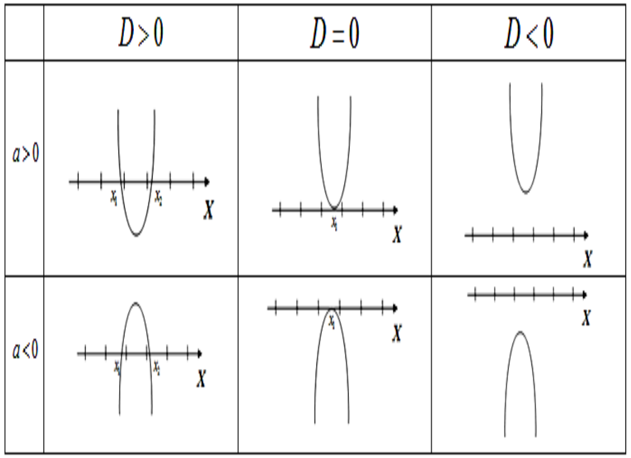


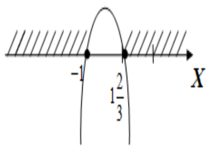
Пример 1: Решить неравенство

$$-3x^2+2x+5\le 0$$

$$D=2^2-4\cdot(-3)5=64$$

$$x_1=\frac{-2+\sqrt{64}}{2\cdot(-3)}=-1 \quad x_2=\frac{-2-\sqrt{64}}{2\cdot(-3)}=\frac{-10}{-6}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$$

изображаем параболу, отмечаем промежутки, где она ниже оси OX, так как "≤"



Ответ: $(-\infty;\ 1]\cup\left[1\frac{2}{3};\ +\infty\right)$

В алгебраическом трактате ал-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. При решении квадратных уравнений ал-Хорезми на частных числовых примерах излагает правила решений, а затем их геометрические доказательства.

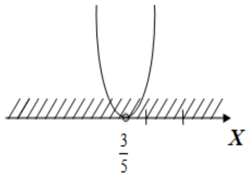
Пример 2: Решить неравенство

$$25x^2-30x+9>0$$

$$D=(-30)^2-4\cdot 25\cdot 9=0$$

$$x_{1,2}=\frac{30}{2\cdot(25)}=\frac{3}{5}$$

изображаем параболу, отмечаем промежутки, где она выше OX, так как ">"



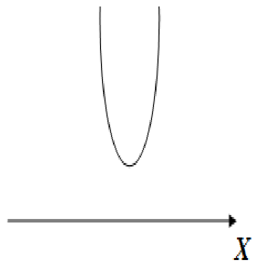
Ответ: $\left(-\infty;\ \frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{3}{5};\ +\infty\right)$

Пример 3: Решить неравенство

$$2x^2+4x+3<0$$

$$D=(4)^2-24=-8<0$$

изображаем параболу, отмечаем промежутки, где она ниже OX, так как "<"



Ответ: нет решений

Квадратные уравнения - это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Умение быстро, рационально и правильно решать квадратные уравнения облегчает прохождение многих тем курса математики. Квадратные уравнения решаются не только на уроках математики, но и на уроках физики, химии, информатики.

МБОУ «Школа № 19»
Губарева Р.Н. – учитель математики

Квадратные уравнения и неравенства

Немного истории

Умение быстро, рационально и правильно решать квадратные уравнения облегчает прохождение многих тем курса математики. Квадратные уравнения решаются не только на уроках математики, но и на уроках физики, химии, информатики.

Евклид (365 – 300 г. до н.э.) – древнегреческий математик, автор первых дошедших до нас теоретических трактатов по математике.

Евклид решал квадратные уравнения, применяя геометрический способ.

Необходимость решать уравнения не только первой степени, но и второй ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков, с развитием астрономии и самой математики

Квадратное уравнение

$$ax^2+bx+c=0, \quad a\neq 0.$$

Дискриминант: $D=b^2-4ac.$

Если $D>0$, то кв. уравнение имеет два различных корня: $x_1,\ x_2,$ которые могут быть вычислены по формулам:

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

или

$$x_1=\frac{-b/2-\sqrt{(b/2)^2-ac}}{a}, \quad x_2=\frac{-b/2+\sqrt{(b/2)^2-ac}}{a}.$$

Если $D=0$, то кв. уравнение имеет единственный корень $x_1=-b/2a.$.

Если $D<0$, то действительных корней нет.

Частные случаи

1. $x^2+px+q=0$ (приведенное квадратное уравнение), $D=p^2-4q;$

при $D>0$

$$x_1=-\frac{p}{2}-\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}, \quad x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{\frac{p^2}{4}+q},$$

при $D=0$

$$x_1=-p/2.$$

2. $ax^2+2kx+c=0, \quad D=4(k^2-ac),$

при $D>0$

$$x_1=\frac{-k-\sqrt{k^2-ac}}{a}, \quad x_2=\frac{-k+\sqrt{k^2-ac}}{a}.$$

при $D=0$

$$x_1=-k/a.$$

3. $ax^2+bx=0, \quad b\neq 0: \quad x_1=0, \quad x_2=-b/a.$

4. $ax^2+c=0, \quad ac<0: \quad x_1=-\sqrt{-c/a},$

$$x_2=\sqrt{-c/a}.$$

5. $ax^2=0: \quad x_1=0.$

Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения (формулы Виета)

Если $x_1,\ x_2$ - корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, то

$$x_1+x_2=-b/a, \quad x_1x_2=c/a.$$

Для уравнения $x^2+px+q=0$

$$x_1+x_2=-p, \quad x_1x_2=q.$$

Разложение квадратного трехчлена на множители

Если $D>0$, то

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

Если $D=0$, то $ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2.$

Квадратичные неравенства

D - дискриминант, $x_1,\ x_2 \quad (x_1<x_2)$ - корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0.$.

1. $ax^2+bx+c>0$.

D	a	M
>0	>0	$]-\infty;\ x_1[\cup]x_2;\ +\infty[$
>0	<0	$]x_1;\ x_2[$
$=0$	>0	$\mathrm{R}\setminus\{x_1\}$
$=0$	<0	$\varnothing$
<0	>0	R
<0	<0	$\varnothing$

2. $ax^2+bx+c\geq 0$.

D	a	M
>0	>0	$]-\infty;\ x_1]\cup[x_2;\ +\infty[$
>0	<0	$[x_1;\ x_2]$
$=0$	>0	R
$=0$	<0	$\{x_1\}$
<0	>0	R
<0	<0	$\varnothing$

Неравенства $ax^2+bx+c<0$ и $ax^2+bx+c\leq 0$ сводятся к рассмотренным умножением на -1.