Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

28 января 2014 года

11 класс

Вариант МА10401

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс.

Фамилия

Имя

Отчество.

© СтатГрад 2014 г.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания B11–B15 и C1–C4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание C4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014 г.

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

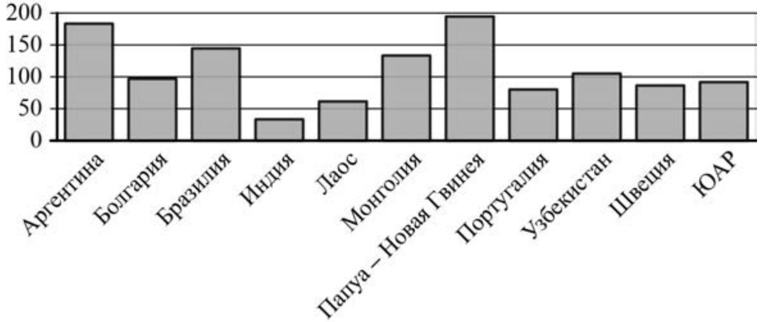
B1 В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

Ответ: ___________________________.

B2 На бензоколонке один литр бензина стоит 30 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 49 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: ___________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа − Новая Гвинея, одиннадцатое место − Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: ___________________________.

© СтатГрад 2014 г.

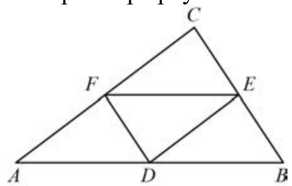
B4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа, (руб.)
Эпсилон	19 400	5	6	3740
Дельта	19 900	5	12	1860
Омикрон	22 700	30	6	2800

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: ___________________________.

B5 Точки D, E, F – середины сторон треугольника ABC. Периметр треугольника DEF равен 5. Найдите периметр треугольника ABC.



Ответ: ___________________________.

B6 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

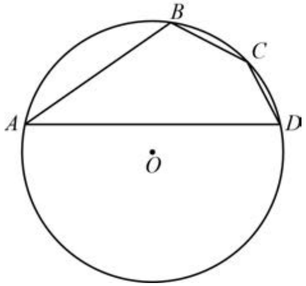
Ответ: ___________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2}=\frac{1}{8x-4}$.

Ответ: ___________________________.

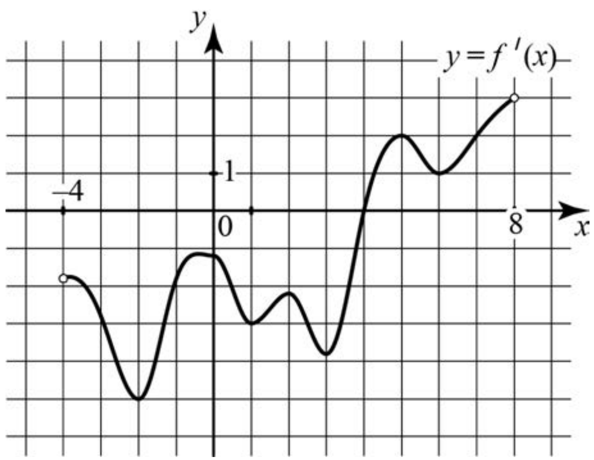
© СтатГрад 2014 г.

B8 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен $25°$. Найдите угол C четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: __________________________.

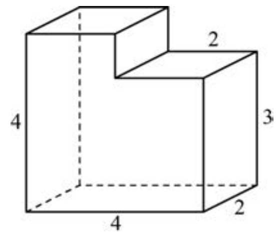
B9 На рисунке изображён график производной $y=f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4;8)$. В какой точке отрезка $[-3;1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: __________________________.

© СтатГрад 2014 г.

B10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: __________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения

$$-\frac{22}{\cos^2 34°+\cos^2 124°}.$$

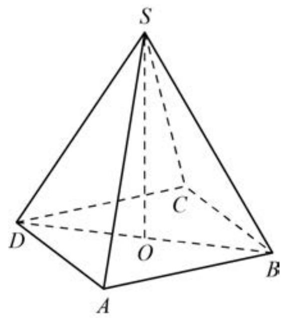
Ответ: __________________________.

B12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1,4}=\mathrm{const}$, где p (атм) − давление в газе, V − объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 256 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: __________________________.

© СтатГрад 2014 г.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SA = 10$, $BD = 16$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ___________________________.

B14 Плиточник должен уложить 300 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 5 м^2 в день больше чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: ___________________________.

B15 Найдите точку максимума функции $y = -\dfrac{x^2+49}{x}$.

Ответ: ___________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

C2 Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33\cdot 2^x + 8 \le 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x-1}{x+1,3} + \log_2 (x+1,3)^2 \ge 2. \end{cases}$$

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

28 января 2014 года

11 класс

Вариант МА10402

Район.
Город (населённый пункт)
Школа.
Класс.
Фамилия
Имя
Отчество.

