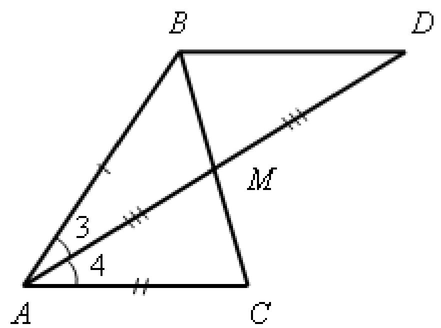
1) $\Delta ABC = \Delta CDA$ по трем сторонам, следовательно, $\angle ABC = \angle CDA$. Так как *BE* и *DF* – биссектрисы углов *ABC* и *CDA*, то $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle ADF = \frac{1}{2}\angle CDA$, откуда следует, что $\angle ABE = \angle ADF$.

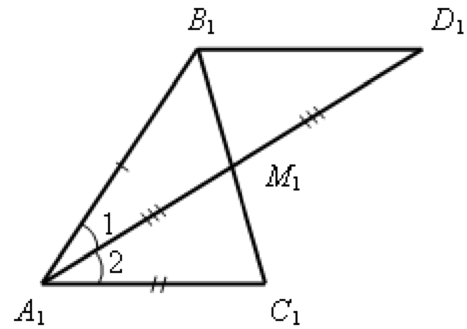
2) Из равенства треугольников *ABC* и *CDA* следует, что $\angle BAE =$ $= \angle DCF$. Далее, $\angle ABE = \angle ADF = \angle CDF$. Итак, $\angle ABE = \angle CDF$, $\angle BAE = \angle DCF$ и $AB = CD$ по условию, значит, $\Delta ABE = \Delta CDF$ по стороне и двум прилежащим к ней углам.

2. Решить задачу № 169 (по рис. 95) на доске и в тетрадях. Рассказать учащимся о *способе измерения ширины озера* (отрезка *AB*) по заранее изготовленной таблице: «Чтобы измерить на местности расстояние между двумя точками *A* и *B*, из которых одна (точка *A*) недоступна, провешивают направление отрезка *AB* и на его продолжении отмеряют на земле произвольный отрезок *BC*. Выбирают на местности точку *O*, из которой видна точка *A* и можно пройти к точкам *B* и *C*. Провешивают прямые *BOE* и *COD*, отмеряют на местности *DO* = *OC* и *OE* = *OB*. Затем идут по прямой *DE*, глядя на точку *A*, пока не найдут точку *F*, которая лежит на прямой *AO*.

Тогда *FE* равно искомому расстоянию. Расстояние *FE* измеряют на земле с помощью рулетки».

3. Решить задачу № 176* на доске и в тетрадях.





Д а н о: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$; $AM = A_1M_1$.

AM и A_1M_1 – медианы треугольников.

Д о к а з а т ь: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о

Проведем отрезки $MD = AM$; $M_1D_1 = A_1M_1$ и отрезки BD; B_1D_1.

1) $\Delta BMD = \Delta CMA$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $BD = AC$; $\angle D = \angle 4$.

Аналогично $\Delta B_1M_1D_1 = \Delta C_1M_1A_1$, откуда $B_1D_1 = A_1C_1$; $\angle D_1 = \angle 2$.

Отсюда следует, что $BD = B_1D_1$.

2) $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$ по трем сторонам, поэтому $\angle 3 = \angle 1$, $\angle D = \angle D_1$, значит, $\angle 4 = \angle 2$.

3) $\angle A = \angle A_1$, так как $\angle A = \angle 4 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 1 = \angle A_1$. Таким образом, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними.

III. Самостоятельная работа проверочного характера.

В а р и а н т I

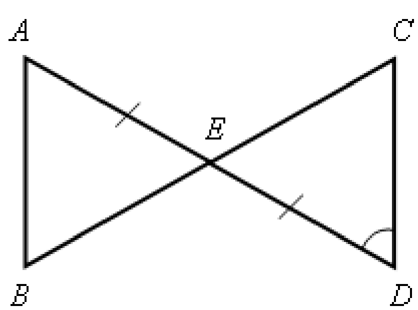


Рис. 1

1. Докажите равенство треугольников ABE и DCE на рисунке 1, если $AE = ED$, $\angle A = \angle D$.

