

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10107

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

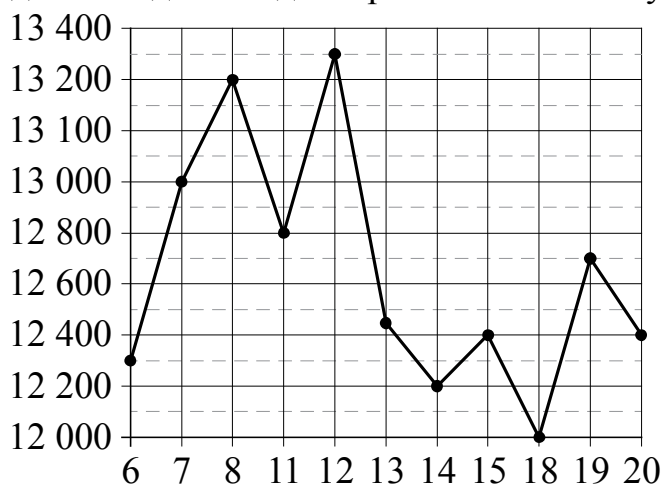
**Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

### Часть 1

- 1** В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 февраля составляли 142 куб. м воды, а 1 марта — 156 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за февраль, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 22 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

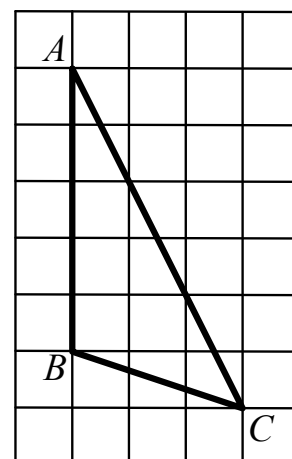
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период. Ответ дайте в долларах США за тонну.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

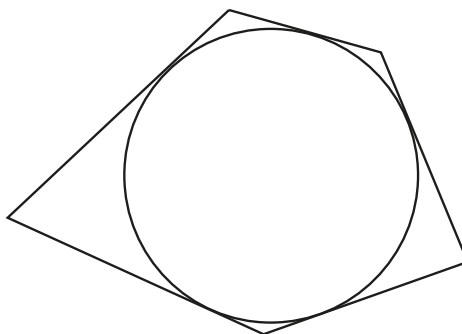
- 4 В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 980 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{51 - 5x} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

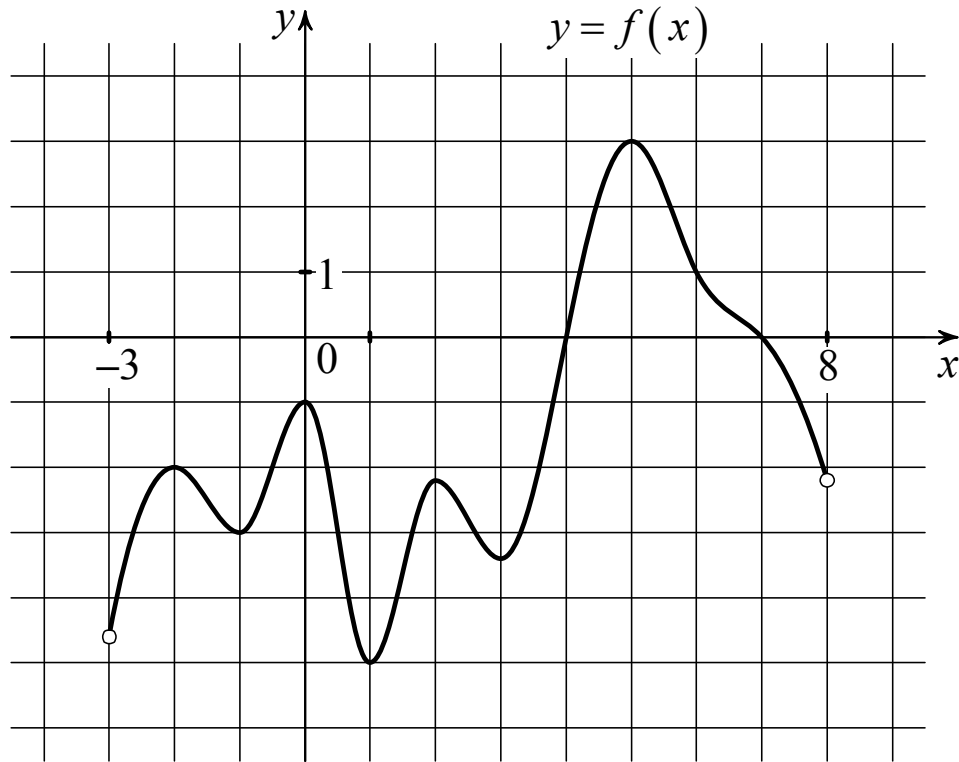
- 6 Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 50. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