© СтатГрад 2014 г.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания B11–B15 и C1–C4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание C4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014 г.

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

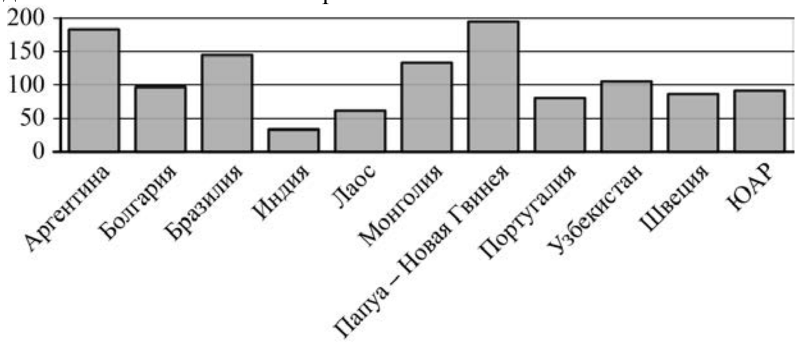
B1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

Ответ: ____________________________.

B2 Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

Ответ: ____________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Аргентина?



Ответ: ____________________________.

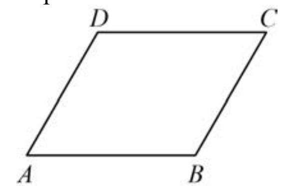
B4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: ____________________________.

B5 Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



Ответ: ____________________________.

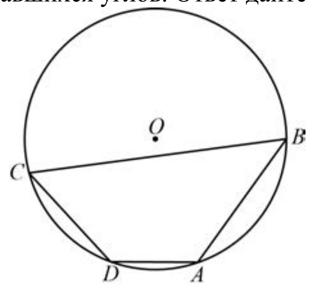
B6 В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теории вероятностей. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теории вероятностей.

Ответ: ____________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{2x+7}=\dfrac{1}{3x+20}$.

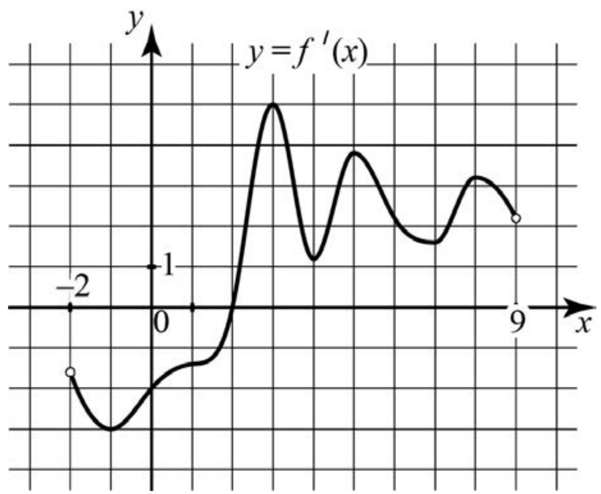
Ответ: ____________________________.

B8 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны $125°$ и $47°$. Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



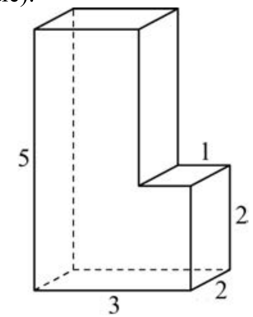
Ответ: ____________________________.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: ____________________________.

B10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: ____________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения

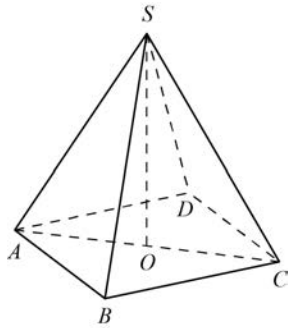
$$\frac{34}{\cos^2 101° + \cos^2 191°}.$$

Ответ: ____________________________.

B12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм) — давление в газе, V — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 24 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: ____________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 20$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ___________________________.

B14 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: ___________________________.

B15 Найдите точку минимума функции $y = -\dfrac{x^2+25}{x}$.

Ответ: ___________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

© СтатГрад 2014 г.

C2 Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\dfrac{2}{3}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257\cdot 2^x + 16 \le 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \ge 2. \end{cases}$$

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

© СтатГрад 2014 г.

Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

28 января 2014 года

11 класс

Вариант МА10403

Район.	
Город (населённый пункт)	
Школа.	
Класс.	
Фамилия	
Имя	
Отчество.	

© СтатГрад 2014 г.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания B11–B15 и C1–C4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание C4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа C.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания C5 и C6.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014 г.

