**ЗадачИ на смекалку**

**1. Стоят 6 стаканов. Первые три из них – с водой.**



Как сделать, чтобы пустой стакан и стакан с водой чередовались? Разрешается брать только один стакан.

Ответ: Взять второй стакан и вылить воду в предпоследний (пустой) стакан. Второй стакан поставить на место.

2. **Как набрать воды.**

У вас есть пятилитровая кастрюля и трехлитровая банка. Как с их помощью налить из водопроводного крана в ведро ровно 4 литра воды?

Ответ (возможны разные способы решения):

1 способ. С помощью 3-литровой банки в кастрюлю надо налить 5 литров, тогда в банке останется 1 литр воды (3 · 2 = 6, 6 – 5 = 1).

1 литр выливаем в ведро. Дальше добавляем 3 литра воды, используя банку (1 + 3 = 4 литра).

2 способ. Наполнить кастрюлю водой (5 л) и перелить в трехлитровую банку. В кастрюле останется 2 литра (5 – 3 = 2). 2 литра перелить в ведро. Повторить операцию еще раз (5 – 3 = 2). 2 литра добавляем в ведро. В ведре становится 4 литра (2 + 2 = 4 л).

3. **Муравьишка и Муравьин.**

Муравьишка и Муравьин нашли 3 пшеничных зернышка. Муравьин понёс 2 зернышка, а Муравьишка – одно. Муравьин может донести до муравейника два зерна за 12 минут. Муравьишка же с одним зернышком или без него движется вдвое быстрее. Если Муравьин понесет одно зерно, то он будет двигаться с такой же скоростью, как Муравьишка с одним зернышком.

У муравьев строго: только солнышко сядет, муравьи все ходы и выходы закрывают – и спать. А кто опоздал, то будет ночевать на улице. До закрытия муравейника осталось 11 минут. Каким образом Муравьишке и Муравьину успеть в муравейник до его закрытия.

Ответ: Муравьишка донесет зернышко до муравейника за 12 : 2 = 6 минут. В это время Муравьин унесет два зернышка на половину расстояния. Ему осталось идти с такой же скоростью 12 – 6 = 6 минут. В то время как Муравьин с двумя зернышками пройдет один отрезок пути, Муравьишка без груза навстречу пройдет вдвое больше, то есть два таких отрезка.

муравейник

На это им понадобится 6 : 3 = 2 минуты. После этого Муравьишка и Муравьин понесут по одному зернышку в течение 2 минут до муравейника. Всего понадобилось 6 + 2 + 2 = 10 минут. 10 < 11. Значит, они успеют в муравейник до его закрытия.

**4. Поход**.

Таня, Коля и папа отправились в поход. К вечеру они вышли к реке, тихой и неглубокой. У берега был плот, выдерживающий груз менее 100 кг. Масса папы 80 кг, Тани – 50 кг, Коли – 40 кг, рюкзака – 15 кг.

Коля на противоположном берегу, прежде всего, должен набрать хворосту и приготовить место для костра. Затем Таня – почистить картошку и рыбу для ухи, папа – поставить палатку для ночлега. Для выполнения каждого из этих трех дел требуется 20 минут. Через реку можно переправиться за 10 минут.

Как менее чем за час всем троим переправиться через речку и выполнить все свои обязанности?

Ответ: Таня и Коля переправляются через реку (10 мин). Их масса 50 + 40 = 90 кг. 90 < 100 кг. Плот выдержит. Коля остается, занимается своим делом, а Таня переправляется обратно через реку (еще 10 мин). На этом берегу она чистит картофель и рыбу.

Папа с рюкзаком (80 + 15 = 95 кг. 95 < 100 кг) переправляется на противоположный берег (10 минут). К этому времени Коля заканчивает свое дело (10 + 10 = 20) и едет за Таней (10 мин). Папа занимается палаткой. К моменту прибытия Коли Таня заканчивает свою работу (10 + 10 = 20 мин). Они вместе переправляются к папе (10 мин).

Всего понадобилось: 10 · 5 = 50 минут.

