Когда речь идёт о чём-нибудь очень простом, понятном, мы час­то говорим: «Дело ясно, как дважды два — четыре!» А ведь прежде чем додуматься до того, что дважды два — четыре, лю­дям пришлось учиться много, много тысяч лет.

Конечно, это учение шло не за партой. Человек постепенно учил­ся жить: строить жилища, находить дорогу в дальних походах, обрабатывать землю. И одновременно он учился считать. Потому что даже в самые далёкие времена, когда люди жили в пещерах и одевались в звериные шкуры, они не могли обойтись без счёта и меры.

Учиться считать люди начали в незапамятные времена, а учителем у них была сама жизнь. Древние люди добывали себе пищу главным образом охотой. На крупного зверя — бизона или лося — приходилось охотиться всем племенем: в одиночку ведь с ним и не справишься. Командовал облавой обычно самый старый и опытный охотник. Чтобы добыча не ушла, её надо было окружить, ну вот хотя бы так: пять человек справа, семь сзади, четыре слева. Тут уж без счёта никак не обойдёшься! И вождь первобытно­ го племени справлялся с этой первой задачей. Даже в те времена, когда че­ловек не знал таких слов, как «пять» или «семь», он мог показать числа на пальцах рук.

Есть и сейчас на земле племена, которые при счёте не могут обойтись без помощи пальцев. Вместо числа пять они говорят «рука», десять — «две руки», а двадцать — «весь че­ловек», — тут уж присчитываются и пальцы ног. Проходили многие-многие годы. Менялась жизнь человека. Люди приручали диких животных, и на земле появились первые скотоводы, затем и земледельцы.

Первыми земледельцами были женщины, которые пересаживали съедобные растения поближе к своему жилью. Раньше, чтобы набрать для семьи съедобных корней, женщине приходилось проходить по лесу многие километры, а тут они выращивали растения под боком, и всё в одном месте. Удобно! Постепенно росли знания лю­дей, и чем дальше, тем больше уве­личивалась потребность в умении считать и мерить. Скотоводам приходилось пересчитывать свои стада, а при этом счёт мог идти уже сотнями и тысячами. Земледельцу надо было знать, сколько земли засеять, чтобы прокормиться до следующего урожая.

Пер­вым способом «записи» чисел были зарубки на палке. Хорошо, если число небольшое — десятки или, в крайнем случае, сотни. А если тысячи? Пока сосчитаешь зарубки, чтобы «прочи­тать» число, пройдёт больше часа. Очень неудобная «запись»! И вот примерно пять тысяч лет назад почти одновременно в разных странах — Вавилонии, Египте, Китае — родился новый способ записи чисел. Только, прежде чем говорить об этом, давайте разберёмся, как мы за­писываем числа сейчас.

Мы пользуемся всего десятью цифрами, но с помощью этих десяти значков — цифр — можем записать любое число. Как это получается? Возьмём какое-нибудь число, напри­мер 189. Чтобы получить это число, надо сложить:

1 сотню + 8 десятков + 9 единиц = 189.

Мы с вами такое сложение про­делываем в уме и обычно даже не думаем об этом. Оказывается, каж­дое число состоит из ступенек: еди­ниц, десятков, сотен, тысяч — и так далее. Математики называют такие ступеньки разрядами. Мы с вами считаем десятичными ступеньками — десятками: единицы, десятки, сотни (десятки десятков), тысячи (десят­ки сотен). Но мы могли бы считать и иначе: например, дюжинами или парами — двойками.

Так вот, около пяти тысяч лет назад люди додумались до того, что числа можно записывать не просто зарубками-единицами, а по разрядам: отдельно единицы, отдельно десятки, отдельно сотни. Это было очень важным открытием. Считать и записывать числа теперь стало гораздо легче.