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

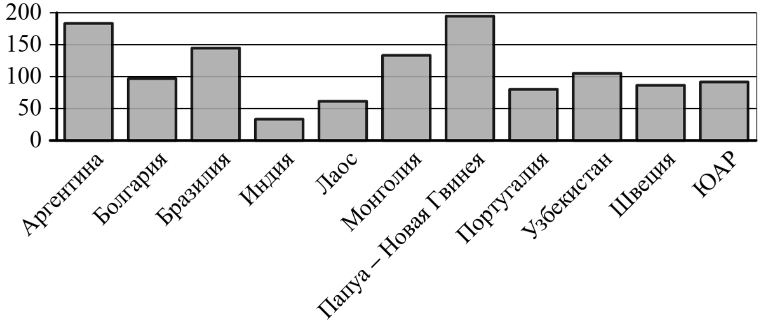
B1 В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

Ответ: ____________________________.

B2 Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

Ответ: ____________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа − Новая Гвинея, одиннадцатое место − Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: ____________________________.

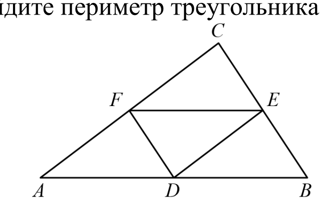
B4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	**Цена телефона (руб.)**	**Первоначальный взнос (в процентах от цены)**	**Срок кредита (мес.)**	**Сумма ежемесячного платежа (руб.)**
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: ____________________________.

B5 Точки D, E, F – середины сторон треугольника ABC. Периметр треугольника DEF равен 5. Найдите периметр треугольника ABC.



Ответ: ____________________________.

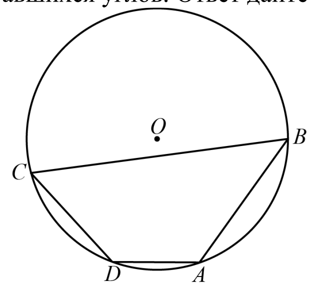
B6 В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теории вероятностей. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теории вероятностей.

Ответ: ____________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{9x+2}=\dfrac{1}{8x-4}$.

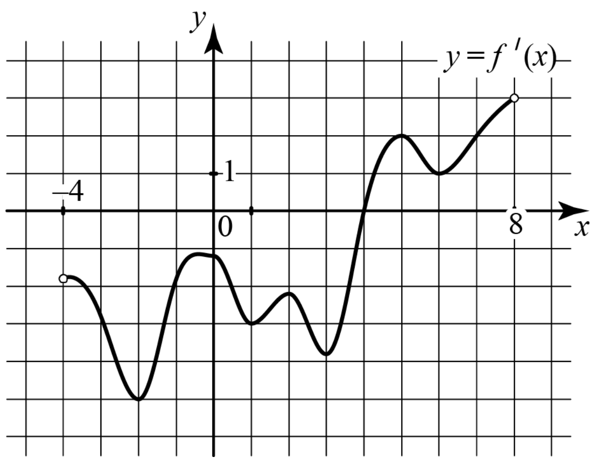
Ответ: ____________________________.

B8 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 125° и 47°. Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ____________________________.

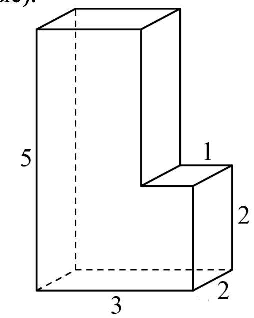
B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: ____________________________.

© СтатГрад 2014 г.

B10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: ____________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения

$$-\frac{22}{\cos^2 34^\circ + \cos^2 124^\circ}.$$

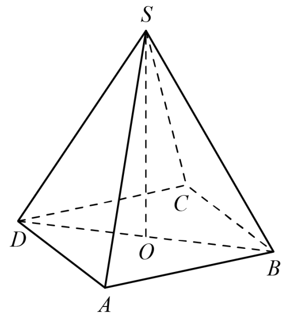
Ответ: ____________________________.

B12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \mathrm{const}$, где p (атм) — давление в газе, V — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 24 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: ____________________________.

© СтатГрад 2014 г.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SA=10$, $BD=16$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ___________________________.

B14 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: ___________________________.

B15 Найдите точку максимума функции $y=-\dfrac{x^2+49}{x}$.

Ответ: ___________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x}{2\cos x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

C2 Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

© СтатГрад 2014 г.

C3 Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+2}-257\cdot 2^x+16\le 0, \\ 2\log_2\dfrac{x+2}{x-3,7}+\log_2(x-3,7)^2\ge 2. \end{cases}$$

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

© СтатГрад 2014 г.

Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

28 января 2014 года

11 класс

Вариант МА10404

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс.

Фамилия

Имя

Отчество.