Найдите стороны треугольника ABE, если $DE = 3$ см, $ДC = 4$ см, $EC = 5$ см.

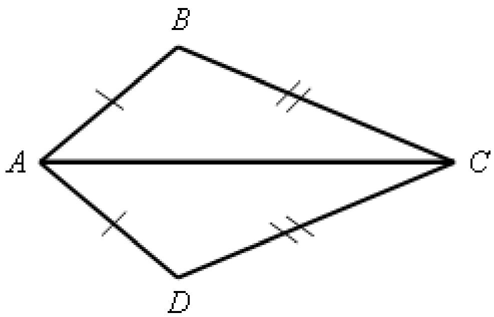


Рис. 2

2. На рисунке 2 $AB = AD$, $BC = CD$. Докажите, что луч AC – биссектриса угла BAD.

Вариант II

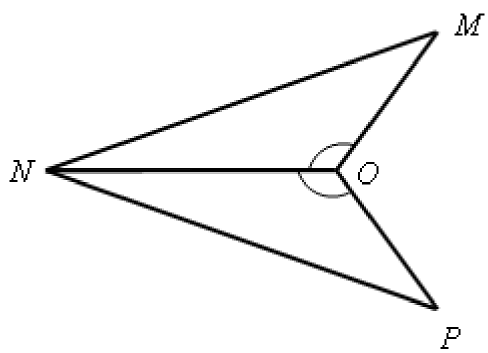


Рис. 3

1. Докажите равенство треугольников MON и PON на рисунке 3, если $\angle MON = \angle PON$, а луч NO – биссектриса $\angle MNP$.

Найдите углы треугольника NOP, если $\angle MNO = 28°$, $\angle NMO = 42°$, $\angle NOM = 110°$.

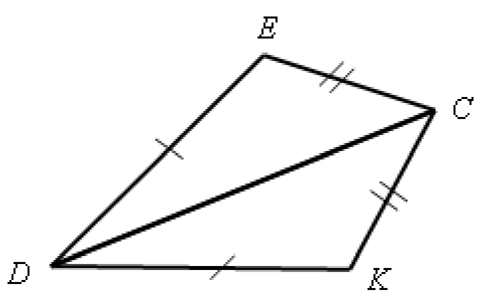


Рис. 4

2. На рисунке 4 $DE = DK$, $CE = CK$. Докажите, что луч CD – биссектриса угла ECK.

Дополнительно (для тех учащихся, кто более подготовлен):

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. На сторонах BC и B_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $\angle CAD = \angle C_1A_1D_1$.

Докажите, что: а) $\Delta ADC = \Delta A_1D_1C_1$; б) $\Delta ADB = \Delta A_1D_1B_1$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить пункты 16–20 из § 2 и 3; решить задачи №№ 140; 172.

У р о к 10
ОКРУЖНОСТЬ

Ц е л и : ввести понятие определения; систематизировать сведения об окружности, известные учащимся из курса математики предыдущих классов; уделить особое внимание отработке определения окружности и ее элементов.

Х о д у р о к а

I. Анализ самостоятельной работы и ее итоги.

1. У к а з а т ь ошибки, сделанные учащимися при выполнении работы.

2. Р е ш и т ь на доске задачи, вызвавшие затруднения у учащихся.

II. Работа с учебником по изучению материала.

1. В в е с т и понятие определения.

Желательно остановиться на этом вопросе и показать учащимся, что они фактически уже встречались с определениями некоторых геометрических фигур, например, угла, треугольника, смежных углов, вертикальных углов. Повторить эти понятия.

2. В в е с т и определение окружности (рис. 77).

3. С а м о с т о я т е л ь н а я р а б о т а учащихся по учебнику и заранее заготовленным плакатам или транспарантам (рис. 77, 78, 79–82), уделить особое внимание отработке определения окружности и ее элементов.

Систематизировать сведения, известные учащимся из курса математики предыдущих классов.

