6 кл Положительные и отрицательные числа.

I Сложение чисел

1) $-a+b=-(a-b)$, если $a>b$.

$-20+4=-(20-4)=-16$

$40+(-5)=40-5=35$

2) $(-a)+(-b)=-(a+b)$

$(-15)+(-6)=-(15+6)=-31$.

3) $a+(-a)=0$

$6+(-6)=0$.

II Вычитание чисел

1) $a-b=a+(-b)$

$11-8=11+(-8)=11-8=3$.

$12-24=-(24-12)=-12$.

2) $a-(-b)=a+b$

$5-(-16)=5+16=21$.

III Раскрытие скобок

1) $a+(b+c)=a+b+c$

$16+(3+5)=16+3+5=24$

2) $a-(b+c)=a-b-c$

$4-(6+3)=4-6-3=-5$

3) $-(a+b)=-a-b$.

$-(16+3)=-16-3=-19$.

IV Законы умножения

1) $a\cdot b=b\cdot a$ – переместительный

2) $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ сочетательный

3) $(a+b)\cdot c=ac+bc$ – распределительный

VI Умножение

1) $(+)\cdot(-)=(-)$

$12\cdot(-3)=-36$

2) $(-)\cdot(+)=(-)$

$(-17)\cdot(3)=-51$

3) $(+)\cdot(+)=(+)$

$14\cdot4=64$

4) $(-)\cdot(-)=(+)$

$(-10)\cdot(-30)=300$

5) $a\cdot1=a$

$14\cdot1=14$

6) $0\cdot a=a\cdot0=0$

$0\cdot21=21\cdot0=0$

7) $(-1)\cdot a=-a$

$(-1)\cdot30=-30$.

V Деление

1) $(+):(+)=(+)$

$100:20=5$

2) $(-):(+)=(-)$

$-42:2=-21$

3) $(+):(-)=(-)$

$27:(-3)=-9$

4) $(-):(-)=(+)$

$(-84):(-4)=21$

5) $0:a=0$

$0:2=0$.

6) $\cancel{a:0}$

Опорные сигналы.

Приложение 11

8 кл. Квадратные уравнения

I. *Определение квадратного уравнения*

1) $ax+b=0$ – уравнение I степени

2) $ax^2+bx+c=0$ квадратное уравнение

$a, b, c,$ – числа $a\neq 0$

a – 1ый коэффициент b – 2ой коэффициент

3) $x^2+bx+c=0$ – приведенное уравнение

$a=1$; $-4x^2-8x+3=0$ $(:-4)\Rightarrow x^2+2x-0{,}75=0$

II. *Неполные квадратные уравнения*

Если в квадратном уравнении $ax^2+bx+c=0$, $b=0$, или $c=0$, или $b=0$ и $c=0$ называется ***неполными*** квадратным уравнением

1) Если $c=0$, $b\neq 0$ $\boxed{ax^2+bx=0}$

$x(ax+b)=0 \Leftrightarrow$

$x=0,\ ax+b=0$

$ax=-b$

$x=-\dfrac{b}{a}$ $a\neq 0$

Ответ: $x_1=0$; $x_2=-\dfrac{b}{a}$

$4x^2+9x=0;$

$x(4x+9)=0;$

$x_1=0;\ 4x+9=0;$

$4x=-9$

$x_2=-\dfrac{9}{4}=-2\dfrac{1}{4};$

Ответ: $x_1=0;$

$x_2=-2\dfrac{1}{4};$

2) Если $b=0$, то $c\neq 0$ $\boxed{ax^2+c=0}$

$ax^2+c=0;$

$ax^2=-c$

$x^2=-\dfrac{c}{a};$

а) если $-\dfrac{c}{a}>0$, то уравнение имеет 2 решения

$x_1=\sqrt{-\dfrac{c}{a}};\ x_2=-\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$

б) если $-\dfrac{c}{a}<0$, уравнение не имеет решений

$-3x^2+12=0;$

$-3x^2=-12;$

$x^2=-12:(-3)$

$x^2=4$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

$x_1=\sqrt{4}=2$

$x_2=-\sqrt{4}=-2$

Ответ: $x_1=2$

$x_2=-2$

3) Если $b=0$, $c=0$, то $\boxed{ax^2=0}$

Ответ: $x=0$.

