

# Контрольные измерительные материалы по математике

# Вариант 1

## Инструкция по выполнению работы

## Часть 1

Ответом на задания В1 – В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

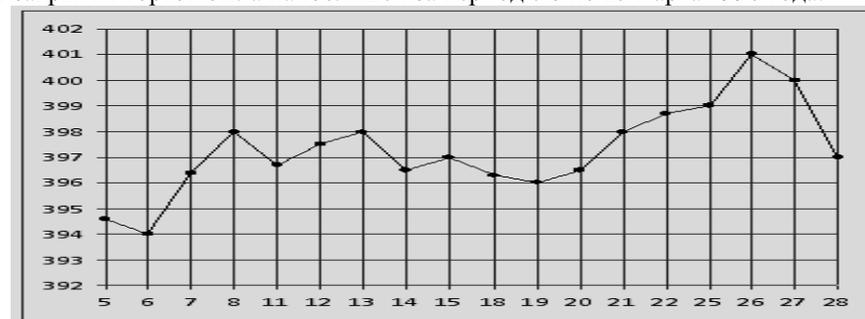
Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**В1** Маша отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 14 друзьям. Стоимость одного SMS-сообщения 1 рубль 50 копеек. Перед отправкой сообщения на счету у Маши было 85 рублей. Сколько денег останется у Маши после отправки всех сообщений? Ответ запишите в рублях.

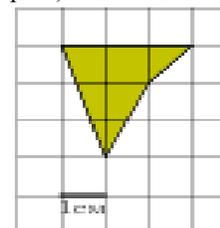
**В2** Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 20% ?

**В3** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов в рабочие дни марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наибольшей за период с 8 по 25 марта 1996 года.



**В4** Вася загружает на свой компьютер из Интернета файл размером 30 Мб за 29 секунд. Петя загружает файл размером 24 Мб за 23 секунды, а Миша загружает файл размером 32 Мб за 31 секунду. Сколько секунд будет загружаться файл размером 480 Мб на компьютер с наименьшей скоростью загрузки?

**В5** Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**B6** На семинар приехали 7 ученых из Норвегии, 3 из Финляндии, 5 из Швеции и 2 из России. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим окажется доклад ученого из России. Результат округлите до сотых.

**B7** Решите уравнение  $\frac{2x+4}{x+4} = \frac{7-x}{x+4}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите сумму корней.

**B8** В треугольнике ABC угол A равен  $78^\circ$ , биссектрисы BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

**B9** Прямая  $y = -4x + 1$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x + 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

**B10** В прямоугольном параллелепипеде ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> известно, что BB<sub>1</sub> = 7, AB = 4, AD = 4. Найдите длину диагонали DB<sub>1</sub>.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

## Часть 2

Ответом на задания B11 – B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B11** Найдите значение выражения  $\sqrt{48} \cdot \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4} \cdot \sin \frac{7\pi}{3}$ .

**B12** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора на исследуемом интервале температур задаётся выражением  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 40k$ ,  $a = 44k / \text{мин}$ ,  $b = -0,4k / \text{мин}^2$ . Известно, что при температурах нагревателя свыше  $1000k$  прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах) через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

**B13** В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD точка R — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что AB = 1, а SR = 2. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

**B14** Из A в B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 60 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 18 км/ч большей скорости первого, в

результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

**B15** Найдите точку минимума функции  $y = 1 + 18x - \frac{8x^3}{3}$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

Для записи решений и ответов на задания C1 – C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**C2** Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды SABCD равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину S этой пирамиды и через диагональ её основания.

**C3** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} |x+2| - x \cdot |x| \leq 0 \\ (x^2 - x - 6) \cdot \sqrt{8-x} \leq 0 \end{cases}$$

**C4** В треугольник ABC вписана окружность радиуса  $r$ , касающаяся сторон AB и BC в точках соответственно K и M, а стороны AC в точке T, причём AT =  $r$ .

а) Докажите, что треугольник ABC — прямоугольный.

б) Найдите площадь треугольника KBM, если известно, что  $r = 5$  и TC = 15.

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{ax^3 + 3ax - a + 1}{x^3 + 3x - 1} = 2$  имеет хотя бы одно неотрицательное решение.

**C6** Несколько различных натуральных чисел, в десятичной записи которых отсутствуют цифры 1 и 9, составляют арифметическую прогрессию.

а) Может ли сумма всех членов такой прогрессии быть равной 298?

б) Может ли в такой прогрессии быть 35 членов?

в) Покажите, что если разность этой арифметической прогрессии не меньше 4, но не больше 8, то количество членов прогрессии не превосходит 18.

г) Приведите пример, когда разность арифметической прогрессии не меньше 4, но не больше 8, а количество членов прогрессии равно 18.

Инструкция по выполнению работы

Часть 1

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

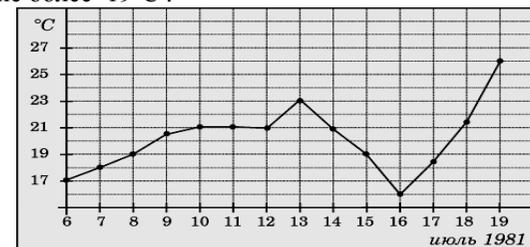
Желаем успеха!

Ответом на задания В1 – В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить 25 литров бензина. Цена бензина 33 руб. 20 коп. за литр. Сколько рублей сдачи получил клиент?

**В2** Розничная цена учебника 150 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 10000 рублей?

**В3** На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Иркутске каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период температура была не более 19°C.



**В4** Для транспортировки 27 тонн груза на 300 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	2500	2
Б	4500	5
В	6500	8

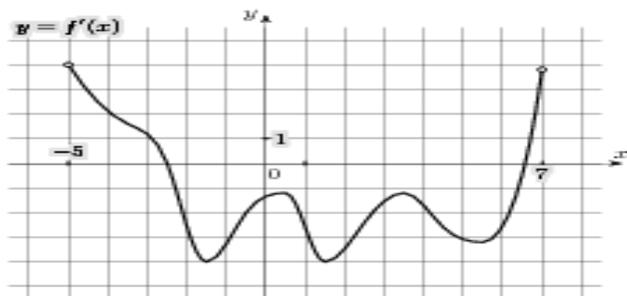
**В5** Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (2, -2), (8, -4), (8, 8), (2, 10).