Древние египтяне так же, как и мы сейчас, считали десятками. Но специальные значки-цифры у них были только для разрядов: единиц, десятков, сотен, тысяч. Чтобы запи­сать нашу цифру 7, египтянину приходилось рисовать 7 палочек:

В Древнем Вавилоне считали не десятками, а шестидесятками. Математик сказал бы, что система счёта была там не десятичная, как у нас, а шестидесятеричная. Число шестьдесят играло у них такую же роль, как у нас десять. Например, число 137 вавилонский учёный пред­ставлял себе так: 2 шестидесятки + 17 единиц = 137.

Вавилонская запись чисел была не очень удобной. Скучное заня­тие — рисовать много клинышков или уголков подряд, чтобы записать число двумя знаками. А если число было большое, то нередко происходи­ла путаница, потому что специального значка для обозначения разряда 60 не было. И, например, число 3600 изоб­ражалось, как и единица, вертикаль­ным клином. Вот тут и разберись!

Интересно, что до сих пор мы иногда пользуемся вавилонской сис­темой счёта. Как вы думаете, почему в нашем часе 60 минут, а в минуте 60 секунд? Наверное, это осталось в на­следство от вавилонян!

Очень интересная система счё­та была у народа майя, который жил в Средней Америке (там, где сейчас государство Мексика). Около двух тысяч лет назад индейцы — майя — были гораздо культурнее, чем наро­ды, жившие в то время в Европе. Майя считали двадцатками, — у них была двадцатеричная система счёта. Числа от 1 до 20 обозначались точками и чёрточками. Если под числом был нарисован особый значок в виде глаза, это значило, что число надо увеличить в двадцать раз. Полу­чались уже не единицы, а двадцатки,

Как же в древности пользова­лись люди своим умением считать? Для чего им была нужна математика?

В те далёкие времена людей на земле было ещё мало, гораздо мень­ше, чем сейчас. В степях, где росло много травы, жили редкие племена кочевников-скотоводов. Каждый раз, когда стада съедали и вытаптывали траву в бли­жайшей округе, им приходилось пе­ребираться, перекочёвывать на новое место. Домов кочевники не строили, жили в палатках из шкур, или юртах, которые возили за собой. В долинах рек —на самых плодородных местах — люди обрабатывали землю. Народы-земледельцы уже не ко­чевали с места на место, а жили большими селениями, из которых потом выросли первые города.

Собрать хороший урожай, ко­нечно, не просто. Надо уметь обра­ботать землю, выбрать и вовремя по­сеять семена, выпалывать сорняки, поливать. Земледельцам приходилось отводить воду из рек на поля, проры­вать каналы, да так, чтобы вода тек­ла туда, куда нужно. В тех местах, где поля были выше реки, надо было под­нимать воду наверх. Приходилось ломать голову над тем, как облегчить эту тяжёлую ра­боту. Народам-земледельцам, для того чтобы прожить и прокормиться, нужно было знать гораздо больше, чем кочевникам-скотоводам. Жизнь застав­ляла их учиться быстрее. Поэтому у земледельческих народов математика из набора отдельных простейших правил постепенно стала превращаться в науку.

В долине Нила с незапамятных времён люди занимались земледели­ем. Пять с лишним тысяч лет назад там образовалось одно из первых на земле государств — Египет.

Древние египтяне были замечательными математиками и инженера­ми. Вы, наверное, слышали о египетских пирамидах — огромных гробницах египетских царей — фараонов. Слов­но из кубиков, они сложены из громадных — в десятки тонн ве­сом — обтёсанных каменных глыб. Самая большая пирамида — пира­мида Хеопса (или Хауфу) — выше сорокаэтажного дома. Даже сейчас поднять на такую высоту и расставить вплотную друг к другу тысячи много­ тонных каменных «кубиков» было бы не простым делом. А ведь у египтян не было ни подъёмных кранов, ни мощ­ных домкратов. Все пирамиды имеют совершен­но одинаковую правильную форму. И стоят они не как попало: одна сто­рона пирамиды всегда смотрит точ­но на восток, другие —на север, юг и запад. О замечательных постройках древних египтян можно рассказывать без конца. Некоторые секреты еги­петских строителей не раскрыты до сих пор. Ясно, что строители пирамид должны были и знать и уметь очень много!