© СтатГрад 2014

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания B11–B15 и C1–C4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание C4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа C.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания C5 и C6.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014 г.

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

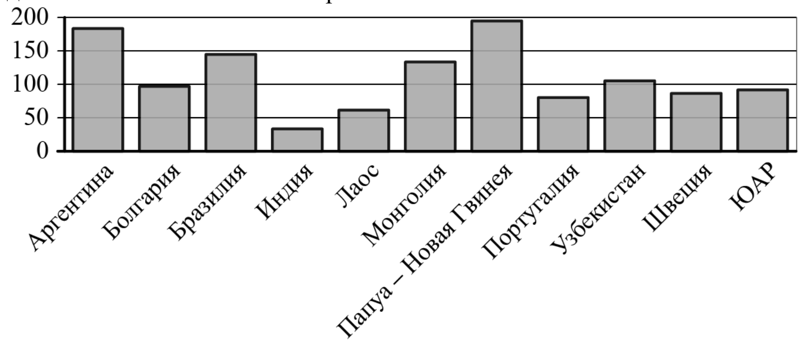
B1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

Ответ: ____________________________.

B2 На бензоколонке один литр бензина стоит 30 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 49 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: ____________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Аргентина?



Ответ: ____________________________.

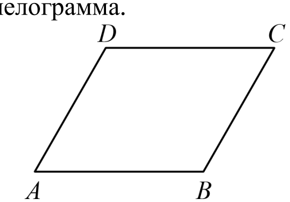
B4 В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа, (руб.)
Эпсилон	19 400	5	6	3740
Дельта	19 900	5	12	1860
Омикрон	22 700	30	6	2800

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: ____________________________.

B5 Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



Ответ: ____________________________.

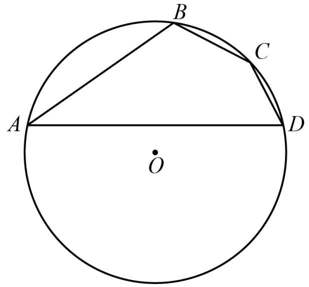
B6 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Ответ: ____________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x+7}=\frac{1}{3x+20}$.

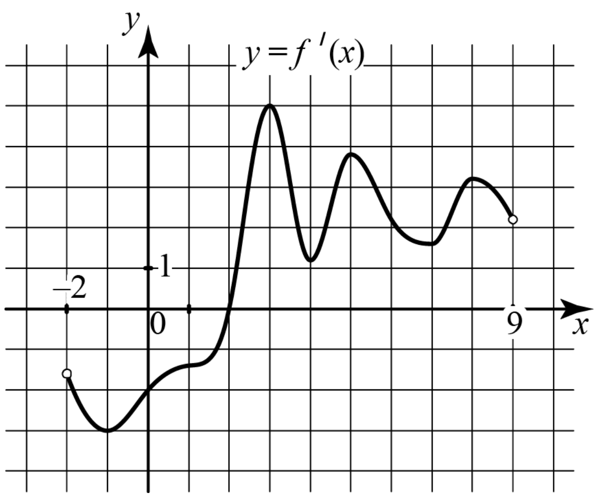
Ответ: ____________________________.

B8 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен $25°$. Найдите угол C четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



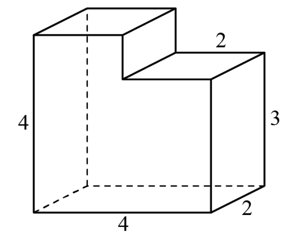
Ответ: ____________________________.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: ____________________________.

B10 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: ____________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения

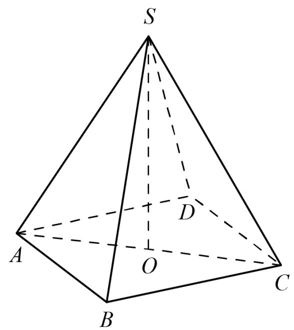
$$\frac{34}{\cos^2 101° + \cos^2 191°}.$$

Ответ: ____________________________.

B12 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм) − давление в газе, V − объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 256 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: ____________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 20$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ____________________________.

B14 Плиточник должен уложить 300 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 5 м^2 в день больше чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: ____________________________.

B15 Найдите точку минимума функции $y = -\dfrac{x^2+25}{x}$.

Ответ: ____________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

C2 Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\dfrac{2}{3}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33\cdot 2^x + 8 \le 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x-1}{x+1{,}3} + \log_2 (x+1{,}3)^2 \ge 2. \end{cases}$$

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.
а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.
б) Найдите отношение $CP : PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Вариант МА10401

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	11
B2	649
B3	5
B4	23610
B5	10
B6	0,26
B7	-6
B8	155

№ задания	Ответ
B9	1
B10	28
B11	-22
B12	8
B13	6
B14	15
B15	7

Вариант МА10402

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	4
B2	24
B3	2
B4	25920
B5	19
B6	0,25
B7	-13
B8	55

№ задания	Ответ
B9	3
B10	24
B11	34
B12	0,75
B13	16
B14	9,6
B15	-5

© СтатГрад 2014 г.

