1. **Формулы половинного аргумента** (знак – по функции в левой части):

1. $\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ 2. $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

3. $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha};\quad \alpha\neq\pi+2\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$

2. **Формулы сумм:**

1. $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
2. $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$
3. $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
4. $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$
5. $\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta};\quad \alpha,\beta\neq\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$
6. $\operatorname{ctg}\alpha\pm\operatorname{ctg}\beta=\frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta};\quad \alpha,\beta\neq\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$

3. **Формулы произведений:**

1. $\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$
2. $\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$
3. $\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)\right)$

4. **Универсальная тригонометрическая подстановка:**

1. $\sin\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$ 2. $\cos\alpha=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}};\quad \alpha\neq\pi+2\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$

5. **Некоторые дополнительные формулы:**

1. $a\sin\alpha+b\cos\alpha=A\sin(\alpha+\varphi)$, где $A=\sqrt{a^2+b^2}$, $\varphi=\operatorname{arctg}\frac{b}{a}$
2. $\cos\alpha\pm\sin\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\pm\alpha\right)=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}\mp\alpha\right)$

6. **Основное тригонометрическое тождество и следствия из него:**

1. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
2. $1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha};\quad \alpha\neq\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$
3. $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha};\quad \alpha\neq\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$
4. $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1;\quad \alpha\neq\frac{\pi n}{2},\ n\in\boldsymbol{Z}$

7. **Формулы (теоремы) сложения аргументов:**

1. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
2. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
3. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
4. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$
5. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta};\quad \alpha,\beta,\alpha+\beta\neq\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$
6. $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta};\quad \alpha,\beta,\alpha-\beta\neq\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$

8. **Формулы приведения:**

1) функция меняется на кофункцию при переходе через вертикальную ось и не меняется при переходе через горизонтальную;
2) перед приведенной функцией ставится знак приводимой функции, считая α углом первой четверти.

9. **Формулы двойного аргумента:**

1. $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$, *отсюда* $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin2\alpha$
2. $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$
3. $\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$ 4. $\operatorname{ctg}2\alpha=\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha-1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$

10. **Формулы понижения степени:**

1. $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha)$ 3. $\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{1+\cos2\alpha}$
2. $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$ 4. $\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{1-\cos2\alpha}$

Учитель математики Новосельская О.А. МБОУ СОШ №210