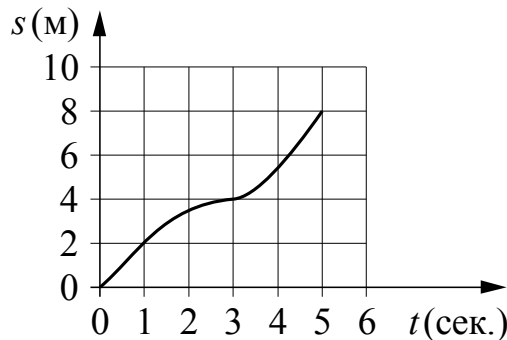
**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.**

**7.1** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 1$ .



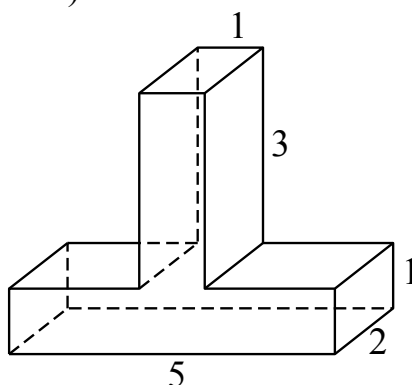
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.2** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{(25b)^{1,5} \cdot b^{0,7}}{b^{2,2}}$  при  $b = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 44,1 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 12% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.**

**12.1** Найдите наибольшее значение функции  $y = 61x - 61 \operatorname{tg} x + 35$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.2** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_4(x^2 + 6x + 25) - 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13 \cos x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

**14** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 1 : 2$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 1 : 5$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ ,  $AA_1 = 6$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.**

**15.1** Решите неравенство  $0,5 \log_{x-2}(x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x}(-x^2 + 7x - 10) \geq 3$ .

**15.2** Решите неравенство  $\frac{x}{x^2 + 3} \leq (1:4)x^{-1}$ .

**16** Дана равнобедренная трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $KL$  как на диаметре, касается боковой стороны  $MN$  и второй раз пересекает большее основание  $KN$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $MN$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $NQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $KN$ , если  $\angle LKN = 75^\circ$  и  $LM = 1$ .

**17** Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 0,5x^2 + x + 7$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

**18** Найдите все целочисленные значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 4, \\ x^2 - |a+1|x - 2a^2 = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{9}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 5b$  и  $c > 8d$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 сентября 2015 года