**В6** В торговую сеть поступила партия сумок. На каждые 100 качественных сумок приходится 10 сумок с дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Ответ округлите до сотых.

**B7** Решите уравнение  $\sqrt{\frac{1}{2-4x}} = 0,5$ .

**B8** В треугольнике ABC угол A равен  $74^\circ$ , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

**B9** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5, 7)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму всех целых точек, входящих в эти промежутки.



**B10** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $36\pi$ , а радиус основания равен 6. Найдите высоту цилиндра. (площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению периметра основания на высоту)

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

## Часть 2

Ответом на задания B11 – B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B11** Найдите значение выражения  $\frac{6}{\sin\left(\frac{11}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(-\frac{9}{4}\pi\right)}$ .

**B12** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и сопротивлением  $r = 0,5$  Ом, подключают нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки (в Омах) напряжение на ней будет не менее 50 В?

**B13** Высота конуса равна 24, а диаметр основания равен 14. Найдите образующую конуса.

**B14** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 60 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 11 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 16 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

**B15** Найдите наименьшее значение функции  $y = x\sqrt{x} - 3x + 3$  на отрезке  $[0, 9]$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

Для записи решений и ответов на задания C1 – C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

**C2** Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 64, и площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания, тоже равна 64. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

**C3** Решите систему неравенств  $\begin{cases} |x-6| + (x-4) \cdot |4-x| \leq 0 \\ (x^2 - 7x + 6) \cdot \sqrt{4+x} \leq 0 \end{cases}$

**C4** Точка P – середина стороны AB треугольника ABC, точка T – середина стороны BC треугольника ABC, O – точка пересечения биссектрисы угла B и серединного перпендикуляра к стороне AC.

а) Докажите, что четырёхугольник ABCO – вписанный в окружность.  
б) Найдите площадь треугольника OPT, если  $AC = 8$ ,  $CO = 5$ , а произведение сторон AB и BC равно 25.

**C5** При каких значениях параметра наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + |x-c| + |x-1|$  больше 2?

**C6** Даны  $n \geq 5$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию.

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 30?  
б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 2014?  
в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 144.

Инструкция по выполнению работы

Часть 1

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

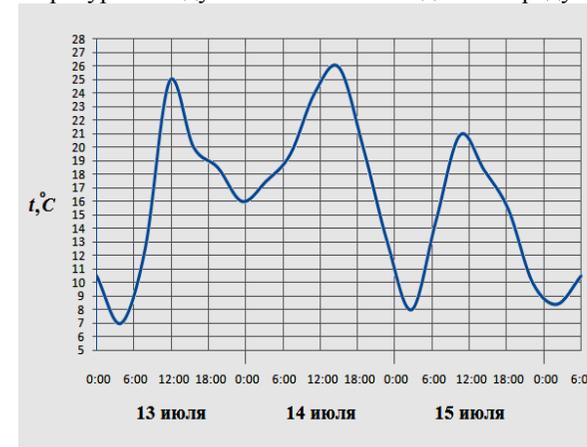
**Желаем успеха!**

Ответом на задания В1 – В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** У Маши на счету мобильного телефона был 161 рубль, а после разговора с Леной осталось 126 рублей. Сколько минут длился разговор с Леной, если одна минута разговора стоит 3 рубля 50 копеек.

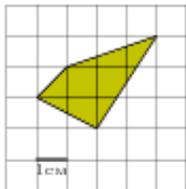
**В2** Среди 600000 жителей города 80% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 50% смотрели по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрели этот матч по телевизору?

**В3** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**В4** В среднем гражданин А в дневное время расходует 150 кВт · ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 50 кВт · ч электроэнергии. Раньше у А в квартире был установлен одностарифный счетчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,4 руб. за кВт · ч. Год назад А установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,5 руб. за кВт · ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 1,5 руб. за кВт · ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А за этот период, если бы не поменялся счетчик? Ответ дайте в рублях.

**В5** Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

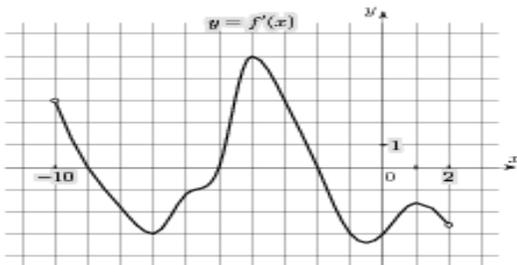


**B6** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет не менее 8 очков. Результат округлите до сотых.

**B7** Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{4-4x} = -2$ .

**B8** В треугольнике ABC угол A равен  $76^\circ$ , биссектрисы BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

**B9** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10, 2)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = x + 1$  или совпадает с ней.



**B10** Найдите квадрат расстояния между вершинами B и B<sub>1</sub> прямоугольного параллелепипеда ABCA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>T<sub>1</sub>, если AB = 3, AT = 7, CA<sub>1</sub> = 8.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

## Часть 2

Ответом на задания B11 – B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B11** Найдите значение выражения  $\frac{6 \sin(132^\circ)}{\sin 48^\circ \cdot \cos 240^\circ}$ .

**B12** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 2 + 7t - 5t^2$  м. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более четырёх метров.

**B13** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $\pi$ , а диаметр основания равен 1. Найдите высоту цилиндра. (площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению периметра основания на высоту)

**B14** Катер в 12:30 вышел из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 160 минут, катер отправился назад и вернулся в пункт А в 20:30. Определите (в км/час) собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

**B15** Найдите наибольшее значение функции  $y = 2^{-1-4x-x^2}$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

Для записи решений и ответов на задания C1 – C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $2 \cos 2x + 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi, -\pi]$ .

**C2** Две параллельные плоскости, расстояние между которыми равно 2, пересекают шар. Одна из плоскостей проходит через центр шара. Отношение площадей сечений шара этими плоскостями равно 0,84. Найдите радиус шара.

**C3** Решите систему неравенств  $\begin{cases} |x+2| - x \cdot |x| \leq 0 \\ (x^2 - x - 6) \cdot \sqrt{8-x} \leq 0 \end{cases}$

**C4** В треугольник ABC вписана окружность радиуса  $r$ , касающаяся сторон AB и BC в точках соответственно K и M, а стороны AC в точке T, причём  $AT = r$ .

а) Докажите, что треугольник ABC – прямоугольный.

