Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная татарско-русская школа № 65

с углублённым изучением отдельных предметов»

Московского района г. Казани

**Открытый урок по алгебре и началам анализа**

**10 класс**

**«Применение производной к исследованию функций на примере отыскания оптимальных решений экстремальных задач»**

**(деловая игра)**

Учитель математики

1 квалификационной категории

Заббарова Фирая Масгудовна

**Оглавление.**

1. Введение \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_3-5
2. Цели, оборудование\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_6
3. План урока\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_7
4. Ход урока\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_8-16
5. Заключение \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_17
6. Литература \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_18

**Введение.**

Воспитать вдумчивого, творчески мыслящего, заинтересованного в своем труде человека - одна из основных задач, стоящих перед школой. Ребенок, обучаясь, должен иметь возможность творить, фантазировать на доступном ему уровне и в известном мире понятий. А если он к тому же свободен от боязни ошибиться, то все это станет залогом успеха начинающейся творческой деятельности. Несомненно, что творчество невозможно без умения наблюдать, примечать особенности явлений, чисел, понятий.

Каждому ребенку дарована от природы склонность к познанию и исследованию окружающего его мира. Правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков. Эффективность исследовательской деятельности зависит и от меры увлеченности ученика этой деятельностью, и от умения ее выполнять. Представляется необычайно полезным прививать школьникам вкус к исследованию, вооружать их методами научно – исследовательской деятельности.

Существенную роль в усилении прикладной и практической направленности курса алгебры и начала анализа и одновременно в развитии способностей учащихся к самостоятельным исследованиям играют задания, выполнение которых представляет собой относительно завершенный исследовательский цикл. Часть таких работ может быть реализована не только на уроке, но и в качестве домашнего задания. В последнем случае на уроке обсуждаются результаты, полученные дома. Выполняя исследования, ученики развивают также и навыки использования инструментов.

Очень важно так организовать учебную работу детей, чтобы они ненавязчиво включались в процесс подготовки и проведения урока, последовательно проходя все его основные этапы:

* мотивация исследовательской деятельности
* постановка проблемы
* сбор фактического материала
* систематизация и анализ полученного материала
* применение полученных знаний
* получение удовлетворения от проделанной работы

И здесь задача учителя найти простые и удобные средства для практической реализации каждого из названных этапов. Изложение в учебнике по необходимости краткое. Но урок – это не пересказ учебника. Перед учителем возникают вопросы: как подвести учеников к новому понятию, привлечь их внимание? Не заинтересуешь – не будут слушать и ничего не усвоят.

Данный урок был проведен в 2006 году, когда в городе, действительно, шли стройки объектов, упомянутых в тексте урока. Урок проведен в 10А классе социально-экономического профиля, поэтому интеграция с экономикой вызвала большой интерес у учащихся в процессе подготовки. Учащиеся сами делали фотографии объектов для презентации, знакомились с прайсами компаний, действительно, работающих на строительном рынке России, отбирали материалы, удовлетворяющие предъявляемым требованиям. Данный урок напечатан с некоторыми поправками после его проведения. В тексте выступления учащихся приведены именно в таком виде, в каком они звучали на уроке.

Столы расставлены как в зале заседания по кругу. Для каждого участника урока приготовлена файловая папка, в которой собраны все необходимые материалы для урока: план урока (план заседания), проверочные работы (дифференцированные задания с учетом подготовки к сдаче ЕГЭ), самостоятельная работа и домашнее задание, составленные в виде заказов от конкретных Казанских учреждений. Контрольные листы раздаются непосредственно перед проверкой. Урок проводится в кабинете информатики, так как проверка итоговой самостоятельной работы проводится на компьютерах.

**Цели урока:**

* обобщение и систематизация знаний по теме «Применение производной к исследованию функций», решение экстремальных задач с использованием маркетинговых исследований
* развитие логического мышления, внимательности, памяти, правильной речи, коммуникабельности
* воспитание самостоятельности, ответственности, интереса к предмету

**Оборудование:**

* доска
* интерактивная доска
* раздаточный материал
* рейтинговый лист

**План урока:**

1. Организационный момент.
2. Актуализация знаний при проверке домашнего задания (презентация двух проектов).
3. Мини-проверочная работа (взаимопроверка, выставление результатов в рейтинговый лист).
4. Самостоятельная работа (расчеты для нового заказа, тест-проверка на компьютере, выставление результатов в рейтинговый лист).
5. Подведение итогов.
6. Домашнее задание (подготовка проекта-презентации по новому заказу).
7. Определение рейтинга каждого сотрудника компании (выставление оценки за урок).