**5.** **Экспедиция на полюс.**

С научной станции необходимо отправить экспедицию на полюс. В распоряжении экспедиции 3 одинаковых вездехода, баки которых вмещают горючее на один день пути. Вездеходы везут с собой по 3 канистры с горючим. Горючее в каждой канистре тоже на день пути.

Было принято решение: не делая промежуточных баз, начать путешествие на всех вездеходах одновременно, через 3 дня достичь полюса на одном вездеходе и вернуться обратно.

Как это сделать?

Решение

В конце 1-го дня пути один вездеход, передав по канистре на другие два вездехода, возвращается обратно на станцию. В конце 2-го дня пути к полюсу один из вездеходов пополняет бак другого вездехода и возвращается обратно.

Оставшийся вездеход в конце 3-го дня пути достигает полюса. При трехдневном запасе горючего экспедиция возвращается на вездеходе на станцию.

**6.** **Составь маршрут.**

Часть города состоит из одинаковых кварталов квадратной формы. Нарисуй кратчайший маршрут из пункта А (аптека) в пункт В (вокзал), чтобы в нем было как можно больше поворотов.



Ответ: Возможны 2 таких маршрута.



**Комбинаторные задачи**

Государственные флаги многих стран состоят из горизонтальных или вертикальных полос разных цветов. Давайте узнаем, сколько существует различных флагов, состоящих из двух горизонтальных полос одинаковой ширины и разного цвета – белого, красного и синего?

Пусть верхняя полоса флага – белая (Б). Тогда нижняя полоса может быть красной (К) или синей (С). Получили две комбинации – два вариантов флага.

Если верхняя полоса флага – красная, то нижняя может быть белой или синей. Получили ещё два варианта флага.

Пусть, наконец, верхняя полоса – синяя, тогда нижняя может быть белой или красной. Это ещё два варианта флага.

Всего получили 3 · 2 = 6 комбинаций – шесть вариантов флага.

Решение этой задачи можно записать с помощью дерева возможностей.

Учитель делает на доске соответствующую запись.



Ребята, то, что я вам начертила, в математике называют *деревом возможностей*. В отличие от обычных деревьев, ветки дерева возможностей могут расти от корня как снизу вверх, так и сверху вниз. Каждому способу решения соответствует одна ветка, а общее число вариантов всегда равно числу полученных веток (или числу точек на концах этих веток).

Для решения этой задачи мы рассмотрели все возможные варианты расположения цветных полос на флаге или все возможные комбинации. Такие задачи называют *комбинаторными*, а раздел математики, занимающийся подобными задачами, *комбинаторикой*.

Учитель. Предлагаю решить другую комбинаторную задачу. Флаг раскрашен в 2 красные и 3 зеленые полоски. Сколько различных способов раскраски флага этими цветами вы сможете найти?

Дети под руководством учителя рисуют дерево у себя в тетради; а на доске дерево начинает строить учитель, а затем по очереди продолжают сами дети.



Начинается построение от «корня» (точка вверху). Так как у флажка 5 полосок, то выделяем 5 этапов перебора вариантов: I полоска, II полоска, III полоска, IV полоска и V полоска. I полоска может быть либо красной, либо зеленой (рисуем 2 ветки). Рассмотрим случай, когда I полоска красная. Тогда II полоска тоже может быть либо красной, либо зеленой. Так красный цвет могут иметь только 2 полоски, то для пути «*кк*» остальные полоски могут быть только зелеными. Если же II полоска зеленого цвета, то III полоска может быть либо красной, либо зеленой и т. д. Рассуждая таким образом, получаем «дерево». Построенное «дерево» показывает, что имеется всего 10 различных вариантов раскраски флажка из 5 полосок указанными цветами.

**1.** Мебельный магазин имеет 3 образца стульев с бордовой, серой и зеленой обивкой и 2 образца столов – круглые и квадратные. Маша с папой пришли в магазин, им нужно купить стол со стульями. Сколько вариантов выбора у них есть?

Решение



**2.** В школьной столовой на первое можно заказать щи, суп и борщ, на второе – котлету и рыбу, а на третье – чай и морс. Сколько различных обедов можно составить из указанных блюд?