б) Найдите площадь треугольника KBM, если известно, что  $r = 2$  и  $TC = 10$ .

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x-a^2+a+2| + |x-a^2+3a-1| = 2a-3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу  $(4; 19)$

**C6** Несколько различных натуральных чисел, в десятичной записи которых отсутствуют цифры 1 и 9, составляют арифметическую прогрессию.

а) Может ли сумма всех членов такой прогрессии быть равной 298?

б) Может ли в такой прогрессии быть 35 членов?

в) Покажите, что если разность этой арифметической прогрессии не меньше 4, но не больше 8, то количество членов прогрессии не превосходит 18.

г) Приведите пример, когда разность арифметической прогрессии не меньше 4, но не больше 8, а количество членов прогрессии равно 18.

## Контрольные измерительные материалы по математике Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Вариант 4

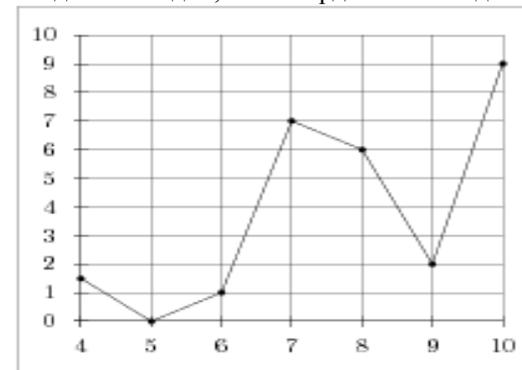
### Часть 1

Ответом на задания В1 – В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 17 кг вишни?

**В2** Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 100 рублей за штуку и продает с наценкой 15%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 2000 рублей?

**В3** На рисунке изображен график осадков в г.Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите

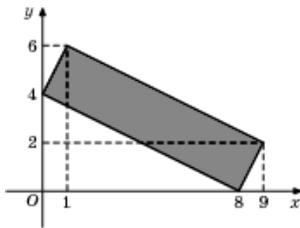


по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало не более 6 мм осадков.

**В4** Строительной фирме нужно приобрести 25 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	5000 руб.	9000 руб.	
Б	6000 руб.	10000 руб.	При заказе на сумму больше 180000 руб. доставка бесплатно
В	5500 руб.	10000 руб.	При заказе на сумму больше 100000 руб. доставка бесплатно

**В5** Найдите площадь четырехугольника, изображенного на рисунке.



**B6** В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что герб выпадет не менее двух раз.

**B7** Решите уравнение  $\sqrt{6-10x} = 5+x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите сумму корней.

**B8** В треугольнике ABC угол A равен  $56^\circ$ , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

**B9** Прямая  $y = -3x + a$  является касательной к графику функции  $f(x) = 2x^2 - x + 3$ . Найдите ординату точки касания.

**B10** Высота конуса равна 21, а образующая равна 35. Найдите диаметр основания конуса.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

## Часть 2

Ответом на задания B11 – B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B11** Найдите значение выражения  $\sqrt{108} \cdot \cos(-210^\circ)$ .

**B12** Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полёта будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с? Считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**B13** В правильной треугольной пирамиде SABC медианы основания ABC пересекаются в точке M. Найдите объем пирамиды, если  $AS = 4$ ,  $MS = 2\sqrt{3}$ .

**B14** На изготовление 48 деталей первый рабочий затрачивает на 1 час меньше, чем второй рабочий на изготовление 49 таких же деталей. Известно, что первый рабочий

за час делает на 1 деталь меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**B15** Найдите точку минимума функции  $y = 8 - x(x-12)^2$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1

Для записи решений и ответов на задания C1 – C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

**C2** Плоскость  $\alpha$  пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 7. Плоскость  $\beta$ , параллельная плоскости  $\alpha$ , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью  $\alpha$ .

**C3** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} |x-6| + (x-4) \cdot |4-x| \leq 0 \\ (x^2 - 7x + 6) \cdot \sqrt{4+x} \leq 0 \end{cases}$$

**C4** Точка P – середина стороны AB треугольника ABC, точка T – середина стороны BC треугольника ABC, O – точка пересечения биссектрисы угла B и серединного перпендикуляра к стороне AC.

а) Докажите, что четырёхугольник ABCO – вписанный в окружность.

б) Найдите площадь треугольника OPT, если  $AC = 24$ ,  $CO = 13$ , а произведение сторон AB и BC равно 169.

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{2ax^3 + ax - a + 1}{2x^3 + x - 1} = 3$  имеет хотя бы одно неотрицательное решение.

**C6** Даны  $n \geq 5$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию.

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 30?

б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 2014?

в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 144.

**Вариант 5**

**Часть 1**

*Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.*

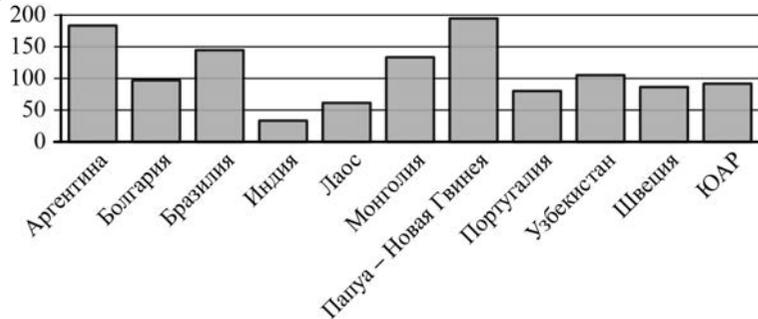
**В1** В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** На бензоколонке один литр бензина стоит 30 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 49 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место – Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: \_\_\_\_\_.

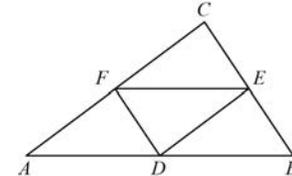
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа, (руб.)
Эпсилон	19 400	5	6	3740
Дельта	19 900	5	12	1860
Омикрон	22 700	30	6	2800

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  – середины сторон треугольника  $ABC$ . Периметр треугольника  $DEF$  равен 5. Найдите периметр треугольника  $ABC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

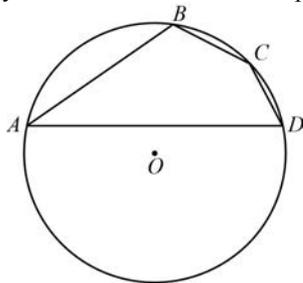
**В6** В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$ .