III. Проверка усвоения изученного материала.

1. У с т н о р е ш и т ь задачу № 143 (рис. 90).

2. Р е ш и т ь задачу № 144 на доске и в тетрадях.

3. Р е ш и т ь задачу № 146 на доске и в тетрадях.

Р е ш е н и е

Рассмотрим треугольник BOC и треугольник DOA:

$AO = OB = OC = OD$ (радиусы окружности); $\angle BOC = \angle DOA$ (вертикальные углы равны), тогда $\Delta BOC = \Delta DOA$ (первый признак, по двум сторонам и углу между ними).

Значит, $AD = CB = 13$ см, $AO = OB = OD = 16 : 2 = 8$ (см); тогда $P_{\Delta DOA} = AD + AO + OD = 13 + 8 + 8 = 29$ (см).

О т в е т : 29 см.

4. Р е ш и т ь задачу № 147 на доске и в тетрадях.

У к а з а н и е: рекомендовать учащимся после изображения окружности начертить прямой угол с вершиной в точке O – центре этой окружности, а затем отметить на окружности точки A и B пересечения сторон прямого угла с окружностью.

IV. Самостоятельная работа обучающего характера.

В а р и а н т I

Отрезки KM и EF являются диаметрами окружности с центром O. Докажите, что: а) $\angle FEM = \angle KME$; б) отрезки KE и MF равны.

В а р и а н т II

Отрезки ME и PK являются диаметрами окружности с центром O. Докажите, что: а) $\angle EMP = \angle MPK$; б) отрезки MK и PE равны.

В а р и а н т III

В окружности с центром O проведены диаметр AC и радиус OB так, что хорда BC равна радиусу. Найти $\angle AOB$, если $\angle BCO = 60°$.

В а р и а н т IV

В окружности с центром O проведены хорды AB и CD. Докажите, что $AB = CD$, если $\angle AOC = \angle BOD$.

V. Итоги урока.

Домашнее задание: изучить п. 21 из § 4; ответить на вопрос 16 на с. 50; решить задачи №№ 145, 162.

О б я з а т е л ь н о принести на следующий урок циркули и линейки.

У р о к 11
ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ. ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

Ц е л и : дать представление о новом классе задач – построение геометрических фигур с помощью циркуля и линейки без масштабных делений – и рассмотреть основные (простейшие) задачи этого типа.

Х о д у р о к а

I. Вводная беседа учителя.

Мы уже имели дело с геометрическими построениями: проводили прямые, откладывали отрезки, равные данным, чертили углы, треугольники и другие фигуры с помощью различных инструментов. При построении отрезка заданной длины использовалась линейка с миллиметровыми делениями, а при построении угла заданной градусной меры – транспортир.

Но, оказывается, многие построения в геометрии могут быть выполнены с помощью только циркуля и линейки без делений.

В дальнейшем, говоря о задачах на построение, мы будем иметь в виду именно такие построения.

Задачи на построение циркулем и линейкой являются традиционным материалом, изучаемым в курсе планиметрии. Обычно эти задачи решаются по схеме, состоящей из четырех частей (посмотреть с. 95–96 учебника). Сначала рисуют (чертят) искомую фигуру и устанавливают связи между данными задачи и искомыми элементами. Эта часть решения называется *анализом*. Она дает возможность составить план решения задачи.

Затем по намеченному плану выполняется *построение* циркулем и линейкой.

После этого нужно *доказать*, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.

И наконец, необходимо *исследовать*, при любых ли данных задача имеет решение, и если имеет, то сколько решений.

В тех случаях, когда задача достаточно простая, отдельные части, например анализ или исследование, можно опустить.

В VII классе мы решим простейшие задачи на построение циркулем и линейкой, в других классах будем решать более сложные задачи.

II. Построение с помощью циркуля и линейки.

О т р а б о т а т ь навыки решения простейших задач на построение циркулем и линейкой, рассмотренных в учебнике:

1. На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.
2. Отложить от данного луча угол, равный данному.
3. Построить биссектрису данного неразвернутого угла.
4. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка.
5. Построить середину данного отрезка.
6. Даны прямая и точка, не лежащая на ней. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой (решение в учебнике задачи № 153).
7. Решить задачи №№ 148, 150, 155.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: ответить на вопросы 17–21 на с. 50; решить задачи №№ 149, 154; повторить материал пунктов 11–21.