**Ход урока:**

Директор: Добрый день, уважаемые коллеги. Рада приветствовать вас на очередном заседании проектно-исследовательских групп нашей компании. Тема сегодняшнего заседания: «Применение производной к исследованию функций на примере составления целевых функций и нахождения оптимальных решений экстремальных задач».

Пусть девизом заседания служат слова знаменитого русского математика П.Л. Чебышева (1 слайд): «Особенную важность имеют те методы науки, которые позволяют решать задачу, общую для всей практической деятельности человека, как располагать своими средствами для достижения по возможности большей выгоды».

Прежде, чем мы приступим к работе, прошу ввести в курс дела наших новых сотрудников (слово предоставляется учащимся):

* название экстремальных задач или задач на оптимизацию происходит от латинского слова optimum-наилучший. Задача нашего коллектива заключается в том, чтобы предложить нашим клиентам самое оптимальное, самое выгодное решение их проблемы
* естественно, все сказанное может быть достигнуто при условии, что мы умеем составлять целевые функции, свободно владеем техникой дифференцирования, в совершенстве знаем алгоритм решения экстремальных задач.

Директор: У каждого из Вас есть план сегодняшнего заседания, прошу всех ознакомиться с ним.

План.

1. Отчет «Группы 1» о работе над проектом для торгово-развлекательного комплекса «PARK - HOUSE».
2. Отчет «Группы 2» о ходе подготовки презентации проекта для гипермаркета «OBI».
3. Рассмотрение новых заказов, составление расчетов, обсуждение результатов.
4. Подведение итогов заседания.
5. Задания группам.

Директор: Спасибо. Приступая к первому вопросу, обращаю внимание второй группы на лист с заданием №1 (участники второй группы внимательно следят за выступлением и презентацией 1 группы и отвечают на вопросы теста, составленного по материалам выступления 1 группы).

Руководитель: Наша группа работает в данном составе 5 лет (1,2 слайды). Группе было поручено сделать расчеты для изготовления и установки аквариума в торгово-развлекательном комплексе «PARK - HOUSE»(3 слайд), который строится на пересечении улиц Мусина и Ямашева. Собрав всю информацию о подобных установках, мы выяснили, что аквариумов подобных размеров нет. Поэтому данный заказ был для нас вдвойне интересен(4 слайд).

Ученик: Форма нашего аквариума-параллелепипед, в основании которого лежит квадрат. Наша цель-найти такие значения *а* и *в*, чтобы стоимость установки была минимальной. Как видно из таблицы: *в* – длина стороны основания, *а* – высота аквариума.

Ученик: Для изготовления аквариума требуются металлические уголки по длине всех ребер и стекло на боковые стенки и основание аквариума. Нам потребуются 8 уголков по *в* метров и 4 уголка по *а* метров, а также 4 стеклянных боковых грани и 1 стеклянное основание(5 слайд).

Ученик: Изучив прайсы компаний, занимающихся поставкой стекла на строительный рынок, мы отобрали несколько компаний:

* Салаватстекло
* Саратовстройстекло
* Горьковский стекольный завод
* Казанская стекольная компания

По соотношению цены и качества материалов нас устроило предложение «Казанской стекольной компании».

Ученик: «Казанская стекольная компания» поставляет стекло различного наименования: листовое, узорчатое, стекло специального назначения. Учитывая нюансы нашего заказа нам необходимо стекло специального назначения. Такое стекло имеет несколько видов. В таблице представлены эти виды(6 слайд).

Ученик: Выбирая между классами защиты А1,А2, мы остановили выбор на классе А2. Но так как «Казанская стекольная компания» является нашим давним партнером, мы пришли к соглашению, что закупка стекла будет производиться по цене не 53 EUR с НДС за 1м2, включая резку и притупление кромки, а по цене 40 EUR (7 слайд). Экологическая безопасность выбранных материалов соответствует всем установленным нормам.

Ученик: Таким образом, собрав всю необходимую информацию, мы приступили к расчетам (8 слайд – составление целевой функции).