Кроме замечательных построек- пирамид, храмов и дворцов,— до нас дошли многие записи и даже большие рукописи, сделанные древними египтянами. Некоторые из них высечены на камне, а большая часть написана чернилами на папирусе — плотной бумаге, которую египтяне делали из тростника. Учёные историки научи­лись читать древнеегипетские руко­писи. Поэтому мы представляем, как жили древние египтяне: чем они занимались, что знали, во что верили. Некоторые из найденных учё­ными египетских рукописей специ­ально посвящены математике. Это что-то вроде учебников, или, вернее, задачников, где даны решения разных практических задач.

Египтяне изобрели один из самых удачных древних календарей. Египетский календарь оказался таким удачным, что потом им стали пользоваться и другие народы. Рим­ский император Юлий Цезарь ещё в 46 году до начала нашего летосчис­ления ввёл египетский календарь в Древнем Риме; с тех пор этот кален­дарь стали называть юлианским. По юлианскому календарю, по «старому стилю», до Великой Октябрьской социалистической революции жила и наша страна. Всего только сорок с лишним лет назад люди ещё пользо­вались замечательным изобретением египетских астрономов, живших ты­сячи лет назад.

В Египте было сделано и много других замечательных изобретений. Только не надо думать, что все егип­тяне были изобретателями, хорошо знали арифметику и геометрию. В Египте, как и во всех других древних странах, самыми учёными людьми были жрецы. У жрецов было время для того, чтобы наблюдать небо, изучать свойства чисел и фигур, думать, соображать. А простым лю­дям Древнего Египта — крестьянам и ремесленникам, — для того чтобы прокормиться, приходилось с утра до ночи ходить за плугом или работать в мастерских. Тут уж не до науки! К тому же жрецы тщательно скрывали от на­ рода свои знания. Чем меньше люди знают, тем легче заставить их верить в богов, тем проще держать народ в покорности. Это жрецы отлично по­нимали. Поэтому простые египтяне не знали и сотой доли того, что было известно египетским жрецам.

На востоке от Аравийского полу­острова с севера на юг текут две большие реки — Евфрат и Тигр. Между ними тянется узкая длинная полоса земли. В древности она называлась Месопотамией, что значит «Между­речье». Самым известным государс­твом Месопотамии был Вавилон. Земля в Междуречье плодород­ная, но там не было ни металлов, ни камня, ни леса, чтобы строить дома. Всё это вавилонянам приходилось покупать у других народов. Поэтому Вавилон раньше других стран стал вести большую торговлю. И, как это всегда бывает, вместе с товарами вавилонские купцы привозили и знания других народов. Торговля помогала науке.

В математике вавилонские учё­ные добились ещё большего, чем египтяне. Вавилоняне — вы уже знаете — считали шестидесятками. Нам такой счёт кажется неудобным, а вавилоняне отлично решали сложные задачи по математике. Кроме того, вавилонские учёные изобрели дроби. Изображались вавилонские дро­би так. Сначала писали число це­лых единиц. На втором месте — число шестидесятых долей, на третьем — шестидесятые доли от предыдущих, и так далее. Записи по­лучались сложными, длинными. Но всё-таки вавилоняне умели записывать любые дроби, любые части цело­ го. Египтяне этого делать не умели. Позднее шестидесятые доли единицы стали называть минутами, а шестидесятые доли минут — секундами. Выходит, что мы до сих пор пользу­емся вавилонскими дробями, когда смотрим на часы!

Настоящей наукой математика стала только у древних греков.

— А разве у египтян и вавило­нян математика не была наукой? — спросите вы. — Ведь они знали по математике уже немало и к тому же очень умело пользовались своими знаниями. В том-то и дело, что знания были, а настоящей науки ещё не было. По­тому что математика, как и всякая другая наука, прежде всего должна отвечать на вопрос «почему». Почему площадь треугольника равна полови­не произведения основания на высо­ту? Почему два любых числа всегда можно точно сложить друг с другом, а вот разделить друг на друга без остатка можно не всякие числа? Как и многие другие народы, египтяне просто пользовались гото­выми правилами, которые «ощупью» находили на опыте и запоминали. В решениях их задач часто встречается совет: «Делай как делается». Настоящей наукой математика стала только у древних греков. Это был маленький, но удивительно та­лантливый народ, у которого учатся многому даже сейчас, тысячи лет спустя.