Вариант МА10403

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	11
B2	24
B3	5
B4	25920
B5	10
B6	0,25
B7	-6
B8	55

№ задания	Ответ
B9	1
B10	24
B11	-22
B12	0,75
B13	6
B14	9,6
B15	7

Вариант МА10404

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	4
B2	649
B3	2
B4	23610
B5	19
B6	0,26
B7	-13
B8	155

№ задания	Ответ
B9	3
B10	28
B11	34
B12	8
B13	16
B14	15
B15	-5

© СтатГрад 2014 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-\sin x}{2\cos x-\sqrt{3}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x\neq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, то есть при $x\neq\pm\dfrac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

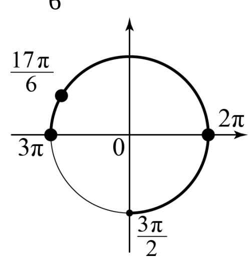
$$2\sin^2 x-\sin x=0;\quad \sin x\left(2\sin x-1\right)=0;$$

$$\sin x=0 \text{ или } \sin x=\frac{1}{2};$$

$$x=\pi n, n\in\mathbb{Z} \quad \text{или} \quad x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z} \quad \text{или} \quad x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}.$$

Серию $x=\dfrac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: πn; $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right]$: $x=2\pi$; $x=\dfrac{17\pi}{6}$; $x=3\pi$.



Ответ: а) πn; $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 2π; $\dfrac{17\pi}{6}$; 3π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

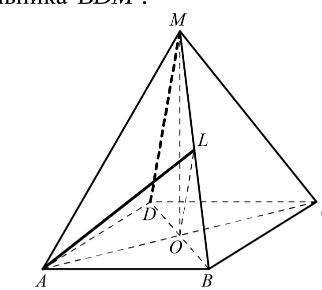
С2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Обозначим угол между DM и AL буквой α. Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM, следовательно, $OL\parallel MD$. Поэтому $\angle ALO=\alpha$. По условию $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной $5\sqrt{2}$. Следовательно, $OA\perp OB$, $OL\perp OA$, $OA=5$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим $OL=\dfrac{OA}{\operatorname{tg}\alpha}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$. Боковое ребро $MD=2OL=5\sqrt{2}$, поскольку OL – средняя линия треугольника BDM.



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO=\sqrt{MD^2-OD^2}=\sqrt{50-25}=5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

С3 Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+1}-33\cdot 2^x+8\le 0, \\ 2\log_2\dfrac{x-1}{x+1{,}3}+\log_2(x+1{,}3)^2\ge 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y=2^x$:
$$4y^2-33y+8\le 0;\quad (y-8)(4y-1)\le 0;\ \frac{1}{4}\le y\le 8.$$
Отсюда получаем решение первого неравенства: $-2\le x\le 3$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\dfrac{x-1}{x+1{,}3}>0$, то есть при $x<-1{,}3$ или $x>1$. Запомнив это, преобразуем неравенство:
$$\log_2\frac{(x-1)^2}{(x+1{,}3)^2}+\log_2(x+1{,}3)^2\ge 2;$$
$$\log_2(x-1)^2\ge 2;\quad (x-1)^2\ge 4;$$
$$x^2-2x-3\ge 0;$$
$$x\le -1 \text{ или } x\ge 3.$$
Получаем решение второго неравенства: $x<-1{,}3$ или $x\ge 3$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $-2\le x<-1{,}3$ или $x=3$.

Ответ: $[-2;-1{,}3)$; 3.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.

С4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

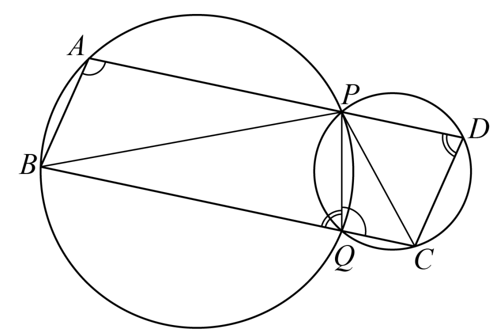
а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD=\angle PAB=\alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,
$$\angle BQP=180^\circ-\alpha,$$
$$\angle CQP=180^\circ-\angle BQP=180^\circ-(180^\circ-\alpha)=\alpha,$$
$$\angle ADC=\angle PDC=180^\circ-\angle PQC=180^\circ-\alpha.$$
Значит, $\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$, и поэтому $AB\parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $2R$. По теореме синусов
$$BP=2\cdot 2R\sin\angle BQP=4R\sin(180^\circ-\alpha)=4R\sin\alpha,$$
$$PC=2R\sin\angle CQP=2R\sin\alpha.$$
Следовательно,
$$\frac{BP}{PC}=\frac{4R\sin\alpha}{2R\sin\alpha}=2.$$



Ответ: 2.