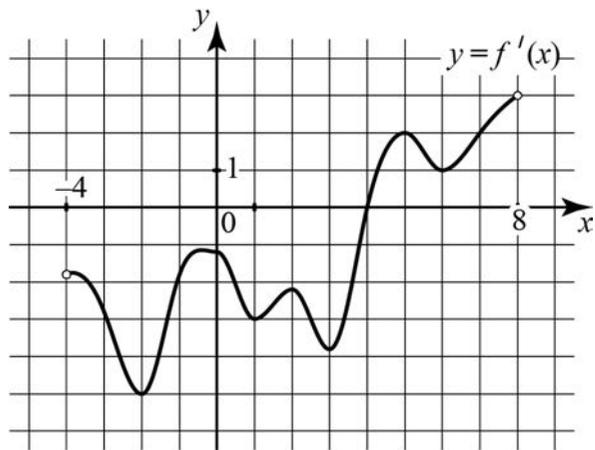
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $25^\circ$ . Найдите угол  $C$  четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



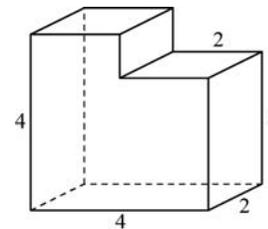
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображён график производной  $y = f'(x)$  функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 1]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.*

- B11** Найдите значение выражения

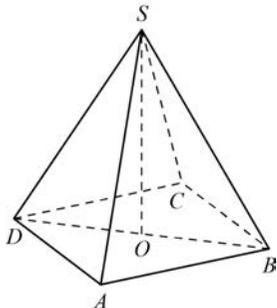
$$-\frac{22}{\cos^2 34^\circ + \cos^2 124^\circ}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $pV^{1,4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм) – давление в газе,  $V$  – объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 256 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SA = 10$ ,  $BD = 16$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Плиточник должен уложить  $300 \text{ м}^2$  плитки. Если он будет укладывать на  $5 \text{ м}^2$  в день больше чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 49}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1**
- Решите уравнение  $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0$ .
  - Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

- C2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$ , боковое ребро равно 3, а сторона основания – 5. Найдите косинус угла между плоскостями  $ABC_1$  и  $A_1 B_1 C_1$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2 (x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

- C4** Две окружности пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Прямая, проходящая через точку  $P$ , второй раз пересекает первую окружность в точке  $A$ , а вторую – в точке  $D$ . Прямая, проходящая через точку  $Q$  параллельно  $AD$ , второй раз пересекает первую окружность в точке  $B$ , а вторую – в точке  $C$ .
- Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  – параллелограмм.
  - Найдите отношение  $BP:PC$ , если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

- C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|(x-1)^2 - 2^{1-a}| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$

- C6** Набор состоит из тридцати девяти натуральных чисел, среди которых имеются числа 4; 5 и 7. Среднее арифметическое любых тридцати четырех чисел этого набора меньше 2.

- Может ли такой набор содержать ровно 16 единиц?
- Может ли такой набор содержать менее 16 единиц?
- Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 35.

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

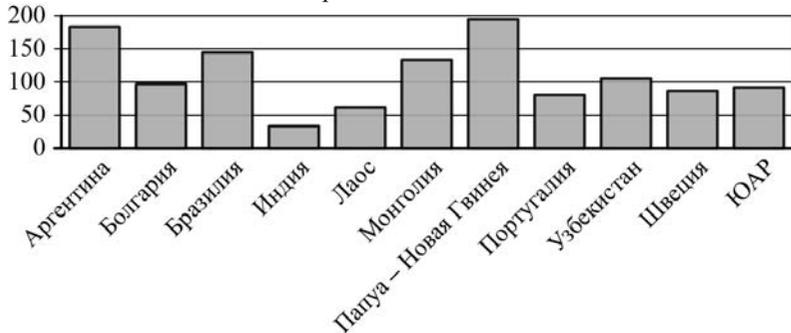
**В1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Аргентина?



Ответ: \_\_\_\_\_.

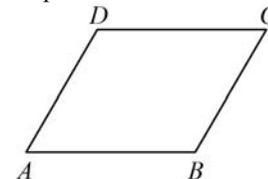
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



Ответ: \_\_\_\_\_.

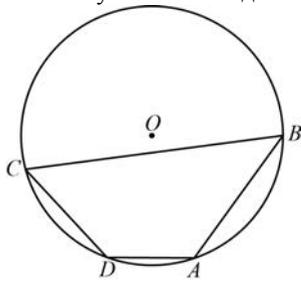
**В6** В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теории вероятностей. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теории вероятностей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\frac{1}{2x+7} = \frac{1}{3x+20}$ .

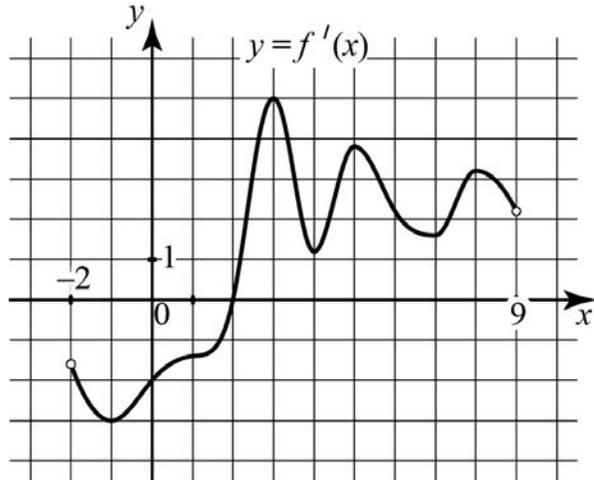
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $125^\circ$  и  $47^\circ$ . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



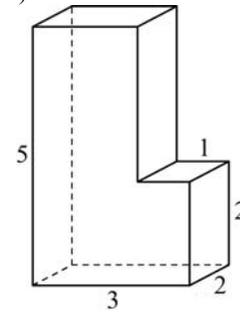
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображён график производной  $y = f'(x)$  функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[3; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.*

- B11** Найдите значение выражения

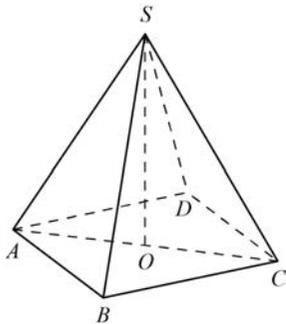
$$\frac{34}{\cos^2 101^\circ + \cos^2 191^\circ}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $pV^{1,4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм) — давление в газе,  $V$  — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 24 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SB = 20$ ,  $AC = 24$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполняют бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $\sin x + \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi, \frac{11\pi}{4}\right)$ .

