**Тела вращения. Цилиндр**

# Тела вращения

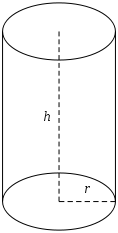
**Тела вращения**— объёмные тела, возникающие при вращении замкнутой линии вокруг оси, лежащей в той же плоскости, что и вращающееся тело.

## Примеры тел вращения

* Шар — образован полукругом, вращающимся вокруг диаметра разреза.
* Цилиндр — образован прямоугольником, вращающимся вокруг одной из сторон.
* Конус — образован прямоугольным треугольником, вращающимся вокруг одного из катетов.
* Тор — образован кругом, вращающимся вокруг прямой, не пересекающей его.

При вращении контуров фигур возникает поверхность вращения (например, сфера, образованная окружностью), в то время как при вращении заполненных контуров возникают тела (как шар, образованный кругом).

### Цилиндр.

[](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Cylinder_geometry.svg)

Правильный круглый цилиндр

**Цили́ндр** (греч. kýlindros, валик, каток) — геометрическое тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов. Круги называются *основаниями цилиндра*, а отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов, - *образующими цилиндра*.

*Примеры тел, имеющих форму цилиндра:*

Сквозное отверстие в стене, сделанное дрелью, является цилиндром: его основание – круг с диаметром, равным диаметру сверла, высота – толщина стены.

**Связанные определения.**

* Цилиндр называется *прямым*, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований.
* *Радиусом цилиндра* называется радиус его основания.
* *Высотой цилиндра* называется расстояние между его плоскостями.
* *Осью цилиндра* называется прямая, проходящая через центр оснований. Она параллельна образующим.
* *Осевое сечение –* сечение цилиндра плоскостью, проходящей через его ось.

**Свойства**

* Основания цилиндра равны.
* У цилиндра основания лежат в параллельных плоскостях.
* У цилиндра образующие параллельны и равны.
* Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

**Основные формулы**

*V* = π*r*2*h* - *объём* прямого кругового цилиндра

*S* = 2π*rh* - ***Площадь боковой поверхности цилиндра***

(где *r* — радиус основания, *h* — высота).

***Площадь полной поверхности цилиндра*** складывается из площади боковой поверхности и площади оснований. Для прямого кругового цилиндра:

*S* = 2π*rh* + 2π*r*2.

**Примеры:**

***Задача1***.*Радиус основания цилиндра 2 см, высота 3 см. Найдите диагональ осевого сечения.*

*Дано*: цилиндр,

r = 2 см,

h =3 см,

*Найти*: d – диагональ осевого сечения

*Решение*. Рассмотрим прямоугольный треугольник, катетами которого являются высота цилиндра и диаметр основания, а гипотенузой – диагональ осевого сечения. По теореме Пифагора получим:

см

*Ответ*: 5 см.

***Задача 2.***Дано: Концы отрезка АВ = 13 дм лежат на окружностях оснований цилиндра. Радиус цилиндра равен 10 дм, а расстояние между прямой АВ и осью цилиндра равно 8 дм. Найти: высоту H цилиндра (см. рис. 1).

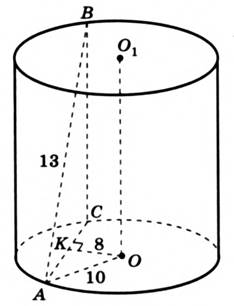


Рис. 1.

Решение: Проведем образующую ВС: Так как http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38157/28324520_f316_0130_97e7_22000a1d011d.png, тоhttp://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38158/289f39e0_f316_0130_97e8_22000a1d011d.png.

Проведемhttp://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38159/29216d10_f316_0130_97e9_22000a1d011d.png. Так как http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38160/29883700_f316_0130_97ea_22000a1d011d.pngиhttp://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38157/28324520_f316_0130_97e7_22000a1d011d.png, тоhttp://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38161/29ec6aa0_f316_0130_97eb_22000a1d011d.png.

Таким образом, прямая ОК перпендикулярна к двум пересекающимся прямым АС и BC плоскости АВС. Следовательно, http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38162/2a5f0400_f316_0130_97ec_22000a1d011d.png, значит, расстояние между прямыми АВ и ОО1 равно ОК; ОК = 8 дм.

Рассмотрим ∆АКО – прямоугольный, по теореме Пифагора:  http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38163/2ad4bee0_f316_0130_97ed_22000a1d011d.png, АС=2AK=12 дм.

Рассмотрим http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38164/2b3b1dd0_f316_0130_97ee_22000a1d011d.png - прямоугольный, по теореме Пифагора: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38165/2bbf0260_f316_0130_97ef_22000a1d011d.png.

BC – образующая цилиндра, и она равна высоте цилиндра.

Ответ: H=5 дм.

***Задача3***. Дано: Через образующую АА1, цилиндра проведены две секущие плоскости, одна из которых проходит через ось цилиндра, угол между плоскостями равен φ. Найти: отношение площадей сечений цилиндра этими плоскостями.

Решение: Нарисуем плоскости α – ABB1A1 и β - AA1C1C в цилиндре. Построим угол между плоскостями на рисунке (см. рис. 2).

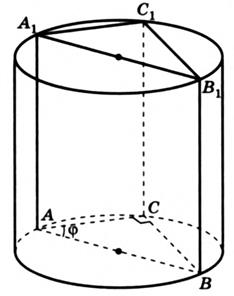


Рис. 2.

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38167/2cbb4d10_f316_0130_97f1_22000a1d011d.png. Значит, угол http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38168/2d27d420_f316_0130_97f2_22000a1d011d.png.

Теперь найдем отношение площадей, которое спрашивается: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38169/2d9354d0_f316_0130_97f3_22000a1d011d.png. (Угол C в треугольнике ABC – прямой, так как он опирается на диаметр нижнего основания цилиндра).

Ответ: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/38170/2df9caa0_f316_0130_97f4_22000a1d011d.png.

**Задания**

1 Радиус основания цилиндра равен 5 см, а его образующая – 9 см. Найдите площадь осевого сечения.

2.Прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.

3. Длина окружности основания прямого цилиндра С = 10 м, длина образующей l = 7 м. Чему равна площадь боковой поверхности цилиндра?

4. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3м, если на один квадратный метр расходуется 200 г краски?

5. Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4 м и диаметром 20 см, если на швы необходимо добавить 2,5% площади ее боковой поверхности?