III$_1$. *Формулы корней*

1) Находим $\boxed{D=b^2-4ac}$ дискриминант

если $D=0$, то уравнение имеет 1 корень.

если $D<0$, то уравнение не имеет корней

если $D>0$, то уравнение имеет 2 корня.

2) Находим $\boxed{x_{12}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}}$ $x=\dfrac{-b}{2a}$

если $D=0$.

$12x^2+7x+1=0$

1) $D=7^2-4\cdot 12\cdot 1=49-48=1>0$ имеет 2 корня

2) $x_{1,2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{1}}{24}=\dfrac{-7\pm 1}{24}$

$x_1=-\dfrac{1}{3};\quad x_2=-\dfrac{1}{4}$

Ответ: $x_1=-\dfrac{1}{3};\quad x_2=-\dfrac{1}{4}$

III$_2$ $ax^2+2kx+c=0$, $\underline{b=2k}$

1) $\boxed{D=4(k^2-ac)}$, если $D\geq 0$, то

$\boxed{x_{1,2}=\dfrac{-k\pm\sqrt{k^2-ac}}{a}}$ $=\dfrac{-k\pm\sqrt{\dfrac{D}{4}}}{a}$

III$_3$ $x^2+px+q=0$

$\boxed{\begin{array}{l}x_1+x_2=-p\\ x_1\cdot x_2=q\end{array}}$ теорема Виета

сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену

$x^2+bx+c=0$ –.

$x_{1,2}=-\dfrac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{b}{2}\right)^2-c}$

$x^2-8x+12=0$

$x_{1,2}=4\pm\sqrt{16-12}=4\pm\sqrt{4}=4\pm 2$

$x_1=2;\quad x_2=6$

7 кл. Система линейных уравнений

I. $3x+2y=8$ – ур-ие с $2^{х}$ переменными.

$2y = +8-3x$

$y = 4-1{,}5x$

x	y
2	1

Ответ: (2; 1).

выражение одной переменной через другую

II Линейное ур-ие с $2^{я}$ перемен.

$\boxed{ax+by=c}$ x, y – переменные

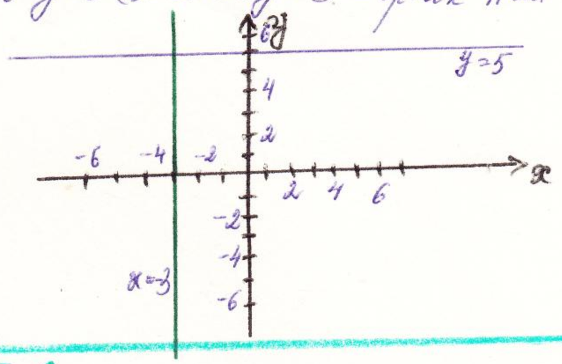
a, b, c – числа

a, b – коэф-ты, c – свободный член

гр-ик – прямая

если $y=0$; $x=-3 \Leftrightarrow x+0\cdot y=-3$ – гр-ик $\parallel Oy$

если $y=5 \Leftrightarrow x\cdot 0+y=5$ – гр-ик $\parallel$ оси Ox.

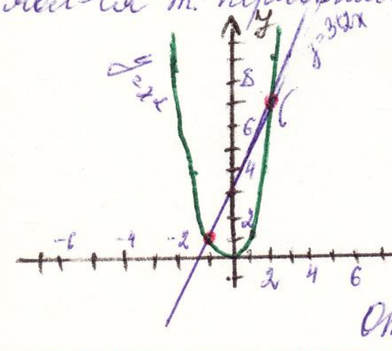


III Система уравнений с $2^{я}$ перем.