- C2** Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$ , рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\frac{2}{3}$ ,  $L$  – середина ребра  $MB$ . Найдите высоту данной пирамиды.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2 (x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

- C4** На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  взята точка  $M$ , а отрезки  $AM$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ .  $BK:KD = 3:8$

а) Докажите, что  $\frac{S_{\triangle ABK}}{S_{ABCD}} = \frac{3}{22}$

б) В каком отношении делит площадь параллелограмма  $ABCD$  прямая  $AM$ ?

- C5** При каких значениях параметра  $m$  наименьшее значение функции  $f(x) = 2mx + |x^2 - 8x + 15|$ , больше  $-1$ ?

**C6** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 12 раз больше, либо в 12 раз меньше предыдущего. Сумма этих всех членов последовательности равна 4900.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?  
 б) Может ли последовательность состоять из трех членов?  
 в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

**Вариант 7**

**Часть 1**

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

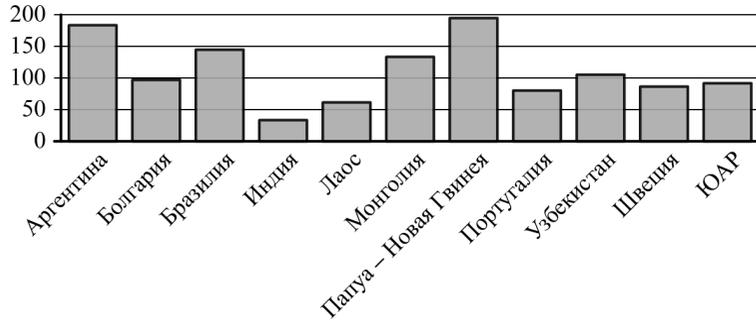
**В1** В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место – Индия. Какое место занимал Узбекистан?



Ответ: \_\_\_\_\_.

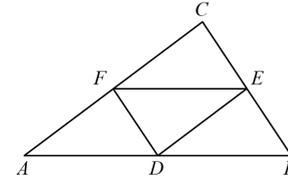
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  – середины сторон треугольника  $ABC$ . Периметр треугольника  $DEF$  равен 5. Найдите периметр треугольника  $ABC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

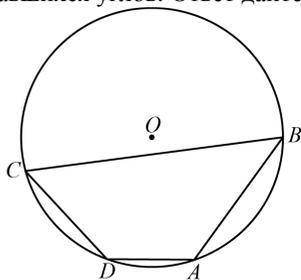
**В6** В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теории вероятностей. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теории вероятностей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$ .

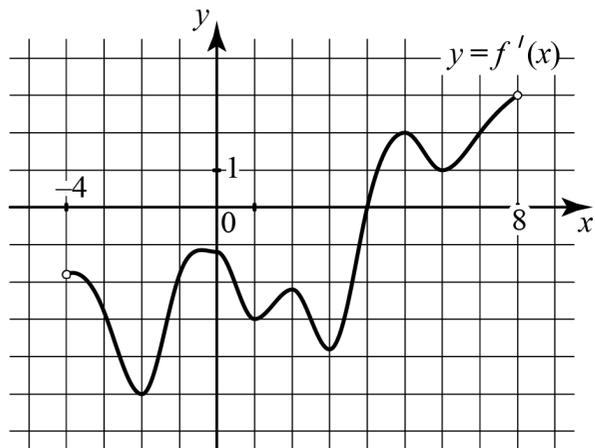
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $125^\circ$  и  $47^\circ$ . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



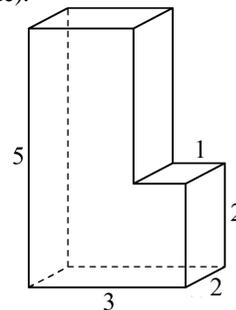
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображён график производной  $y = f'(x)$  функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 1]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.*

- B11** Найдите значение выражения

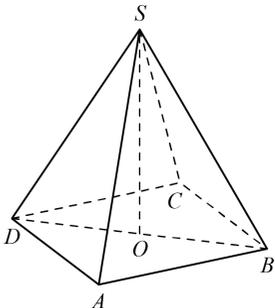
$$-\frac{22}{\cos^2 34^\circ + \cos^2 124^\circ}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $pV^{1,4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм) — давление в газе,  $V$  — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 24 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SA = 10$ ,  $BD = 16$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий – за 15 минут, а первый и третий – за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 49}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1** а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- C2** Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$ , рёбра основания которой равны  $5\sqrt{2}$ . Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\sqrt{2}$ ,  $L$  – середина ребра  $MB$ . Найдите высоту данной пирамиды.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0, \\ 2\log_2 \frac{x+2}{x-3,7} + \log_2(x-3,7)^2 \geq 2. \end{cases}$$

- C4** В одну и ту же окружность вписаны треугольник  $ABC$  и  $ADE$ , так что отрезки  $BC$  и  $DE$  пересекаются в точке  $M$ , точка  $D$  лежит на дуге  $BC$ , не содержащей точки  $A$ . Четырёхугольник, являющийся пересечением треугольников  $ABC$  и  $ADE$ , вписан в окружность.

- а) Докажите, что треугольник  $BDM$  равнобедренный.  
б) Найдите угол  $BAE$ , если угол  $BMD = 37^\circ$ .

- C5** При каких значениях параметра  $c$  наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + |x-c| + |x-1|$  больше 2?

**C6** В контейнер упакованы изделия двух типов. Стоимость и масса одного изделия составляют 400 рублей и 12 кг для первого типа, и 600 рублей и 15 кг изделия второго типа. Общая масса изделий составляет 321 кг.

- а) Может ли количество изделий первого типа быть четным числом?  
б) Определите, какова наибольшая возможная стоимость содержащихся в контейнере изделий.  
в) Определите, сколько имеется различных способов заполнения контейнера изделия при указанных условиях.

