Тема: Иррациональные неравенства.

Тип урока: объяснение новых знаний.

Методы: объяснение, разъяснение, демонстрация, иллюстрация, упражнения.

Оборудование: учебник по алгебре и началам анализа 10-11 под ред. Ш.А.Алимова, презентация по теме «Иррациональные неравенства».

Цели:

1.Образовательные:

- формирование у учащихся понятия иррациональные неравенства и навыков их решения ;

2. Воспитательные:

- воспитание положительного отношения к предмету, ответственного отношения к учебе;
- способствовать воспитанию аккуратности, дисциплины.

3. Развивающие:

- развитие мотивации обучения;
- развитие у учащихся математической речи, памяти, интуиции, познавательного интереса;
- развитие интереса учащихся к изучению информатики;
- способствовать развитию логического мышления.

Структура урока:

1.Организационный момент(1 мин).

2.Повторение пройденной темы: фронтальный опрос и устный счет(5 мин).

3.Формирование знаний, умений, навыков по новой теме, основанное на взаимодействии учителя и учащихся(30 мин).

4 . Выполнение логических упражнений: рассмотрение софизмов(8 мин).

5. Постановка домашнего задания и подведение итогов урока(1 мин).

Ход урока:

1. Организационный момент включает приветственное слово учителя и постановку целей урока.

2. Устный фронтальный опрос по теме уравнения.

1) Дайте определение понятию уравнения.

2) Что значит решить уравнение?

3) Какие виды уравнений вы знаете?

Далее давайте выполним задания, предложенные на слайде.

Решите уравнения:

$|x-3|=2$

$x^2-4=0$

$\frac{4x-1}{15}=1$

$3^{x-1}=9$

$|2x-7|=-13$

$4^{x-3}=-16$

А теперь вспомним теорию про неравенства. Обратите внимание на предложенные вопросы:

1.Что называется неравенством?

2.Что значит решить неравенство?

И решите представленные неравенства:

$2x-1>5$

$(x-1)(x+2)<0$

$2(x-2)>1$

$(9-x^2)\geq 0$

$x^2+x<2$

$|2x-3|<-3$

Какие уравнения называются иррациональными?

Как решаются иррациональные уравнения?

Вам необходимо решить указанные уравнения:

$\sqrt{x} = 2$

$\sqrt{1-2x} = 5$

$\sqrt[3]{x-1} = 2$

$\sqrt{3x-2} = -7$

$\sqrt[3]{3-5x} = -3$

$\sqrt{x+1} = 3$

3. Формирование знаний, умений, навыков по новой теме, основанное на взаимодействии учителя и учащихся(30 мин).

Далее мы изучим новую тему «Иррациональные неравенства». Рассмотрим решение основных видов таких неравенств.

Итак, первый пример.

Решите неравенство:

$\sqrt{5-x} < 4$

Решение:

Неравенство равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} 5-x \geq 0; \\ 5-x < 16. \end{cases}$$

Решая систему получим:

$$\begin{cases} x \leq 5; \\ x > 11. \end{cases}$$

Ответ: -11 < x ≤ 5.

Решить неравенство:

$\sqrt{x^2-3x} < 2$

Решение:

Неравенство равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 3x \ge 0; \\ x^2 - 3x < 4. \end{cases}$$

Решая первое неравенство системы, получаем $x \le 0$, $x \ge 3$.

Решая второе неравенство системы, получаем $-1 < x < 4$. Оба неравенства системы выполняются при $-1 < x \le 0$, а также при $3 \le x < 4$.

Ответ: $-1 < x \le 0$, $3 \le x < 4$.

Решить неравенство:

$$\sqrt{10 + x - x^2} \ge 2 \qquad (1)$$

Решение:

Неравенство равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} 10 + x - x^2 \ge 0; \\ 10 + x - x^2 \ge 4. \end{cases}$$

Так как каждое решение второго неравенства системы является решением первого неравенства системы, то эта система равносильна одному второму неравенству

$$10 + x - x^2 \ge 4. \qquad (2)$$

Следовательно, неравенство (1) равносильно неравенству (2).

Решая неравенство (2), получаем $-2 \le x \le 3$.

Ответ: $-2 \le x \le 3$.

Решить неравенство:

$$\sqrt{3x - 4} < -5$$

Решение:

При всех допустимых значениях x, т. е. при $x \ge \frac{4}{3}$, значения $\sqrt{3x - 4} \ge 0$.

Поэтому неравенство решений не имеет.

Ответ: решений нет.

Решить неравенство:

$\sqrt{2x^2+5x-3} \le 0$

Решение:

Данное неравенство выполняется только тогда, когда $\sqrt{2x^2+5x-3}=0$,т. е. когда $2x^2+5x-3=0$, откуда $x_1=-3$, $x_2=\frac{1}{2}$.

Ответ: $x_1=-3$, $x_2=\frac{1}{2}$.