Урок 12
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: закрепить навыки в решении задач на применение признаков равенства треугольников; продолжить выработку навыков решения задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Ход урока

I. Проверка усвоения учащимися материала.

1. Письменная работа на листочках по проверке решения задач на построение циркулем и линейкой:

Вариант I

1) Отложить от данного луча угол, равный данному.

2) Построить середину данного отрезка.

Вариант II

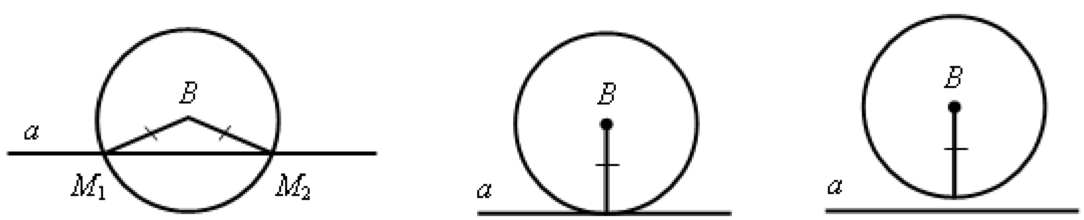
1) Построить биссектрису данного неразвернутого угла.

2) Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка.

2. Проверить решение домашней задачи № 149 на доске.

Решение

Акцентируем внимание учащихся на том, что вначале необходимо начертить все фигуры, данные в условии задачи. В данной задаче чертим прямую a, отрезок PQ и отмечаем точку B так, что $B \notin a$. Далее проводим окружность радиуса PQ с центром в точке B. Пусть M – одна из точек пересечения этой окружности с прямой a. Точка M искомая, так как $M \in a$ и $BM = PQ$. Остается выяснить, всегда ли задача имеет решение. Ответ на этот вопрос учащиеся могут дать с помощью рисунка:



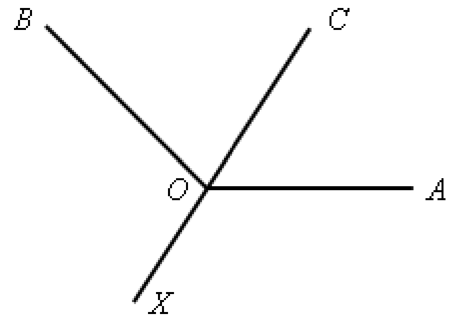
а *б* *в*

Указание: задача (в) не имеет решений.

II. Решение задач.

1. На доске и в тетрадях решить задачу № 152.

Решение



Начертим тупой угол AOB, построим биссектрису OC этого угла и проведем продолжение OX луча OC. Луч OX искомый. Убедимся в этом. По построению OC – биссектриса $\angle AOB$, поэтому $\angle AOC = \angle COB = \frac{1}{2}\angle AOB$ и углы AOC и COB острые. По построению углы AOC и AOX, а также углы COB и BOX смежные. Сумма смежных углов равна 180°, поэтому из равенства $\angle AOC = \angle BOC$ следует, что $\angle AOX = \angle BOX$. Так как углы AOC и COB острые, то смежные с ними углы AOX и BOX тупые.

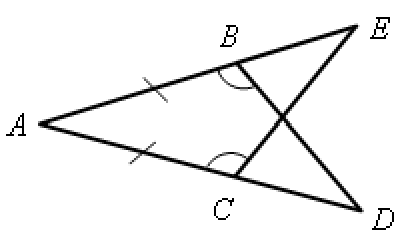
2. Решить задачу № 165 на доске и в тетрадях.

Указание: первая часть решения задачи (пункта) не вызывает затруднений у учащихся.

Для доказательства того факта, что точка O лежит на прямой KK_1 (пункт б), надо рассмотреть луч OK_2, являющийся продолжением луча OK, и доказать, что лучи OK_1 и OK_2 совпадают. Тем самым будет доказано, что точки K, O и K_1 лежат на одной прямой.