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

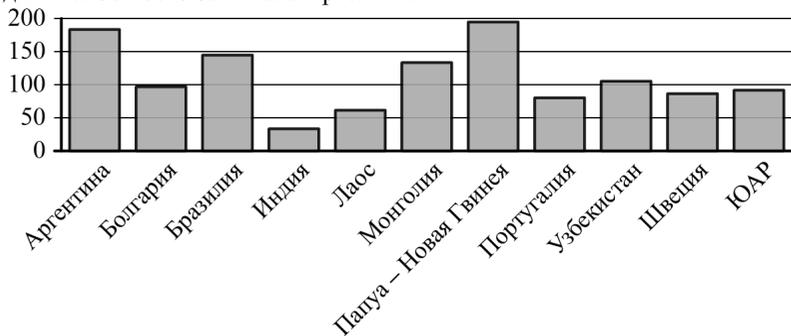
**В1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 руб. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 1700 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** На бензоколонке один литр бензина стоит 30 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и купил бутылку воды за 49 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Аргентина?



Ответ: \_\_\_\_\_.

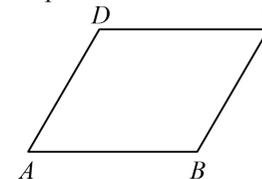
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа, (руб.)
Эпсилон	19 400	5	6	3740
Дельта	19 900	5	12	1860
Омикрон	22 700	30	6	2800

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



Ответ: \_\_\_\_\_.

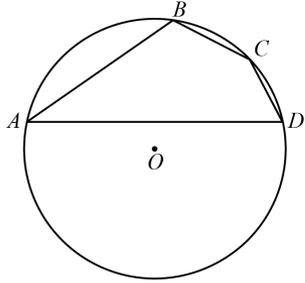
**В6** В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\frac{1}{2x+7} = \frac{1}{3x+20}$ .

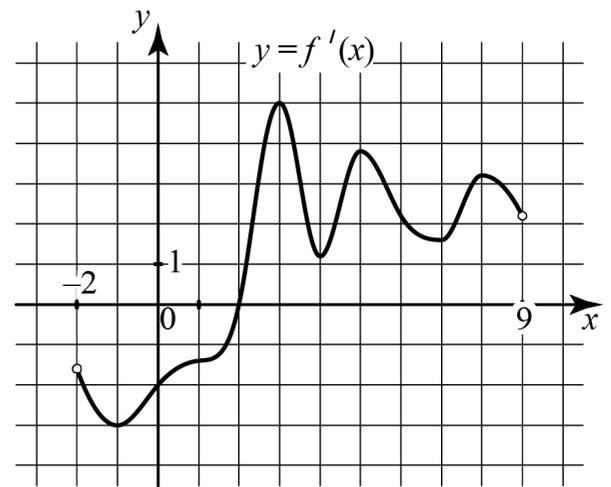
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $25^\circ$ . Найдите угол  $C$  четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



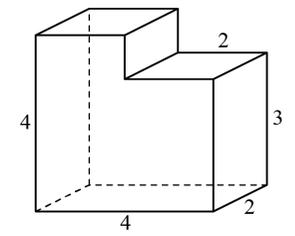
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображён график производной  $y = f'(x)$  функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[3; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.*

- B11** Найдите значение выражения

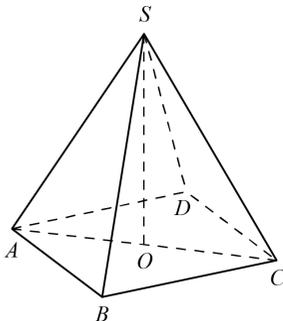
$$\frac{34}{\cos^2 101^\circ + \cos^2 191^\circ}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $pV^{1,4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм) – давление в газе,  $V$  – объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 256 л, а его давление равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде поднялось до 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B13** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина,  $SB = 20$ ,  $AC = 24$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**B14** Плиточник должен уложить  $300 \text{ м}^2$  плитки. Если он будет укладывать на  $5 \text{ м}^2$  в день больше чем запланировал, то закончит работу на  $5$  дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B15** Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**C2** В одну и ту же окружность вписаны треугольники  $ABC$  и  $ADE$  так, что отрезки  $BC$  и  $DE$  пересекаются в точке  $M$ ,  $AD$  и  $BC$  – в точке  $K$ ,  $AC$  и  $BE$  – в точке  $N$ . Около четырёхугольника  $AKMN$  описана окружность.  
а) Докажите, что треугольники  $KDM$  и  $ADN$  подобны.  
б) Найдите угол  $DEC$ , если угол  $BME = 165^\circ$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2\log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2(x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

**C4** Две окружности пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Прямая, проходящая через точку  $P$ , второй раз пересекает первую окружность в точке  $A$ , а вторую – в точке  $D$ . Прямая, проходящая через точку  $Q$  параллельно  $AD$ , второй раз пересекает первую окружность в точке  $B$ , а вторую – в точке  $C$ .  
а) Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  – параллелограмм.  
б) Найдите отношение  $CP:PB$ , если радиус первой окружности втрое больше радиуса второй.

**C5** При каких значениях параметра  $c$  наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + |x-c| + 3x$  меньше  $-\frac{7}{4}$ ?

**C6** а) Можно ли записать в ряд двадцать чисел так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел была отрицательной, а сумма всех двадцати была положительной?  
б) Можно ли записать в ряд семь чисел так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел была отрицательной, а сумма любых двух идущих подряд положительной?  
в) Можно ли записать в ряд семь чисел так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел была отрицательной, а сумма любых пяти идущих подряд положительной?

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

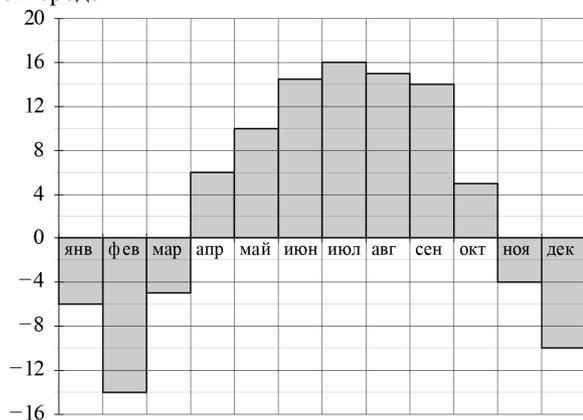
**В1** В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 26 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 590 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной средней температурой в 1994 году в Нижнем Новгороде.



