**В.К. Кузнецова**,

*учитель математики ГБОУ «Школа № 329» г. Москва*

*кандидат педагогических наук*

**Готовимся к ОГЭ**

**Пособие для учащихся «Некоторые приемы решения систем уравнений второй степени с двумя переменными»**

Известны два основных метода решения систем уравнений с двумя переменными: метод подстановки и метод сложения. Но не всякую систему уравнений можно решить, используя эти методы, существуют некоторые особые виды систем уравнений.

Можно выделить три таких ***вида систем*** уравнений и обозначить ***принципы их решения.***

**1-й вид.** Системы, в которых одно из уравнений представлено в виде

 ***f* (*x*) · *g* (*x*) = 0**

**Принцип решения:** переход к совокупности двух систем

 **2-й вид.** Системы, в которых встречается однородное уравнение.

**Принцип решения:** деление однородного уравнения на одну из переменных в квадрате и решение полученного квадратного уравнения

**2-й вид.** Симметрические системы уравнений.

**Принцип решения:** введение новых переменных

Рассмотрим примеры решения выделенных видов систем уравнений:

***Пример1. Решить систему уравнений***



Решение:



Эту систему можно решить двумя способами:

1) путем преобразований прийти к системе, в которой одно из уравнений представляется в виде: *f* (*x*) · *g* (*x*) = 0;

2) воспользоваться методом сложения и выразить одну переменную через другую.

Проанализировав условие системы, мы видим, что второй способ в данном случае – более простой.

Умножим первое уравнение системы на –3 и сложим почленно левые и правые части уравнений.

Получим:

11*ху* – 66 = 0;

*ху* = 6;

*х* = .

Подставим полученное выражение в первое уравнение системы.

Получим:

 – 18 + 14 = 0;

 = 4;

*у*2 = 9;

*у*1 = 3  *х*1 = 2;

*у*2 = –3  *х*2 = –2.

Решением исходной системы является пара чисел: (2; 3), (–2; –3).

***Ответ: (2; 3), (–2; –3).***

***Пример 2. Решить систему уравнений***



Решение:



Метод замены переменной.

**Обозначим**$ \frac{x}{y}$ буквой ***t*** и решим первое уравнение системы относительно новой переменной:

 $t+\frac{1}{t}-\frac{25}{12}=0;$

12*t*2 – 25*t* + 12 = 0;

*D* = 625 – 576 = 49;

*t*1 = ;

*t*2 = .

**Обратная** замена:

|  |  |
| --- | --- |
|  =  или*х* =  |  = *х* =  |

Получаем, что исходная система уравнений равносильна совокупности двух систем:



Решив полученные системы уравнений, получим решение исходной системы: (–4; –3), (4; 3).

***Ответ: (–4; –3), (4; 3).***

***Пример 3. Решить систему уравнений***



Решение:



**Обозначим:** ***х* + *у* = *U***

 ***xy* = *V***

Тогда:

 *х*2 + *у* 2 = (*х* + *у*)2 – 2*ху* = *U*2 – 2*V.*

Получим систему:



*U*2 – 2 · 12 = 25;

*U*2 = 49;

*U*1 = 7;

*U*2= –7.

Значит, исходная система равносильна совокупности двух систем:



Решив полученные системы уравнений, получим решение исходной системы:

(–3; –4), (–4; –3), (3; 4), (4; 3).

***Ответ: (–3; –4), (–4; –3), (3; 4), (4; 3).***

Существуют системы уравнений, которые не относятся ни к одному из выделенных видов. Покажем, как они могут быть решены.

***Пример 4. Решить систему уравнений***

$$\left\{\begin{array}{c}x^{2}+xy=6\\y^{2}+xy=3\end{array}\right.$$

Решение:



Разделим почленно правые и левые части первого уравнения на второе:

 = 2  *х* = 2*у.*

Значит, исходная система уравнений равносильна следующей системе:



3*у*2 = 3;

*у*2 = 1;

*у*1 = 1  *х*1 = 2;

*у*2 = –1  *х*2 = –2.

Решив полученные системы уравнений, получим решение системы:

(2; 1), (–2; –1).

***Ответ: (2; 1), (–2; –1).***

***Пример 5. Решить систему уравнений***



Решение:



Вычтем из второго уравнения первое.

Получим:

4*х* (*х* – *у*) – 4*х* (*х* + *у*) = 32;

4*х* (*х* – *у* – *х* – *у*) = 32;

4*х* · (–2*у*) = 32;

*ху* = –4;

*у* = .

Значит, исходная система уравнений равносильна следующей системе:





**Замена:**

Пусть *х*2 = *а*, тогда получим:



4*а*2 – 65*а* + 16 = 0

*D* = 652 – 16 · 16 = (65 – 16) (65 + 16) = 49 · 81





**Обратная замена:**

*х*2 = 16, *х*2 = ;

*х* = ±4, *х* = ±.

Решив полученные системы уравнений, получим решение исходной системы:

(4; –1), (–4; 1),$ \left(\frac{1}{2}; -8\right),\left(-\frac{1}{2}; 8\right)$.

 ***О т в е т: (4; –1), (–4; 1),***$ \left(\frac{1}{2}; -8\right),\left(-\frac{1}{2}; 8\right)$*.*