Греческие мастера строили удивительной красоты дворцы и храмы, которые потом тысячи лет служи­ли образцом для архитекторов всех стран. Греческие скульпторы создавали из мрамора чудесные статуи. А с греческих учёных началась не только «настоящая» математика, но и очень многие другие науки, которые вы про­ ходите в школе. А знаете, почему греки обог­нали в математике все другие наро­ды? Потому что они хорошо умели... спорить.

Чем же споры могут помочь на­уке?

В древние времена Греция состояла из многих маленьких государств. Чуть не каждый город с окрестными деревнями был отдельным государ­ством. Каждый раз, когда приходи­лось решать какой-нибудь важный государственный вопрос, горожане собирались на площадь, обсуждали его, спорили о том, как сделать луч­ше, а потом голосовали. Понятно, что они были хорошими спорщиками: на таких собраниях приходилось опро­вергать противников, рассуждать, доказывать свою правоту. Греки счи­тали, что спор помогает найти самое лучшее, самое правильное решение. Они даже изречение придумали: «В споре рождается истина». И в науке греки стали поступать так же, как на народном собрании. Они не просто заучивали правила, а доискивались причины: почему пра­вильно делать так, а не иначе.

Каждое правило греческие ма­тематики старались объяснить, дока­зать, что оно действительно верное. Для этого они спорили друг с другом, рассуждали, старались найти в рас­суждениях ошибки. Докажут одно правило — рассуждения ведут к дру­гому, более сложному, потом — к третьему, к четвёртому. Из правил складывались законы, а из зако­нов — наука математика. Едва родившись, греческая ма­тематика сразу семимильными ша­гами пошла вперёд. Ей помогали чу­десные сапоги-скороходы, которых раньше у других народов не было. Они назывались «рассуждение» и «доказательство».

Кроме арифметики и геометрии, в греческую математику входила... музыка. Музыкой греки называли ту часть нашей арифметики, в которой говорится об отношениях и пропор­циях. Почему такое странное название? Дело в том, что греки создали и научную теорию музыки. Они знали, чем длиннее натянутая струна, тем ниже, «толще» получается звук, ко­торый она издаёт. Они знали, что ко­роткая струна издаёт высокий звук. Но у всякого музыкального инструмента не одна, а несколько струн. Для того чтобы все струны при игре звуча­ ли «согласно», приятно для уха, дли­ны звучащих частей их должны быть в определённом отношении. Поэтому учение об отношениях, о дробях и ста­ло называться музыкой.

Незадолго до начала нашего ле­тосчисления — две с небольшим ты­сячи лет назад — все страны, о которых мы говорили, да и многие другие страны были покорены древними римлянами. Могущественное Римское государство сначала захватило всю Италию, а потом — шаг за шагом — почти всю Западную Европу и многие страны Азии. Ни одна из тогдашних стран не могла долго сопротивляться натиску закованных в броню римских полков. Римляне приносили в завоёван­ные страны свой язык, свои порядки и законы. Они строили дороги, мос­ты, водопроводы. Развалины древне­римских построек во многих местах сохранились и до наших дней. Латин­ский язык, на котором говорили древние римляне, надолго стал междуна­родным языком учёных, писателей, врачей. Ка­залось бы, в таком огромном и могу­чем государстве, как Древний Рим, и науки должны были развиваться особенно быстро. А получилось на­оборот. Римляне не только не продви­нули математику вперёд, но даже не сумели как следует усвоить замеча­тельные достижения греческих учёных. Римские землемеры и строители владели лишь скудными обрывками греческой математики. И это было не случайно. В Древнем Риме любой невежественный, но храбрый вояка стоял гораздо выше, чем самый та­лантливый учёный. Убить великого Архимеда римляне сумели. А вот хорошими математика­ми они так никогда и не стали: науке нужны не солдаты, а учёные.