Ответ: \_\_\_\_\_.

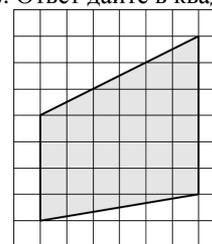
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона, руб.	Первоначальный взнос, в процентах от цены	Срок кредита, мес.	Сумма ежемесячного платежа, руб.
Эпсилон	11 900	15	12	910
Дельта	12 000	30	12	770
Омикрон	12 200	20	6	1700

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

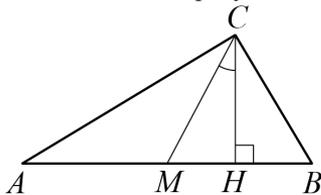
**В6** В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\sqrt{15-7x} = 8$ .

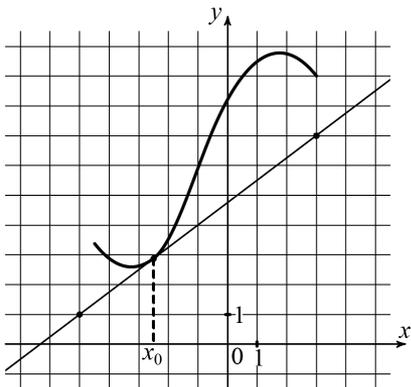
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $28^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



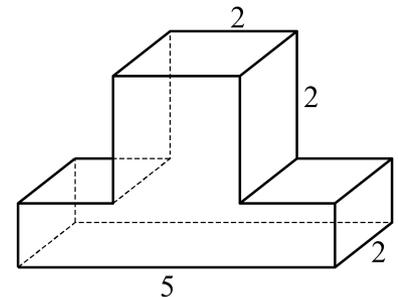
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

- B11** Найдите значение выражения  $\frac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$ .

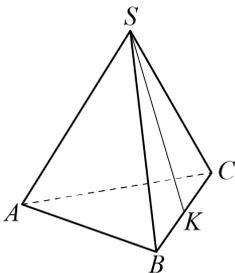
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а

излучаемая ею мощность  $P$  равна  $5,7 \cdot 10^{25}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $K$  – середина ребра  $BC$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $AB=6$ , а длина отрезка  $SK=7$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью  $50$  км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на  $15$  км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 + 18x^2 + 17$  на отрезке  $[-3; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1** а) Решите уравнение  $\sin 2x + \sin x = 2 \cos x + 1$ .

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left(-\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ .

- C2** Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна  $108$ , а площадь полной поверхности этой пирамиды равна  $144$ . Найдите площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}, \\ \frac{2 - (x-5)^{-1}}{2(x-5)^{-1} - 1} \leq -0,5. \end{cases}$$

- C4** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  – середины отрезков  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  соответственно.

- а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .  
 б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 8$  и  $AC = 10$ .

- C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$  имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу  $(4; 19)$ .

- C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

- а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на  $48$  больше, чем в первый раз.  
 б) Во второй раз разность оказалась на  $1440$  больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из  $12$  членов?  
 в) Во второй раз разность оказалась на  $1440$  больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

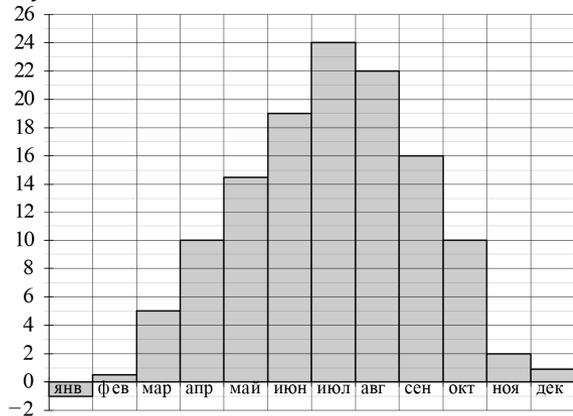
**В1** В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 36 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 800 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Флакон шампуня стоит 190 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной средней температурой в Симферополе в 1988 году.



Ответ: \_\_\_\_\_.

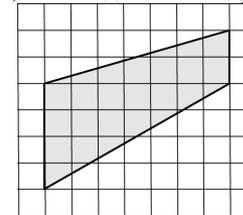
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона, руб.	Первоначальный взнос, в процентах от цены	Срок кредита, мес.	Сумма ежемесячного платежа, руб.
Эпсилон	10 500	10	6	1960
Дельта	11 600	5	6	2040
Омикрон	12 700	20	12	860

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

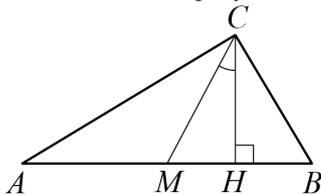
**В6** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\sqrt{1-6x} = 7$ .

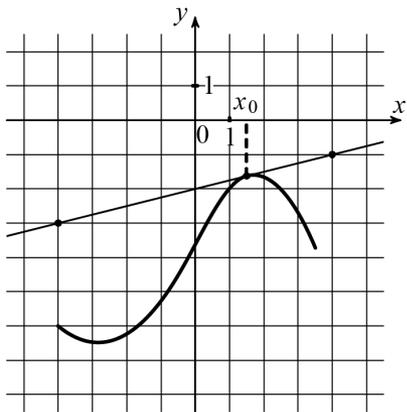
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $26^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



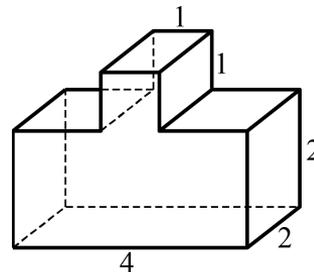
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

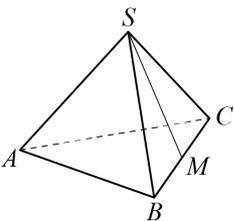
- B11** Найдите значение выражения  $\frac{6 \cos 207^\circ}{\cos 27^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $4,104 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $M$  – середина ребра  $BC$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $AB=6$ , а площадь боковой поверхности равна 45. Найдите длину отрезка  $SM$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 44 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 21 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 6x^2 + 19$  на отрезке  $[-6; -2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1** а) Решите уравнение  $4\sin^4 2x + 3\cos 4x - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

- C2** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 D_1 E_1 F_1$  проведено сечение плоскостью, которая пересекает  $AA_1$  в точке  $A_2$ ,  $BB_1$  - в точке  $B_2$ ,  $FF_1$  - в точке  $F_2$ , при этом  $A_2 B_2 = 4, CD = 2, B_2 F_2 \parallel BF$ . Найдите тангенс угла между плоскостями  $A_2 B_2 F_2$  и  $ABC$ , если  $A_2 A > B_2 B$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 1 - \frac{4}{|x|} \leq \frac{20}{x^2}, \\ \frac{2 - (x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1} - 1} \leq -0,2. \end{cases}$$

- C4** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  — середины отрезков  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1 B_2 C_1 A_2 B_1 C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = 7$  и  $AC = 8$ .