III. Самостоятельная работа (10 минут).

Вариант I



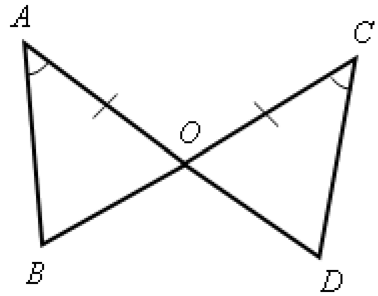
1. На рисунке $AB = AC$ и $\angle ACE = \angle ABD$.

1) Докажите, что $\Delta ACE = \Delta ABD$.

2) Найдите стороны треугольника ABD, если $AE = 15$ см, $EC = 10$ см, $AC = 7$ см.

2. Известно, что в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. На сторонах BC и B_1C_1 отмечены точки K и K_1 такие, что $CK = C_1K_1$. Докажите, что $\Delta ABK = \Delta A_1B_1K_1$.

Вариант II



1. На рисунке $AO = CO$ и $\angle BAO = \angle DCO$.

1) Докажите, что $\Delta AOB = \Delta COD$.

2) Найдите углы ΔAOB, если $\angle OCD = 37°$, $\angle ODC = 63°$, $\angle COD = 80°$.

2. Известно, что в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$ и $BC = B_1C_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $AD = A_1D_1$. Докажите, что $\Delta BDC = \Delta B_1D_1C_1$.

Вариант III

(для более подготовленных учащихся)

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Докажите, что прямая BO перпендикулярна к прямой AC.

Вариант IV

(для более подготовленных учащихся)

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC медианы BD и CE, проведенные к боковым сторонам, пересекаются в точке M. Докажите, что прямые AM и BC перпендикулярны.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к устному опросу по карточкам, повторив материал пунктов 15–20; решить задачи № 158, 166.

Урок 13
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели: закрепить навыки в решении задач на применение признаков равенства треугольников; проверить знания учащихся; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе.

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

II. Устный опрос учащихся по карточкам.

Вариант I

1. Сформулируйте первый признак равенства треугольников.

2. На рисунке 1 $AB = DB$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta DBC$.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$; $\angle A = \angle A_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $CD = C_1D_1$. Докажите, что $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$.

Вариант II

1. Сформулируйте второй признак равенства треугольников.

2. На рисунке 2 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $\Delta ABD = \Delta CBD$.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ проведены биссектрисы AD и A_1D_1. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, если $DC = D_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$, $\angle ADC = \angle A_1D_1C$.

Вариант III

1. Сформулируйте третий признак равенства треугольников.

2. На рисунке 3 $AB = DC$, $BC = AD$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta CDA$.

3. На рисунке 4 $AB = DC$, $BK = DM$, $AM = CK$. Докажите, что $\Delta ADM = \Delta CBK$.

Вариант IV

1. Сформулируйте свойство углов равнобедренного треугольника.

2. На рисунке 5 $AB = BC$, $AD = DC$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC на основании AC взяты точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что треугольник DBE равнобедренный.

Вариант V

1. Сформулируйте свойство биссектрисы, проведенной к основанию равнобедренного треугольника.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса BD, $\angle ABD = 37°$, $AC = 25$ см. Найдите $\angle B$, $\angle BDC$ и DC.

3. В равнобедренном треугольнике CDE с основанием DE проведена биссектриса CF. Найдите CF, если периметр треугольника CDE равен 84 см, а треугольника CFE равен 56 см.