Много веков у римлян происхо­дила путаница с календарём. Только в 46 году до нашего летосчисления Юлий Цезарь ввёл в Риме более или менее точный календарь. Но ведь этот «юлианский» календарь выдумали не сами римляне, а егип­тяне, и на много столетий раньше. Помните? Единственным наследством, которое Древний Рим оставил пос­ле себя в математике, был ещё один способ записи чисел — римские цифры. Сейчас мы пользуемся другим, го­раздо более удобным способом, но и римские цифры иногда находят себе применение. Их можно увидеть на циферблатах часов, на корешках книг, на праздничных лозунгах.

Шло время. Всё чаще покорённые римля­нами страны поднимались на борьбу против своих угнетателей. Один на­род за другим стал сбрасывать вла­дычество Рима. Могущество Римской империи пошло на убыль. К пятисотому году нашего лето­ счисления Римское государство было разгромлено племенами, которые пришли с севера Европы, и перестало существовать.

Начался тысячелетний период средних веков. Это время по праву можно на­звать «тёмными веками». У науки появился злейший враг — христи­анство, христианская церковь. Книги древних учёных невежественные монахи сжигали на кострах. Считалось, что это опасные «са­танинские» книги, — ведь древние греки не были христианами. Нередко вместе с книгами на костёр попадал и тот, кто их читал. Наука древних была прочно забыта. Церковники застав­ляли людей слепо верить каждому слову, написанному в «священных» христианских книгах.

Вместо изучения законов природы они проповедовали слепую веру. Вместо размышлений, рассуждений и споров древних греков людей застав­ляли бояться бога и молиться. Цер­ковь жестоко преследовала всякую научную мысль. Лишь кое-где в монастырях от­ дельные смелые люди потихоньку читали и переписывали сочинения древ­ них учёных. Европа надолго сошла с большой дороги науки.

Убить науку нельзя. Никакие го­ нения и преследования не могут остановить стремление людей к знанию. Поэтому в средние века, когда цер­ковники всеми силами боролись про­тив науки в Европе, она не погибла и даже не остановилась в своём раз­витии. Просто она переменила «мес­тожительство», и центром научной мысли стали страны Азии.

Особенно много для развития математики в средние века сделали арабы, вернее, народы, говорившие и писавшие на арабском языке. Воз­никшее на Аравийском полуостро­ве в VII веке государство арабов за каких-нибудь двести лет подчинило себе всю Западную и часть Средней Азии, Северную Африку и даже ку­сочек Европы — Испанию и Порту­галию.

Столицей этого огромного мусульманского государства стал город Багдад на реке Тигр. Арабы понимали значение науки. Они тщательно собирали, изучали и переводили на свой язык книги древ­негреческих учёных по математике, астрономии, медицине. В арабских странах жили и работали последние из учёных-греков, которые бежа­ли туда из Европы от преследования христианских попов и монахов. Арабы восприняли и сберегли науку и литературу древних греков. Многие труды греческих учёных дошли до нас только потому, что сохранились их арабские переводы.

Однако, кроме греческой науки, в распоряжении арабских учёных оказался ещё один богатейший источник знаний по математике. Таким источ­ником была наука Индии. В Индии и Китае математика за­родилась примерно тогда же, когда и в Египте, — пять с лишним тысяч лет назад. К началу нашего летосчисле­ния индийцы уже были замечатель­ными математиками. Кое в чём они обогнали даже древних греков. Од­нако Индия была оторвана от других стран, — на пути лежали тысячи километров расстояния и высокие горы. Арабы были первым «чужим» народом, которому посчастливилось по­ учиться у индийских математиков. А в Индии было чему поучиться! Индийские учёные сделали одно из важнейших в математике открытий. Они изобрели позиционную систему счисления — тот способ записи и чтения чисел, которым теперь пользуется весь мир. Самые цифры, которыми мы пользуемся, — тоже изобретение математиков Древней Индии. Их не­ редко называют арабскими, но это не­верно. Хотя народы Европы получили позиционную систему счёта и современные цифры от арабов, но изобрели их индийцы. Таким же путём, через арабов, вошли в европейскую науку и многие другие замечательные открытия, сделанные математиками Древ­ней Индии.

