Решение задач на смеси и сплавы с помощью схем и таблиц

«Новая форма итоговой аттестации по математике в 9 классе»

Волкова С.Е. – учитель математики высшей квалификационной категории

г. Козьмодемьянск

Решение задач на смеси и сплавы с помощью схем и таблиц

Основные понятия:

-абсолютное содержание вещества в смеси;

-относительное содержание вещества в смеси (концентрация или процентное содержание)

Используемые допущения:

- Всегда выполняется « Закон сохранения массы или объема»: если два раствора (сплава) соединяются в « новый» раствор (сплав), то выполняются равенства:

$V = V_1 + V_2$ –сохраняется объем;

$m = m_1 + m_2$ –закон сохранения массы.

- Данный закон выполняется и для отдельных составляющих частей (компонентов) сплава (раствора).
- При соединении растворов и сплавов не учитываются химические взаимодействия их отдельных компонентов.

Способы решения

1.Арифметический

Задача. Даны 2 куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г, содержит 20% олова. Второй, массой 200 г, содержит 40% олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, если масса сплава будет равна сумме масс сплавляемых кусков.

Решение:

300 · 0,2+ 200 · 0,4 = 60 + 80 = 140 (г) олова было в двух кусках.

$\frac{140 \bullet 100}{500} = 28\%$ олова в новом сплаве.

Ответ: 28% олова.

2.Алгебраический

Задача. Сколько надо взять 5%-го и 25%-го раствора кислоты, чтобы получить 4 л 10%-го раствора кислоты?

Решение

Пусть надо взять ***х л*** I раствора и (**4 - х**) л II раствора.

Тогда кислоты будет взято **0,1 · 4 = 0,4;**

или 0,05х + 0,25 (4 - х) = 0,4

Это уравнение имеет единственный корень х = 3.

Следовательно, надо взять 3 л I раствора и

4 – 3 = 1 (л) – I раствора.

Ответ: 3 л, 1 л.

Использование схем, рисунков или вспомогательных таблиц

а) таблицы

Задача. Смешали 500 г 10% -го раствора соли и 400 г 55 % - го раствора соли. Определить концентрацию смеси

В процессе решения задачи удобно заносить всю найденную информацию в таблицу, которая к концу решения будет выглядеть так:

500 г

Соль 10% = 50 г
Вода 90%=450 г

400г

Соль 55% = 220 г
Вода 45%=180 г

900 г

Соль 270 г=30%
Вода 630 г=70%

Где

- 50 г - абсолютное содержание соли 1 раствора,
- 220 г- абсолютное содержание соли 2 раствора,
- 450 г - абсолютное содержание воды 1 раствора,
- 180г- абсолютное содержание воды 2 раствора,
- 30%-концентрация соли в смеси двух исходных растворов.

б) схемы

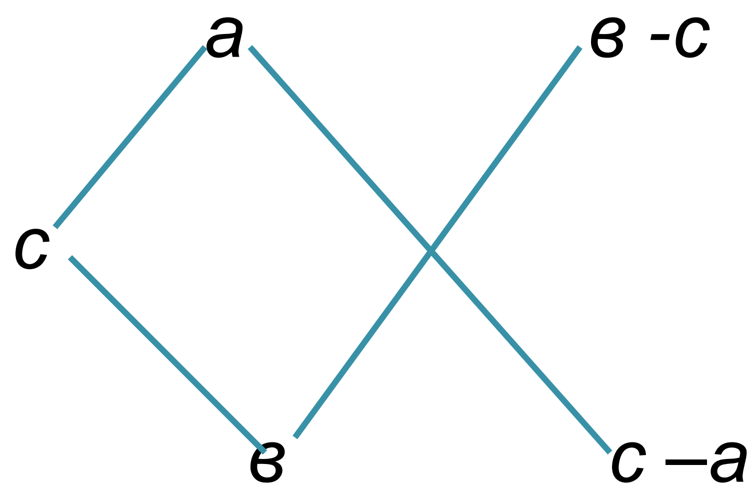
Задача 1. В каких пропорциях нужно смешать *a*%-й и *b*%-й растворы кислоты ($a < b$), чтобы получить *c*%-й раствор?

Решение:

Возьмем *x* г *a*%-го раствора и *y* г *b*%-го раствора кислоты. Составим таблицу:

Концентрация раствора в %	**Масса раствора в г**	**Масса кислоты в г**
а	*х*	0,01 *ах*
в	*у*	0,01 *ву*
с (смесь)	*х* + *у*	0,01 с (*х* + *у*)

Воспользуемся диагональной схемой*:

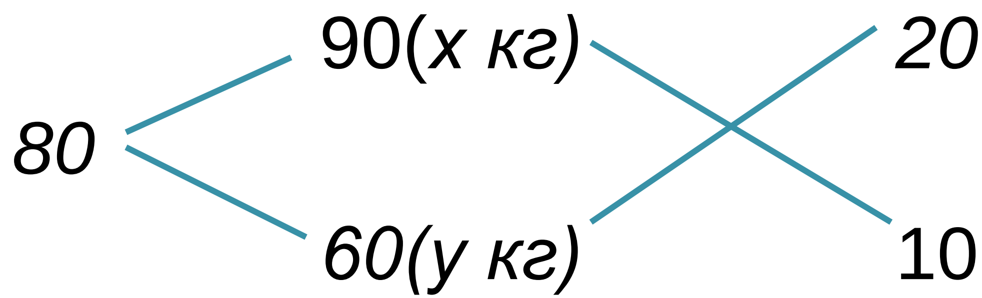


В этой схеме ***а* и *b*** – концентрации исходных растворов, ***с*** – требуемая концентрация кислоты в процентах, а «крест-накрест» – записаны их разности **(*b* – *с*)** и **(*с* – *а*),** соответствующие отношению масс растворов ***а* и *b.***

Задача 2. Сколько по массе 90%-го и 60%-го растворов фосфорной кислоты надо взять, чтобы получить 5,4 кг 80%-го раствора фосфорной кислоты?

Решение

Составим диагональную схему:



Получаем: $x : y = 20 : 10 = 2 : 1.$

Значит, 90%-го раствора фосфорной кислоты надо взять в 2 раза больше, чем 60%-го, т.е. $x = 2y$.

Составим уравнение: $2y + y = 5,4$.

Отсюда $y = 1,8$ кг.

Ответ. 3,6 кг 90%-го и 1,8 кг 60%-го растворов фосфорной кислоты.

Задача 3. Сплавили два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.

Решение

Пусть проба сплава равна *x*.

Составим диагональную схему:

	600(75 г)	864 - x
x		
	864 (150 г)	x - 600

Получаем:

$(864 - x) : (x - 600) = 75 : 150 = 1 : 2;$

$1728 - 2x = x - 600; x = 776.$

Ответ. Получили сплав 776-й пробы.

Задача 4. Смешали некоторые количества 72%-го и 58%-го растворов кислоты, в результате получили 62%-й раствор той же кислоты. Если бы каждого раствора было взято на 15 л больше, то получился бы 63,25%-й раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально для составления первой смеси?

Для решения данной задачи дважды используем диагональную схему.

Задачи «на отношения»

Задача 1. Имеются два сплава золота и серебра, в одном массы этих металлов находятся в отношении 2 : 3, в другом – в отношении 3 : 7. Сколько нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 8 кг сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5 : 11?

Решение. Вариант 1. В новом сплаве должно быть $\frac{5}{16} \bullet 8 = 2{,}5$ (кг) золота и $\frac{11}{8} \bullet 8 = 5{,}5$ (кг) серебра.

Пусть от первого сплава взяли $\frac{2}{5}x$ (кг) золота, а из второго – $\frac{3}{10}(8-x)$ (кг).

Тогда $\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}(8-x) = 2{,}5$ x = 1, 8 – x = 7.

Проверим правильность решения «через серебро».

$$\frac{3}{5}x + \frac{3}{10}(8-x) = 5{,}5$$ x=1.

Задачи «на отношения»

Задача 1. Имеются два сплава золота и серебра, в одном массы этих металлов находятся в отношении 2 : 3, в другом – в отношении 3 : 7. Сколько нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 8 кг сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5 : 11?

Решение.

Вариант 2. В новом сплаве массы золота и серебра должны относиться как 5 : 11. Определим эти массы. Если из первого сплава взяли ***x*** (кг), а из второго (***8 – x***) (кг), то масса золота, взятая из двух сплавов, равна $\frac{2}{5}x+\frac{3}{10}(8-x)=\frac{x+24}{10}$; масса серебра равна $\frac{3}{5}x+\frac{7}{10}(8-x)=\frac{56-x}{10}$

$$\frac{\frac{x+24}{10}}{\frac{56-x}{10}}=\frac{5}{11}$$, x=1

Ответ: 1 кг, 7 кг.

Задачи «на отношения»

Задача 2. Имеются два сплава меди и цинка, входящих в отношении 1 : 2 (первый сплав) и 2 : 3 (второй сплав). Из скольких частей обоих сплавов можно получить третий сплав, содержащий медь и цинк в отношении 17 : 27?

Решение. Пусть от первого сплава взяли х частей, а от второго – у частей.

$\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}y$ – содержание меди в новом сплаве (в частях);

$\frac{2}{3}x+\frac{3}{5}y$ - содержание цинка в новом сплаве (в частях).

По условию

$$\frac{\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}}{\frac{2x}{3}+\frac{3y}{5}}=\frac{17}{27},\qquad \frac{5x+6y}{10x+9y}=\frac{17}{27},\qquad 35x = 9y,\quad \frac{x}{y}=\frac{9}{35}$$

Ответ. 9 частей, 35 частей.

Использованная литература

- Газета «Математика», №17, 2004г.
- Газета «Математика», №25-26, 2004 г.
- Репетитор по математике для поступающих в ВУЗы. Абитуриент. Э.Н.Балаян (1000 задач с решениями. Подготовка к ЕГЭ и письменному экзамену. Ростов – на Дону «Феникс», 2005
- Сборник элективных курсов. Математика 8 - 9 классы. Издательство «Учитель», В.Н.Студеницкая, Л.С.Сагателова. Волгоград, 2006г.