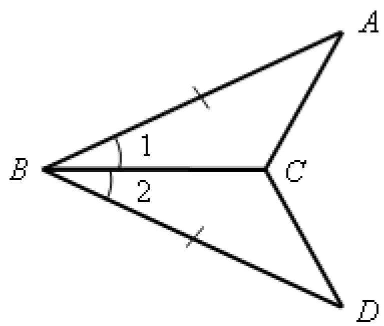


Рис. 1

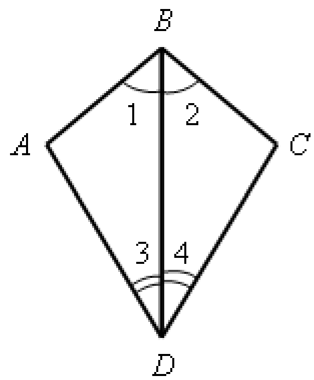


Рис. 2

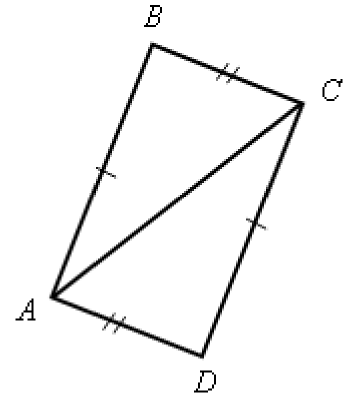


Рис. 3

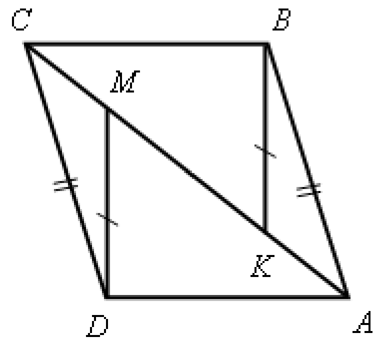


Рис. 4

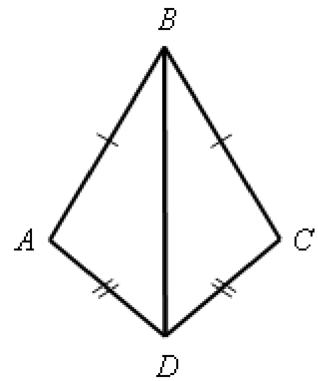
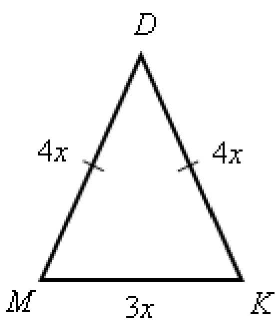


Рис. 5

III. Решение задач.

1. З а д а ч а 1 *(решение объясняет учитель на доске)*.

В равнобедренном треугольнике основание относится к боковой стороне как 3 : 4. Найдите стороны этого треугольника, если периметр его равен 33 см.



Д а н о: ΔMDK; $MD = DK$; $MK : MD = 3 : 4$.
$P = 33$ см.
Н а й т и: MK, MD, DK.

Р е ш е н и е

Пусть на одну часть приходится x см, тогда $MK = 3x$ см, $MD = DK = 4x$ см.

По условию $P = 33$ см, значит, $3x + 4x + 4x = 33$; $11x = 33$; $x = 3$.
$MK = 9$ см, $MD = DK = 12$ см.

О т в е т: 9 см; 12 см; 12 см.

2. З а д а ч а 2 *(самостоятельно)*.

В равнобедренном треугольнике боковая сторона относится к основанию как 2 : 3. Найдите стороны треугольника, если периметр его равен 28 см.

3. Р е ш и т ь задачу № 175*.

Запись решения задачи значительно упрощается, если ввести цифровые обозначения углов, как показано на рисунке 1.

Решение

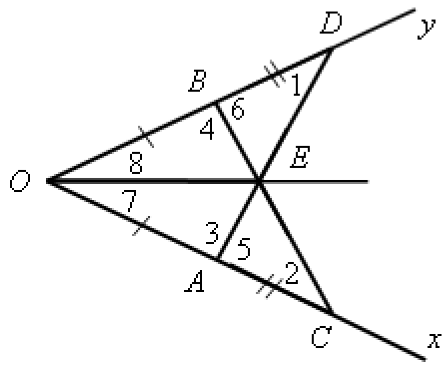


Рис. 1

1) $\Delta OAD = \Delta OBC$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.

2) Углы 3 и 5, а также 4 и 6 являются смежными, поэтому из равенства $\angle 3 = \angle 4$ следует, что $\angle 5 = \angle 6$.

3) $\Delta DBE = \Delta CAE$ по стороне и двум прилежащим углам, поэтому $BE = AE$.