Решить неравенство:

$\sqrt{3x+1} \le x+1$

Решение:

Область определения этого неравенства – луч $x \ge -\frac{1}{3}$. При этих значениях x обе части неравенства неотрицательны. Следовательно, неравенство равносильно системе:

$$\begin{cases} 3x+1 \ge 0; \\ 3x+1 \le (x+1)^2. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем $-\frac{1}{3} \le x \le 0$, $x \ge 1$.

Ответ: $-\frac{1}{3} \le x \le 0$, $x \ge 1$.

Решить неравенство:

$\sqrt{x+3} > x+1$ (1)

Решение:

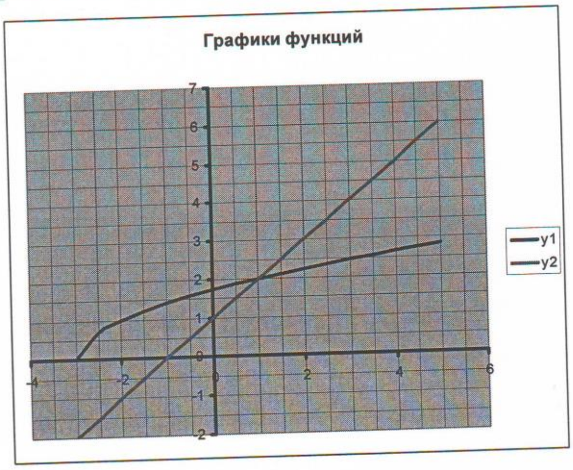
Область определения этого неравенства – луч $x \ge -3$. При всех $x \ge -3$ левая часть этого неравенства неотрицательна. Правая часть этого неравенства отрицательна при $x < -1$. Поэтому все значения x из промежутка $-3 \le x < -1$ являются решениями неравенства (1).

Рассмотрим случай, когда $x \geq -1$. Тогда обе части неравенства (1) неотрицательны, и поэтому обе части этого неравенства можно возводить в квадрат: $x+3>(x+1)^2$. Решением этого неравенства являются значения x из промежутка $-2<x<1$. Отсюда, учитывая, что $x \geq -1$, получаем $-1 \leq x < 1$.

Итак, решениями неравенства (1) являются все значения x из промежутка $-3 \leq x < -1$, а также из промежутка $-1 \leq x < 1$, т.е. из промежутка $-3 \leq x < 1$.

Ответ: $-3 \leq x < 1$.

Неравенство (1) проще решать с помощью графиков. На рисунке ниже построены графики функций $y_1=\sqrt{x+3}$ и $y_2=x+1$. Из рисунка видно, что решениями неравенства (1) являются значения x из промежутка $-3 \leq x < 1$.



Графическим способом решить неравенство:

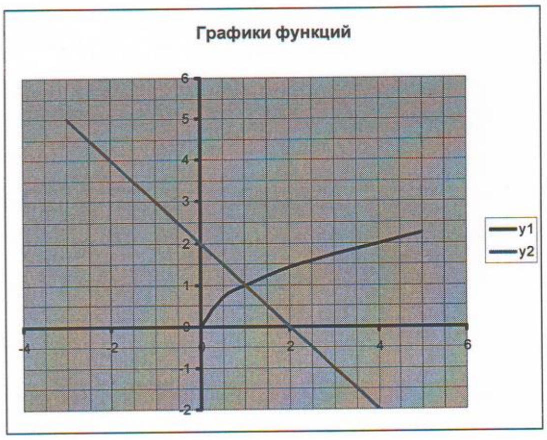
$\sqrt{x}<2-x$

Решение:

На одном рисунке построим графики функций $y_1=\sqrt{x}$ и $y_2=2-x$ и выясним, при каких значениях x точки графика функции $y=\sqrt{x}$ лежат ниже точек графика функции $y=2-x$.

Из рисунка видно, что эти графики пересекаются в одной точке, абсцисса которой являются корнем уравнения $\sqrt{x}=2-x$. Этот корень $x=1$. График функции $y=\sqrt{x}$ лежит ниже графика функции $y=2-x$ при $0 \leq x < 1$.

Ответ: $0 \leq x < 1$.



На этом рассмотрение новой темы мы закончим.

Вопросы у вас по решению примеров возникли?

Если нет, то перейдем к обсуждению софизмов.

4. Выполнение логических упражнений: рассмотрение софизмов.

Софизм – это удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Рассмотрим два софизма:

1)Единица равна двум.

$$1-3=4-6$$

$$1-3+\frac{9}{4}=4-6+\frac{9}{4}$$

$$\left(1-\frac{3}{2}\right)^2=\left(2-\frac{3}{2}\right)^2$$

$$1-\frac{3}{2}=2-\frac{3}{2}$$

$$1=2$$

2)Единица равна минус единице.

Пусть x равно 1. Тогда $x^2=1$ или $x^2-1=0$. Раскладывая x^2-1 по формуле разности квадратов, получим $(x+1)(x-1)=0$.

Разделив обе части этого равенства на x-1, имеем

$x+1=0$ и $x=-1$.

Поскольку по условию $x=1$, то отсюда приходим к равенству $1=-1$.

5. Постановка домашнего задания и подведение итогов урока.

Запишите домашнее задание.

§10 №166(2,4,6),№167(2,4,6,8).