Ученик: (9 слайд – нахождение критических точек). Теперь, имея единственную критическую точку *в*=2, исследуем функцию на возрастание и убывание (10слайд).

Руководитель: Таким образом, аквариум должен иметь размеры 2м – 2м – 1,2м.

Директор: Какие вопросы к группе?

Ученик: Уверены ли вы, что решение задачи является самым оптимальным?

Ученик: Как вы знаете, результатом решения экстремальной задачи является отыскание необходимого экстремума. В нашей задаче это была точка минимума. Мы продемонстрировали полное решение задачи и доказали, что *в* = 2 – единственный экстремум, причем это минимум. И других экстремумов нет. В качестве примера можно привести другие параметры аквариума 1м-1м-4,8м. сами понимаете что данный вариант не является оптимальным не только с точки зрения стоимости (в этом легко можно убедиться), но и с точки зрения обзора(высота аквариума почти в 5 метров не позволяет увидеть верхние слои и не удобен для обслуживания).

Директор: Еще вопросы? Хочу сказать, что проект группы Никитина В. был признан лучшим в конкурсе подобных проектов. Надеемся увидеть результат их труда в построенном комплексе. Молодцы! Приступаем ко второму проекту. Слово предоставляется руководителю Назаровой Л. (Во время выступления второй группы участники первой группы отвечают на вопросы теста, составленного по материалам работы второй группы).

Руководитель: Несколько дней назад наша группа получила задание от строительной фирмы «Фарбер», которая выиграла тендер на строительство паркинга для гипермаркета «OBI»(1-3 слайды). Наша группа в составе 9 человек имеет совместный стаж работы 2 года.

Ученик: Нам было поручено сделать расчеты для ограждения прямоугольного участка земли площадью 9000м2, примыкающего к зданию. Ограждение должно быть установлено максимально удобно и минимально по стоимости при требуемом качестве материалов(4-5 слайды). Сделав чертеж парковки, мы получаем следующие параметры: длина – *х* м, ширина – 9000/*х* м. тем самым получаем выражение основных параметров через одну переменную *х*.

Ученик: Сторона забора длиной *х* м будет металлической, ограда будет иметь простой геометрический рисунок. Две стороны по ширине парковки планируется сделать коваными(6 слайд).

Ученик: Получив задание от наших планировщиков, мы провели исследование, чтобы подобрать необходимый материал для строительства. Основными конкурентами на рынке являются:

1. Ревдинский металлургический комбинат,
2. «Конверс» - строительная компания,
3. «Алюпласт» - строительная компания.

Данные компании поставляют всевозможные металлические профили, фасады, ограждения и т.п.. По соотношению цены и качества мы остановили свой выбор на материалах фирмы «Конверс». Стоимость 1м металлической ограды – 90 у.е., стоимость 1м кованого ограждения – 50 у.е.(7 слайд).

Ученик: Необходимость данного проекта объясняется тем, что данный объект находится достаточно далеко от остановки общественного транспорта.

Ученик: Вернемся к нашей модели(8 слайд).Так как мы должны найти наименьшую стоимость парковки, значит целевая функция есть сумма слагаемых, каждое из которых представляет стоимость различных частей ограды.

Ученик: По смыслу переменной *х* область определения функции есть открытый бесконечный интервал D(f)=(0;∞). На области определения функция имеет производную: f ′(*х*) =90 – 900000/*х*2. Определим критические точки , решив уравнение f ′(*х*)=0. В область определения входит только одна критическая точка *х*=100. Точка *х*=0, в которой производная не существует, не является критической, так как не является внутренней точкой области определения.

Ученик: Исследуем поведение функции на области определения. Воспользуемся достаточными признаками возрастания и убывания. Определим знаки производной на полученных интервалах(9 слайд). По рисунку видно, что функция убывает на интервале (0;100], возрастает на интервале [100; ∞). Значит *х*=100 – точка минимума, поэтому в этой точке функция имеет минимум fmin=f(100)=18000.

Ученик: Итак, наименьшая стоимость ограждения 18000 у.е. при оптимальных размерах 100м – 90м.

Директор: Вопросы к группе?

Ученик: Нельзя ли было добиться меньшей стоимости, выбрав материалы подешевле?

Ученик: Во-первых, заказчиком было сразу оговорено, что ограждение должно быть именно из такого материала. Во-вторых, выбирая из подобных материалов различных компаний, мы основной упор делали на то, чтобы цена соответствовала качеству. Мы выбрали самое оптимальное соотношение.