Вариант МА10108

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***



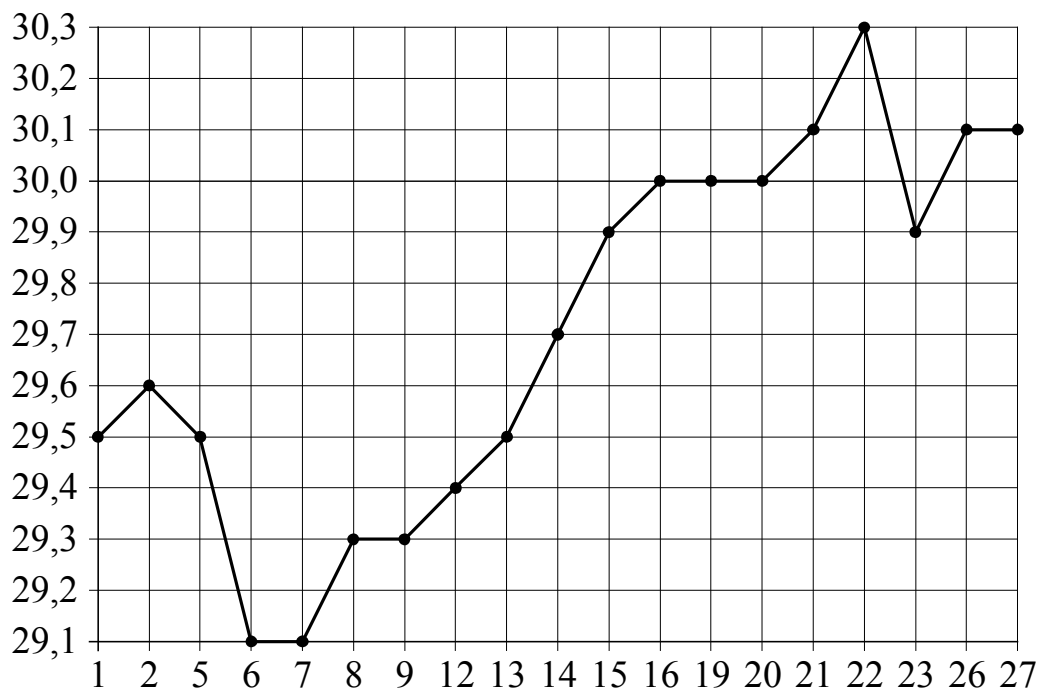
**Ответом к заданиям 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

### Часть 1

- 1** В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 марта составляли 128 куб. м воды, а 1 апреля — 136 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за март, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 21 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

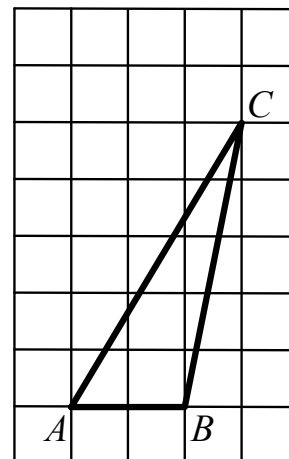
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

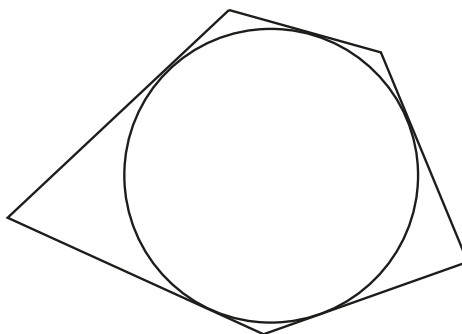
- 4 В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 1080 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{64 - 3x} = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