© СтатГрад 2014 г.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x}{2\cos x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x\neq -\dfrac{1}{2}$, то есть при $x\neq \pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

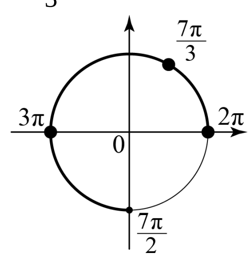
$$2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x=0;\ \sin x\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0;$$

$$\sin x=0 \quad\text{или}\quad \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x=\pi n, n\in\mathbb{Z} \ \text{ или } \ x=\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z} \quad\text{или}\quad x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}.$$

Серию $x=\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: πn; $\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$: $x=2\pi$; $x=\dfrac{7\pi}{3}$; $x=3\pi$.



Ответ: а) πn; $\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 2π; $\dfrac{7\pi}{3}$; 3π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

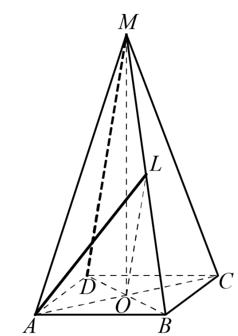
C2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\dfrac{2}{3}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM, следовательно, $OL\parallel MD$. Поэтому $\angle ALO=\alpha$. По условию $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{2}{3}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной 5. Следовательно, $OA\perp OB$, $OL\perp OA$, $OA=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим $OL=\dfrac{OA}{\operatorname{tg}\alpha}=\dfrac{15\sqrt{2}}{4}$. Боковое ребро $MD=2OL=\dfrac{15}{\sqrt{2}}$, поскольку OL – средняя линия треугольника BDM.



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO=\sqrt{MD^2-OD^2}=10$.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \le 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \ge 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y = 2^x$:

$$16y^2 - 257y + 16 \le 0;\ \left(y-16\right)\left(16y-1\right) \le 0;\ \frac{1}{16} \le y \le 16.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-4 \le x \le 4$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\dfrac{x+2}{x-3,7} > 0$, то есть при $x < -2$ или $x > 3,7$. Запомнив это, преобразуем неравенство:

$$\log_2 \frac{\left(x+2\right)^2}{\left(x-3,7\right)^2} + \log_2 \left(x-3,7\right)^2 \ge 2;$$

$$\log_2 \left(x+2\right)^2 \ge 2;\quad \left(x+2\right)^2 \ge 4;\quad x\left(x+4\right) \ge 0;$$

$$x \le -4 \text{ или } x \ge 0.$$

Получаем решение второго неравенства: $x \le -4$ или $x > 3,7$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $x = -4$ или $3,7 < x \le 4$.

Ответ: $-4;\ \left(3,7;4\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.

С4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD = \angle PAB = \alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP = 180^\circ - \alpha,\ \angle CQP = 180^\circ - \angle BQP = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha,$$

$$\angle ADC = \angle PDC = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - \alpha.$$

Значит, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$, и поэтому $AB \parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

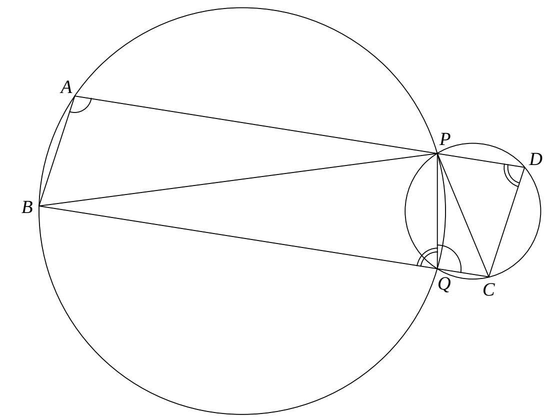
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $3R$. По теореме синусов

$$BP = 2 \cdot 3R\sin\angle BQP = 6R\sin(180^\circ - \alpha) = 6R\sin\alpha,$$

$$PC = 2R\sin\angle CQP = 2R\sin\alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{CP}{PB} = \frac{2R\sin\alpha}{6R\sin\alpha} = \frac{1}{3}.$$



Ответ: $\dfrac{1}{3}$.

