***ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ №2.***

1. По кругу расставлены 9 чисел: четыре единицы и пять нулей. Каждую секунду проделывают операцию: между соседними числами ставят 1, если они одинаковые, 0 ,если они разные, а старые стирают. Могут ли через некоторое время все числа стать одинаковыми?

2. Можно ли 25 рублей представить в виде суммы купюр 1, 3, 5 рублевых? Можно ли 25 рублей разложить при помощи 10 бумаг 1,3,5 рублевых? (Сумма нечетного числа нечетных слагаемых всегда четна).

3. Имеется 10 листов бумаги. Некоторые из них разрывают либо на 5 частей, либо на 7 частей, смешивают и опять также разрывают. Можно ли получить 2013 листов?

4. Берется 36 или 16 первых простых чисел. Составляется магический квадрат. Это когда сумма чисел по строчкам такая же как по столбикам. Можно ли это выполнить? (Простое число имеет ровно два делителя само себя и единицу).

5. Доска 1010. Можно ли ее покрыть фигурками вида

6. Дно коробки было уложено плитками одна из плиток разбилась, вместо нее нашли плитку как в задаче 5. Можно ли теперь уложить дно коробки?

***Домашнее задание***

1. Могут ли все три стороны целочисленного треугольника выражаться нечетными числами? (Применить теорему Пифагора: квадрат большей стороны должен быть равен сумме квадратов двух других сторон).

2. + + …+ может ли при каком-нибудь n эта сумма оказаться целой?

3. Круг разбит на 6 секторов, в которых по часовой стрелке расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается прибавлять по единице к любым двум соседним числам. Можно ли добиться того, чтобы все числа стали одинаковыми?

***Принцип Дирихле (Густав Пьер Эжен Дирихле 1805-1859гг немец)***

Рассмотрим очевидный факт. Если у нас есть 6 (n+1) зайцев и 5 (n) клеток. Известно, что в каждую клетку можно посадить только одного зайца . Понятно, что разместить этих 6 зайцев не удастся, т.е. одной клетки не хватит. Наоборот: если есть 6 (n+1) заяц и 5 (n) клеток и все зайцы рассажены, то есть клетка в которой сидит по крайней мере 2 зайца.

Обозначим этих зайцев символами , ,… } = А

Клетки , ,… } = B

Любой способ рассадить зайцев по клеткам это отображение множества А в множество В. При любом отображении множества А, состоящего из n+1 элемента в множество В, содержащее n элементов, по крайней мере, два элемента А будут иметь один и тот же образ. Это и есть принцип Дирихле. В дальнейших задачах надо увидеть, что можно назвать клеткой, а что зайцем.

1. В лесу растет 1 миллионов елок. Известно, что на каждой елке не больше, чем 800 000 иголок. Доказать, что найдется, по крайней мере, две елки с одинаковым числом иголок.

2. Доказать, что если прямая а расположенная в плоскости треугольника АВС, не проходит не через одну из его вершин, то она не может пересечь все три стороны треугольника.

3. Доказать, что из любых трех чисел можно выбрать два, сумма которых равна двум.

4. В классе 40 учеников. Найдется ли такой месяц в году, в котором не менее четырех учеников отмечают свой день рождения.

5. В классе 30 человек. В диктанте Саша сделал 13 ошибок. Остальные меньше. Докажите, что по крайней мере 3 ученика сделали ошибок поровну.

6. В магазин привезли 25 ящиков с разными тремя сортами яблок. Доказать, что по крайней мере, 9 ящиков одного сорта.

7. На гранях кубика написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Доказать, что найдутся две соседние грани, такие, что разность чисел на них больше 3.

8. В узлах клетчатой бумаги произвольным образом выбрано 5 точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. Доказать, что из них всегда можно найти две такие, что отрезок, соединяющий эти точки содержит еще, по крайней мере, один узел.