Однако не следует думать, что арабские математики были толь­ко прилежными учениками древних греков и индийцев. Учёные арабских стран много сделали для науки и сами. Особенно больших успехов они добились в математике и астрономии. Индийцы, китайцы, арабы и другие народы Востока сделали так много замечательных открытий в математике и астрономии, что для того, чтобы их только перечислить, понадобилась бы толстая книга.

Учёные стран Востока как бы приняли математическую эстафету от древних греков, пронесли её через все средние века и потом, тысячу лет спустя, передали народам Европы.

Предки русского народа —сла­вяне — с незапамятных времён жили на землях Средней и Восточной Ев­ропы. Первые письменные упомина­ния о славянах встречаются в книгах древних римлян, написанных в самом начале нашей эры. Арабские книги говорят о том, что в середине первого тысячелетия славяне вели большую торговлю с греками, арабами и другими народами и храбро воевали с ино­земцами, которые пытались их покорить. В X веке нашего летосчисления у славян появилась письменность. С этого времени начинается «писаная» история Древней Руси. Основу своего алфавита славяне вместе с христианской рели­гией позаимствовали от средневеко­вых греков — византийцев. Способ записи цифр буквами со специальными значками — «титлами» — они тоже взяли от греков. С появлением письменности на Древней Руси стали появляться переводы греческих книг. Поначалу это были только «священ­ные» книги, но и в них нет-нет да и встречались обрывки замечательной математики древних греков. Знания славян по математике постепенно росли. Однако несколько десятилетий спустя большая часть русских кня­жеств была захвачена ордами полудиких кочевников — монголов. Стон стоял над Русской землёй. Горели го­ рода, лилась кровь. Жизнь замерла; приостановилась и древнерусская образованность.

Почти триста лет длилось мон­гольское иго. За это время наука Западной Европы сделала большой шаг вперёд: народы Европы ознакомились с замечательной математикой арабов и индийцев. А в задавленной захватчиками и отрезанной от всего культур­ного мира России математика стала отставать от науки Западной Европы. Для того чтобы потом, после сверже­ния монгольского ига, снова выйти в ряды мировой науки, ей понадобилось несколько столетий. В XVI веке, при Иоанне Гроз­ном, на Руси появляются первые ру­кописные учебники по математике, а немного позже — печатные книги о применении математики для разных практических нужд.

Особенно важную роль в раз­витии русской науки сыграла книга «Арифметика, или наука числитель­ная», написанная Леонтием Филип­повичем Магницким. «Арифметика» Магницкого была издана при Петре I , в 1703 году, и долгое время была на­стольной книгой всех образованных русских людей. Великий русский учёный Михаил Васильевич Ломоносов знал её наизусть и называл её вмес­те с учебником грамматики «вратами своей учёности». Книга Магницкого называлась «Арифметика», но, кроме арифметики, там были начала алгебры, геометрии, тригонометрии и даже немного мореходной астрономии. Это была настоящая энциклопедия по математике, в которой каждое правило, каждый приём подробно разъяснялся и подкреплялся решением примеров и практических задач. Замечательной книгой Магниц­кого закончилась многовековая исто­рия древнерусской математики.

Что может математика? Астро­ному она помогает определить пути далёких звёзд. Инженер с помощью математики рассчитывает реактивный самолёт, корабль или новую электростанцию. Учёному-физику математика открывает законы атомного ядра, а моряку указывает путь корабля в океане. Словом, математика может всё или почти всё там, где нужно что- либо вычислять. Никог­да ещё математика не была настоль­ко всеобъемлющей и такой нужной людям наукой, как сегодня.

О том, какой будет математика завтра, говорить трудно. Она развивается сейчас так стремительно, так часто делаются в ней новые открытия, что гадать о том, что будет, пожалуй, бесполезно. Одно можно сказать наверняка: завтра математика станет ещё могущественнее, ещё важнее и нужнее людям, чем сегодня.