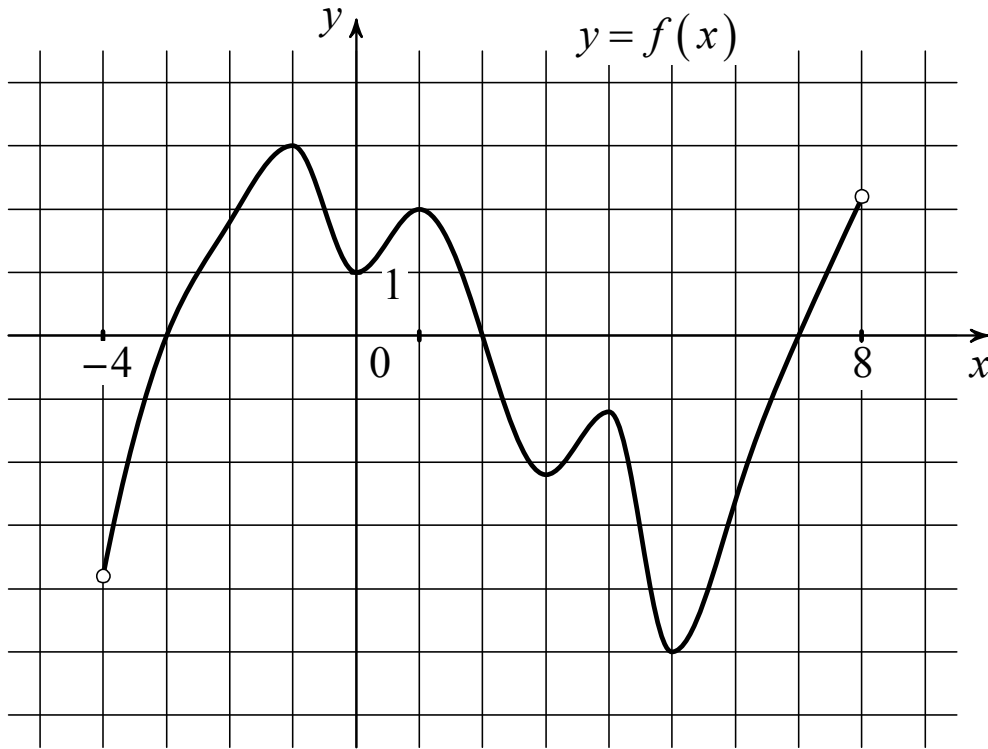
- 6 Около окружности, радиус которой равен 7, описан многоугольник, периметр которого равен 30. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

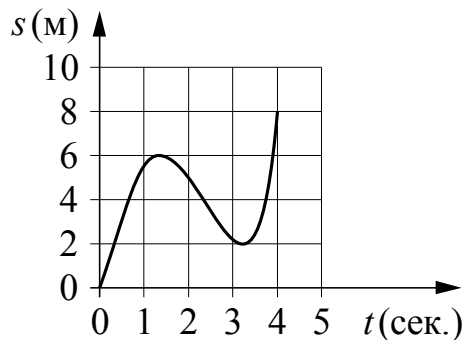
**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.**

**7.1** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 18$ .



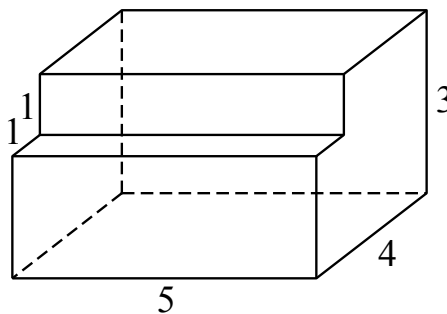
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.2** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}}$  при  $b = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 122,5 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.**

**12.1** Найдите наибольшее значение функции  $y = 7x - 7 \operatorname{tg} x - 4$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.2** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_5(x^2 + 4x + 29) - 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $(\operatorname{tg}^2 x - 3)\sqrt{11 \cos x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

**14** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 2 : 3$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 1 : 4$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 15.1 или 15.2.**

**15.1** Решите неравенство  $0,5 \log_{x-1}(x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x}(-x^2 + 5x - 4) \geq 3$ .

**15.2** Решите неравенство  $\frac{x}{2x^2 + 12} \leq (1:5)x^{-1}$ .

**16** Дана равнобедренная трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $KL$  как на диаметре, касается боковой стороны  $MN$  и второй раз пересекает большее основание  $KN$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $MN$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $NQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $KN$ , если  $\angle LKN = 75^\circ$  и  $LM = 2$ .

**17** Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 0,5x^2 + 2x + 5$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

**18** Найдите все целочисленные значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 3, \\ x^2 - |a+2|x - 3a^2 = 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{6}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 4b$  и  $c > 7d$ ?