© СтатГрад 2014 г.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x}{2\cos x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x\neq -\dfrac{1}{2}$, то есть при $x\neq \pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\, n\in\mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

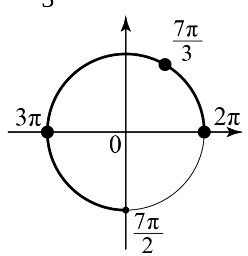
$$2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x=0;\ \sin x\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0;$$

$$\sin x=0 \quad \text{или} \quad \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x=\pi n,\, n\in\mathbb{Z} \ \text{ или } \ x=\frac{\pi}{3}+2\pi n,\, n\in\mathbb{Z} \quad \text{или} \quad x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\, n\in\mathbb{Z}.$$

Серию $x=\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\, n\in\mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: πn; $\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[2\pi;\dfrac{7\pi}{2}\right]$: $x=2\pi$; $x=\dfrac{7\pi}{3}$; $x=3\pi$.



Ответ: а) πn; $\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 2π; $\dfrac{7\pi}{3}$; 3π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

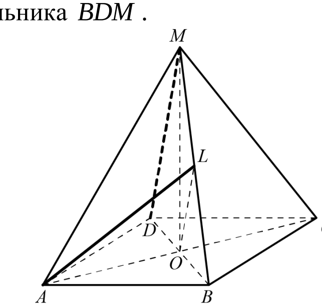
С2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Обозначим угол между DM и AL буквой α. Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM, следовательно, $OL\parallel MD$. Поэтому $\angle ALO=\alpha$. По условию $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной $5\sqrt{2}$. Следовательно, $OA\perp OB$, $OL\perp OA$, $OA=5$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим $OL=\dfrac{OA}{\operatorname{tg}\alpha}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$. Боковое ребро $MD=2OL=5\sqrt{2}$, поскольку OL – средняя линия треугольника BDM.



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO=\sqrt{MD^2-OD^2}=\sqrt{50-25}=5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \le 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \ge 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y = 2^x$:

$$16y^2 - 257y + 16 \le 0;\ \ (y-16)(16y-1) \le 0;\ \ \frac{1}{16} \le y \le 16.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-4 \le x \le 4$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\dfrac{x+2}{x-3,7} > 0$, то есть при $x < -2$ или $x > 3,7$. Запомнив это, преобразуем неравенство:

$$\log_2 \frac{(x+2)^2}{(x-3,7)^2} + \log_2 (x-3,7)^2 \ge 2;$$

$$\log_2 (x+2)^2 \ge 2;\quad (x+2)^2 \ge 4;\quad x(x+4) \ge 0;$$

$$x \le -4 \text{ или } x \ge 0.$$

Получаем решение второго неравенства: $x \le -4$ или $x > 3,7$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $x = -4$ или $3,7 < x \le 4$.

Ответ: -4; $(3,7;4]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

С4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP:PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD = \angle PAB = \alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP = 180^\circ - \alpha,$$

$$\angle CQP = 180^\circ - \angle BQP = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha,$$

$$\angle ADC = \angle PDC = 180^\circ - \angle PQC = 180^\circ - \alpha.$$

Значит, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$, и поэтому $AB \parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

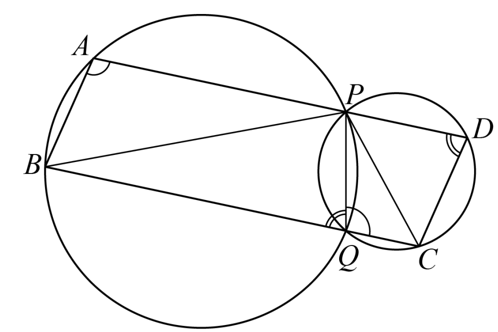
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $2R$. По теореме синусов

$$BP = 2 \cdot 2R \sin \angle BQP = 4R \sin(180^\circ - \alpha) = 4R \sin\alpha,$$

$$PC = 2R \sin \angle CQP = 2R \sin\alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{BP}{PC} = \frac{4R\sin\alpha}{2R\sin\alpha} = 2.$$



Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-\sin x}{2\cos x-\sqrt{3}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

Решение.

а) Левая часть уравнения определена при $\cos x\ne\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, то есть при $x\ne\pm\dfrac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$. Числитель дроби должен быть равен 0:

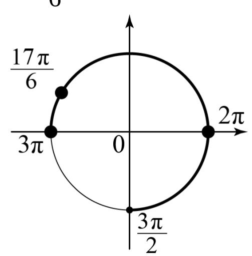
$$2\sin^2 x-\sin x=0;\quad \sin x(2\sin x-1)=0;$$

$$\sin x=0 \text{ или } \sin x=\frac{1}{2};$$

$$x=\pi n, n\in\mathbb{Z} \quad\text{или}\quad x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z} \quad\text{или}\quad x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}.$$

Серию $x=\dfrac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$ нужно отбросить. Получаем ответ: πn; $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right]$: $x=2\pi$; $x=\dfrac{17\pi}{6}$; $x=3\pi$.