4) $\Delta OAE = \Delta OBE$ по трем сторонам, значит, $\angle 7 = \angle 8$, то есть OE – биссектриса угла XOY.

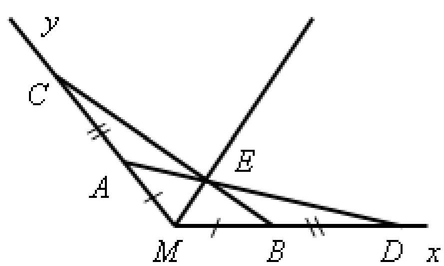


Рис. 2

Для построения биссектрисы произвольного угла M на его сторонах откладываем отрезки $MA = MB$, $AC = BD$, как показано на рисунке 2, и проводим отрезки AD и BC. Затем проводим искомый луч ME, где E – точка пересечения отрезков AD и BC.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе, повторив материал пунктов 15–23; решить задачи №№ 170, 171.

Урок 14
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Цель: проверить знания, умения и навыки учащихся по усвоению и применению изученного материала.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I

1. На рисунке 1 отрезки AB и CD имеют общую середину O. Докажите, что $\angle DAO = \angle CBO$.

2. Луч AD – биссектриса угла A. На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $\angle ADB = \angle ADC$. Докажите, что $AB = AC$.

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием BC. С помощью циркуля и линейки проведите медиану BB_1 к боковой стороне AC.

Вариант II

1. На рисунке 2 отрезки ME и PK точкой D делятся пополам. Докажите, что $\angle KMD = \angle PED$.

2. На сторонах угла $Д$ отмечены точки M и K так, что $DM = DK$. Точка P лежит внутри угла D и $PK = PM$. Докажите, что луч DP – биссектриса угла MDK.

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и острым углом B. С помощью циркуля и линейки проведите высоту из вершины угла A.

Вариант III
(для более подготовленных учащихся)

1. На рисунке 3 прямые AB и CD пересекаются в точке E, $CE = BE$, $\angle C = \angle B$; AA_1 и DD_1 – биссектрисы треугольников ACE и DBE. Докажите, что $AA_1 = DD_1$.

2. На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $AB = AC$. Точка M лежит внутри угла A и $MB = MC$. На прямой AM отмечена точка D так, что точка M лежит между точками A и D. Докажите, что $\angle BMD = \angle CMD$.

3. Начертите равнобедренный тупоугольный треугольник ABC с основанием BC и с тупым углом A. С помощью циркуля и линейки проведите:

а) высоту треугольника ABC из вершины угла B;

б) медиану треугольника ABC к стороне AB;

в) биссектрису треугольника ABC угла A.

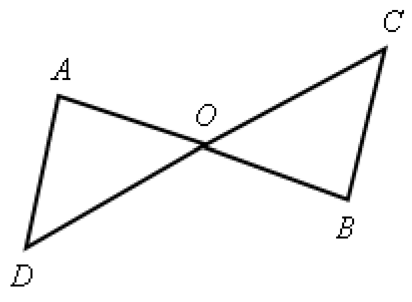


Рис. 1

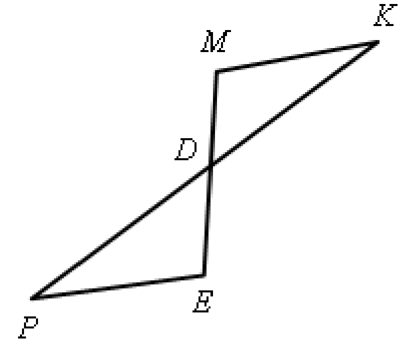


Рис. 2

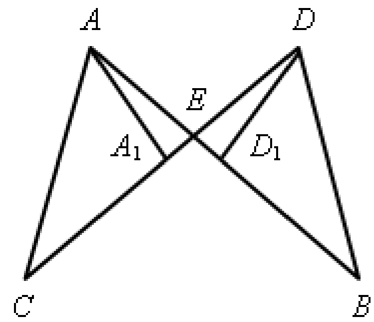


Рис. 3

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить материал пунктов 2–21.