Решение



**3.** У Юры 2 пирамидки, 3 мяча и 2 конструктора. Он хочет выбрать из этих игрушек одну пирамидку, один мяч и один конструктор. Сколькими способами он это может сделать?

Решение

Перенумеруем все пирамидки, мячи и конструкторы и составим «дерево», перебрав сначала все варианты для пирамидок, потом для мячей, а потом – для конструкторов.

У Юры существует 12 вариантов выбора игрушек.



**4.** На острове «Ро-ко-ко» только 3 буквы: *р*, *о*, *к*. В словах они не могут повторяться. Сколько различных слов есть у жителей этого острова, если все их слова – двубуквенные?

Решение



**5.** Сколькими способами можно разложить 3 карандаша в 2 коробки?

Решение

Эта задача внешне очень похожа на предыдущие. Здесь также встречаются числа 3 и 2, но смысл задачи совершенно иной. Речь идет не о различных комбинациях из 3 карандашей и 2 коробок, а о возможных способах разбиения 3 предметов на 2 части. Поэтому «дерево возможностей» выглядит совершенно иначе, чем в предыдущих задачах.



Практически «дерево» здесь представляет собой таблицу из 2 строчек:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| I коробка | 0 | 1 | 2 | 3 |
| II коробка | 3 | 2 | 1 | 0 |

Таким образом, задача, казалось бы, точно такая, как и предыдущие, решается совершенно иначе. Внимание детей здесь надо обратить на то, что комбинаторные задачи (как, впрочем и любые) нельзя решать формально, ориентируясь на внешние признаки – одинаковые числа, одинаковые предметы и т. д., а надо осмыслить её содержание и, в случае необходимости, построить соответствующую этой задаче модель – схему, таблицу, «дерево» и т. д.

**ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ. ВЕЛИЧИНЫ**

1. Молоком наполнили доверху 4 одинаковых стакана. Во всех стаканах столько молока, сколько в банке. В стакане и в банке вместе 1 кг 200 г молока. Сколько граммов молока в стакане?

Ответ: в стакане 240 г; в банке 960 г.

2. Маша и медведь решили в лесу разбить небольшие огородики. Маша получила квадратный огород, а у медведя получился равносторонний треугольник. Когда они намерили периметры построенных изгородей, то в результате получили целые числа метров, не превышающие 100, при чем одно из них получается путем перестановки цифр. Чему могли равняться периметры этих фигур? А стороны? *(27 и 72, 9 и 18.)*

3. У Алисы на одной чашке весов лежат 6 одинаковых пачек чая и гиря в 50 г, а на другой чашке лежит такая же пачка чая, гиря в 100 г и в 200 г. Весы находятся в равновесии. Определить, сколько весит одна пачка чая. *(50 г.)*

4. Лесной царь отвел для зверят под огороды участки прямоугольной формы, сумма длин сторон каждого из которых равна 16 м. Какой площади участок получил каждый из зверят, если все площади разные и длины сторон участков выражаются целыми числами? Какую форму имеет участок с наибольшей площадью?

Ответ: их площади могут быть 1 м и 7 м; 2 м и 6 м; 3 м и 5 м; 4 м и 4 м. Наибольшую площадь имеет квадратный участок.

5. Общий вес троих детей 72 кг. Маша весит столько же, сколько два ее младших брата вместе. Сколько весит маша?

Ответ: 32 кг.

6. Самая большая из существующих рыб – гигантская китовая акула – достигает в длину 15 метров. На сколько и во сколько раз она больше самой маленькой рыбки на земле – карликового бычка размером 8 миллиметров?

Ответ: больше на 14992 мм; в 1875 раз китовая акула больше карликового бычка.

7. В гостях у сказки.

Сколько лет рыбачил старик из «Сказки о рыбаке и рыбке» А. С. Пушкина до того, как он поймал золотую рыбку?

Ответ: ровно 30 лет и 3 года, то есть 33 года.

8. Это интересно.

Из Москвы поезд выехал в полночь, а в 8 часов прибыл на станцию назначения. В 19 часов он отправился обратно, когда поезд вернется в Москву?

Ответ: в 3 часа.

9. В феврале 29 дней. 3 февраля был вторник. Сколько воскресений в таком месяце?