Ответ: а) πn; $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 2π; $\dfrac{17\pi}{6}$; 3π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

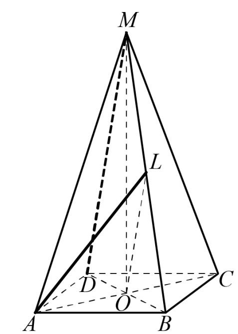
C2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\dfrac{2}{3}$, L – середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.

Решение.

Пусть MO – высота пирамиды $MABCD$. Тогда OL – средняя линия треугольника BDM, следовательно, $OL\parallel MD$. Поэтому $\angle ALO=\alpha$. По условию $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{2}{3}$.

Основание $ABCD$ – квадрат со стороной, равной 5. Следовательно, $OA\perp OB$, $OL\perp OA$, $OA=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$. Далее, из прямоугольного треугольника AOL находим $OL=\dfrac{OA}{\operatorname{tg}\alpha}=\dfrac{15\sqrt{2}}{4}$. Боковое ребро $MD=2OL=\dfrac{15}{\sqrt{2}}$, поскольку OL – средняя линия треугольника BDM.



Из прямоугольного треугольника MOD находим искомую высоту MO пирамиды $MABCD$: $MO=\sqrt{MD^2-OD^2}=10$.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ.	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено. ИЛИ При правильном ответе решение недостаточно обосновано.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

© СтатГрад 2014 г.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1}-33\cdot 2^x+8\le 0, \\ 2\log_2\dfrac{x-1}{x+1{,}3}+\log_2(x+1{,}3)^2\ge 2. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделаем замену $y=2^x$:

$$4y^2-33y+8\le 0;\quad (y-8)(4y-1)\le 0;\ \frac{1}{4}\le y\le 8.$$

Отсюда получаем решение первого неравенства: $-2\le x\le 3$.

Решим второе неравенство. Первое слагаемое определено при $\dfrac{x-1}{x+1{,}3}>0$, то есть при $x<-1{,}3$ или $x>1$. Запомнив это, преобразуем неравенство:

$$\log_2\frac{(x-1)^2}{(x+1{,}3)^2}+\log_2(x+1{,}3)^2\ge 2;$$

$$\log_2(x-1)^2\ge 2;\quad (x-1)^2\ge 4;$$

$$x^2-2x-3\ge 0;$$

$$x\le -1 \text{ или } x\ge 3.$$

Получаем решение второго неравенства: $x<-1{,}3$ или $x\ge 3$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств: $-2\le x<-1{,}3$ или $x=3$.

Ответ: $[-2;\,-1{,}3);\ 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах.	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.

C4 Две окружности пересекаются в точках P и Q. Прямая, проходящая через точку P, второй раз пересекает первую окружность в точке A, а вторую – в точке D. Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD, второй раз пересекает первую окружность в точке B, а вторую – в точке C.

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

б) Найдите отношение $CP:PB$, если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

Решение.

а) Обозначим $\angle BAD=\angle PAB=\alpha$. Поскольку $ABQP$ и $CDPQ$ – вписанные четырёхугольники,

$$\angle BQP=180^\circ-\alpha,\ \angle CQP=180^\circ-\angle BQP=180^\circ-(180^\circ-\alpha)=\alpha,$$

$$\angle ADC=\angle PDC=180^\circ-\angle PQC=180^\circ-\alpha.$$

Значит, $\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$, и поэтому $AB\parallel CD$. Противоположные стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны, следовательно, это параллелограмм.

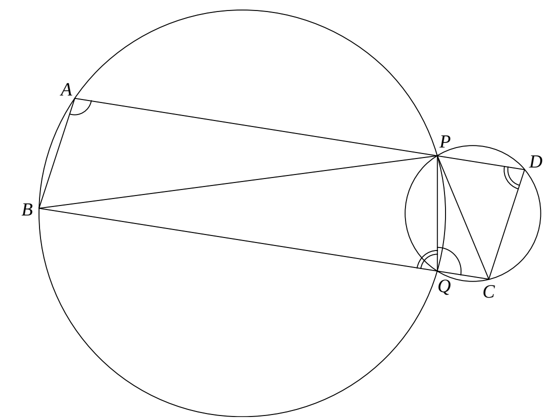
б) Пусть R – радиус второй (меньшей) окружности. Тогда радиус большей окружности равен $3R$. По теореме синусов

$$BP=2\cdot 3R\sin\angle BQP=6R\sin(180^\circ-\alpha)=6R\sin\alpha,$$

$$PC=2R\sin\angle CQP=2R\sin\alpha.$$

Следовательно,

$$\frac{CP}{PB}=\frac{2R\sin\alpha}{6R\sin\alpha}=\frac{1}{3}.$$



Ответ: $\dfrac{1}{3}$.

© СтатГрад 2014 г.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

© СтатГрад 2014 г.