$\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$ выражение y через x.

$\begin{cases} -x^2+y=0 \\ y-2x-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x^2 \text{ – парабола} \\ y=3+2x \text{ – прямая} \end{cases}$

решается графически. Решением явл-ся т. пересечения $2^{х}$ гр-ов.



$y=3+2x$

x	y
0	3
2	7

Ответ: (−1; 1); (3; 9).

IV Способ подстановки

1) Из какого-либо уравнения выражают одну переменную ч/з другую.
2) полученное ур-ие подставим в другое ур-ие.
3) получаем ур-ие с одной переменной
4) решаем это ур-ие.
5) находим соответствующее зн-ие $2^{ой}$ переменной.

$\begin{cases} 3x+y=7 \\ -5x+2y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=7-3x \\ -5x+2\cdot(7-3x)=3 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y=7-3x \\ -11x=3-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=7-3x \\ -11x=-11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=7-3x \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y=7-3\cdot 1 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ x=1 \end{cases}$ Ответ: (1; 4)

V Способ сложения –

переход от данной системы к др. равносильной ей системе, в которой одно из ур-ий содержит только одну переменную.

1) $\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ x-3y=38 \end{cases} \Big| + \Big| \Rightarrow \begin{cases} 3x=33 \\ x-3y=38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=11 \\ 11-3y=38 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x=11 \\ -3y=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=11 \\ y=27:(-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=11 \\ y=-9 \end{cases}$

Ответ: (11; −9)

2) $\begin{cases} 9x+7y=7 & \times 3 \\ 2x-3y=-85 & \times 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27x+21y=21 \\ 14x-21y=-595 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 27x+21y=21 \\ 41x=-574 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=-85 \\ x=-14 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} -28-3y=-85 \\ x=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{-85+28}{3} \\ x=-14 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x=-14 \\ y=19. \end{cases}$

Ответ: (−14; 19).

8 кл Алгоритм решения дробных рациональных уравнений.

1. Найти общий знаменатель, входящих в уравнение

2. Заменим данное уравнение целым, умножив его обе части на общий знаменатель.

3. Решить получившееся целое уравнение.

4. Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

$$2-\frac{x-7}{x-5}=\frac{x+5}{x^2-5x}-\frac{1}{x}$$

$$2-\frac{x-7}{x-5}=\frac{x+5}{x\cdot(x-5)}-\frac{1}{x}$$

О.З.: $x\cdot(x-5)\neq 0$

$x\neq 0$. $x\neq 5$.

$$2x(x-5)-\frac{x-7}{x-5}\cdot(x\cdot(x-5))=\frac{x+5}{x(x-5)}\cdot x\cdot(x-5)-\frac{1}{x}\cdot x(x-5)$$

$$2x^2-10x-x\cdot(x-7)=x+5-(x-5)$$

$$2x^2-10x-x^2+7x=x+5-x+5$$

$$x^2-3x-10=0.$$

$$D=b^2-4ac=9-4\cdot(-10)=49>0.$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{+3\pm 7}{2}$$

$x_1=5$ $x_2=-2$

Ответ: $x=-2$.

Формулы сокращенного умножения

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)$$

$$a^3+b^3=(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3=(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$ax^2+bx+c=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2),$$

где x_1, x_2 – корни ур-ия

$$ax^2+bx+c=0.$$

$$(x^2-1)=(x-1)\cdot(x+1)$$

$$(x^3+1)=(x+1)\cdot(x^2-x+1)$$

$$(x^3-1)=(x-1)\cdot(x^2+x+1)$$

$$(x+1)^2=x^2+2x+1$$

$$(x-1)^2=x^2-2x+1.$$

$$2x^2+7x-4=2\cdot(x-0{,}5)\cdot(x+4).$$

$2x^2+7x-4=0.$

$D=49+4\cdot4\cdot2=49+32=81.$

$x_{1,2}=\frac{-7\pm 9}{4}$; $x_1=\frac{1}{2}=0{,}5$; $x_2=-4$