Ответ: первое воскресенье месяца 1 февраля. Этот день будем считать концом прошедшей недели. В каждой неделе 7 дней, 29 : 7 = 4 (остаток 1). Четыре недели дают 4 воскресенья, поэтому в таком феврале 5 воскресений.

2 вариант

**1.** В каком веке родился человек, день рождения которого приходится на 31 декабря 1900 г.

Ответ: XIX век начался с 1801 и закончился 1900 г. Значит человек родился в XIX веке.

**2.** Старик Хоттабыч.

Возраст старика Хоттабыча записывается числом с различными цифрами. Об этом числе известно следующее:

а) если первую и последнюю цифры зачеркнуть, то получится двузначное число, которое при сумме цифр, равной 13, является наибольшим;

б) первая цифра больше последней в 4 раза.

Сколько лет старику Хоттабычу?

Ответ: Старику Хоттабычу 8942 года. Наибольшим двузначным числом с суммой цифр, равной 13, является 94. Пусть последняя цифра 1. Тогда первая цифра 2 · 4 = 8. Все цифры различны. Итак, получилось число 8942.

**3.** Возраст отца.

Сын спросил отца, сколько ему лет. Отец ответил: «Если к половине моих лет прибавить 7, то узнаешь сколько мне было 12 лет назад». Сколько лет отцу?

Ответ: Отцу 38 лет.



7 + 12 = 19 (лет) – составляет вторую половину

19 · 2 = 38 (лет)

**4.** Годы жизни Л. Н. Толстого.

Великий русский писатель Л. Н. Толстой прожил 82 года. В XIX веке он прожил на 62 года больше, чем в ХХ веке. В каком году родился и умер Л. Н. Толстой?

Ответ: Л. Н. Толстой родился в 1828 году, а умер в 1910 г.



82 – 62 = 20 (лет) – удвоенная часть *а.*

20 : 2 = 10 (лет) – *а.*

Значит, в ХХ веке Л. Н. Толстой прожил 10 лет, то есть до 1910 года. Найдем продолжительность жизни в XIX веке:

10 + 62 = 72 (г.).

Так как в 1 веке – 100 лет, найдем год рождения:

100 – 72 = 28 (г). 28 год XIX века – это 1828 г.

**5.** На столе лежат три палочки разной длины. Как удалить из середины самую длинную палочку, не трогая ее?

Ответ: Переложить одну из крайних палочек с одной стороны на другую.

**6.** В комнате четыре угла. В каждом углу сидит собачка. Напротив каждой собачки по три собачки. На хвосте каждой собаки по одной собаке. Сколько же всего собак в комнате?

Ответ: Четыре собаки.

**7.** Портниха имеет кусок ткани в 16 метров, от которого она отрезает ежедневно по 2 метра. По истечении скольких дней она отрежет последний кусок?

Ответ: Через семь дней.

**8.** Число 666 увеличить на 333, не производя над ним никаких арифметических действий.

Ответ: Перевернуть – получится 999.

**9.** В коробке коричневые и чёрные носки. Сколько надо взять носков, не глядя, чтобы получилась одна пара?

Ответ: Три носка.

**10.** Два яблока весят как три персика, а персик весит как два абрикоса. На оной чашке весов два яблока. Сколько абрикосов надо положить на вторую чашку, чтобы весы были в равновесии?

Ответ: Шесть.

**11.** Несла женщина в корзине 100 яиц. А дно [адно] упало. Сколько осталось яиц?

Ответ: Ни одного, так как упало дно, все яйца упали и разбились.

**12.** Сколько горошин могут войти в обыкновенный стакан?

Ответ: Сами горошины не ходят.

**13.** Человек ложится спать в 8 часов вечера, а будильник заводит на 9 часов утра. Сколько часов ему спать?

Ответ: 1 час.

**14.** 2 крестьянина шли из деревни в город, а навстречу им еще 5 крестьян. Сколько всего крестьян шло из деревни в город?

Ответ: 2, так как 5 шли в деревню.

**15.** Пара лошадей пробежала 40 км. Сколько километров пробежала каждая лошадь?

Ответ: 40 км.