Директор: Еще вопросы? Продолжим заседание. Проверим наши тесты (группам раздаются контрольные листы №1,№2 с помощью которых участники групп проверяют правильность ответов на тест№1 по прослушанным проектам; взаимопроверка; выставление оценок в рейтинговый лист). Прослушав отчеты и ответив на вопросы, каждый из вас увидел над чем еще нужно дополнительно поработать, а именно:

* Составление целевой функции
* Нахождение производной целевой функции
* Определение экстремумов
* Нахождение промежутков монотонности

Директор: А сейчас вам нужно будет ответить на вопросы проверочной работы, отвечаете только на вопросы того блока, который соответствует вашему уровню (7 минут, задания разного уровня, выставление оценок в рейтинговый лист).

Директор: Переходим к следующему вопросу заседания. В ваших папках вы найдете новое задание.

*Для мастерской нашего Казанского художественного училища нужно построить комнату, которая будет располагаться в доступном для солнечных лучей месте. Одна стена должна быть полностью стеклянной, остальные из обычного для стен материала. Высота комнаты 3 м площадь комнаты 60м2. Заказчик уже подобрал материалы. 1м2 стекла – 70 у.е.,1м2 – 30у.е. найти такие размеры комнаты, чтобы стоимость всех стен была наименьшей, найти эту стоимость.*(На решение отводится 10 минут, по решению этой задачи составлен тест, который дети должны пройти на компьютере, с готовым решением на это уходит примерно 1 минута, оценка выставляется автоматически, переносим её в рейтинговый лист).

Директор: Плодотворно поработав, можем подвести итоги заседания. Что было полезно? Над чем надо поработать?

Руководитель 1: Процесс подготовки домашнего задания, сбор информации, решение задачи очень помогли нашей группе проработать все этапы пройденной темы.

Руководитель 2: И сегодня мы еще раз убедились в том, насколько прав был знаменитый русский математик. Действительно, очень важны те методы науки, которые помогают нам решать различные жизненные задачи. И даже обычная производная помогает экономить деньги.

Директор: В своих папках вы найдете домашнее задание. Заказчик – одна из школ, расположенная недалеко от нас, по улице Гагарина. Игровые площадки расположены близко к проезжей части. Нужно оградить их для безопасности. (*Прямоугольный участок земли площадью 432 м2, на котором расположены игровые площадки, нужно оградить от близко расположенной проезжей части. Площадку разделить на 2 части. Подобрать материалы и сделать такие расчеты, которые позволят выполнить задание с наименьшими финансовыми затратами. Подготовить презентацию проекта*).

Директор: Думаю, самое время оценить рейтинг каждого сотрудника компании по 5-ти бальной системе (один из участников групп по листу «Рейтинг сотрудников компании» подсчитывает среднее арифметическое всех полученных оценок за урок. Выставление оценок в журнал). Заседание закончено. Всем спасибо за работу!

**Заключение.**

По итогам урока могу сделать вывод о том, что обобщение и систематизация знаний по данной теме, проведенная в форме деловой игры, было правильным решением при выборе формы проведения урока. Это позволило значительно повысить уровень мотивации учащихся, уровень их самостоятельности, а также общее интеллектуальное развитие.

Учащиеся с интересом работали на протяжении всего урока, т.к. все данные они собирали сами, в обязательном порядке выполняли все практические работы, т.к. одна вытекала из другой.

В ходе урока у учащихся повышается интерес к проделываемой работе, к результатам их личной деятельности.

Использование элементов исследовательской деятельности предполагает устранение прямой зависимости учащегося от учителя, так как дети постоянно находятся в процессе активной познавательно-мыслительной деятельности.

Уровень обучаемости значительно повышается за счет успешного выполнения практических работ .

Таким образом, общая идея организации подобных уроков следующая: это поиск решения интересной задачи, для которого требуются знания, как в области теории так и навыки сбора информации и применения ее для долгожданного верного результата.

**Литература.**

1. А.Н.Колмогоров «Алгебра и начала анализа 10-11» Москва, Просвещение 2005
2. А.А.Прокофьев, И.Б.Кожухов «Математика. Готовимся без репетитора.», Махаон, 2006
3. Интернет. Прайсы компаний, работающих на строительном рынке.