- C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$  имеет хотя бы один корень на отрезке  $[5; 23]$ .

- C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

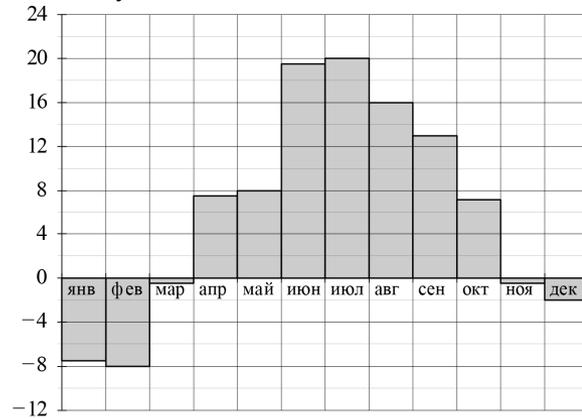
**В1** В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 33 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 730 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Флакон шампуня стоит 170 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной средней температурой в Санкт-Петербурге в 1999 году.



Ответ: \_\_\_\_\_.

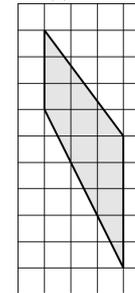
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона, руб.	Первоначальный взнос, в процентах от цены	Срок кредита, мес.	Сумма ежемесячного платежа, руб.
Эпсилон	9 400	10	6	1580
Дельта	9 500	20	12	720
Омикрон	9 900	20	6	1400

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наименьшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

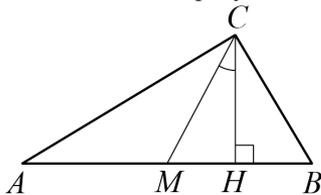
**В6** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\sqrt{9+2x} = 5$ .

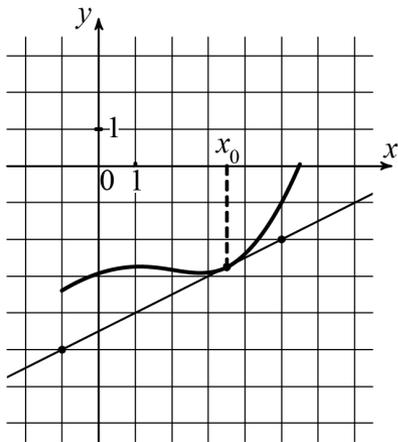
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $32^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



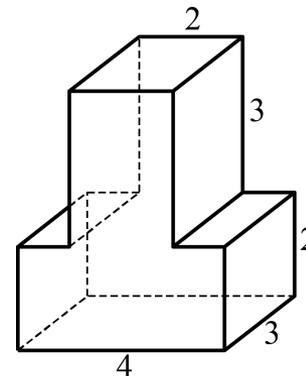
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

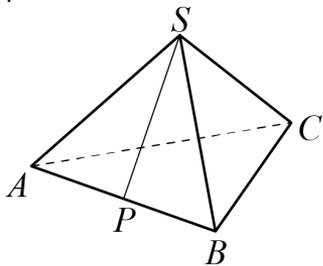
- B11** Найдите значение выражения  $\frac{2 \cos 28^\circ}{\cos 152^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{72} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $1,026 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $P$  – середина ребра  $AB$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $BC=4$ , а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка  $SP$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 39 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 26 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 + 24x^2 + 13$  на отрезке  $[-4; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1** а) Решите уравнение  $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

- C2** Известно, что  $ABCA_1B_1C_1$  – прямая призма, угол  $ABC=90^\circ$ , угол  $BAC=ABC$ . Плоскость  $\alpha$  пересекает  $AA_1$  в точке  $A_2$ ,  $BB_1$  – в точке  $B_2$ ,  $CC_1$  – в точке  $C_2$ ,  $A_2B_2 \parallel AB$ ,  $A_2C_2=5, BC=1$ . Найдите косинус угла между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $A_1B_1C_1$ , если  $C_2C > B_2B$ .

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}, \\ \frac{2 - (x-5)^{-1}}{2(x-5)^{-1} - 1} \leq -0,5. \end{cases}$$

- C4** Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции пересекаются в точке  $E$ . Площадь треугольника  $AED$  равна 75, а точка  $E$  делит одну из диагоналей в отношении 5:1.  $BC$  – основание трапеции.

- а) Докажите, что площади треугольников  $BE$  и  $CE$  равны.  
б) Найдите площадь трапеции.

- C5** При каких значениях параметра наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + |x - c| + |x - 1|$  больше 2?

- C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

- а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.  
б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?  
в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

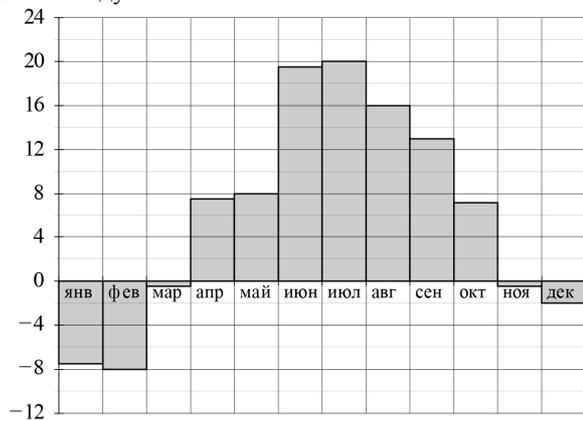
**В1** В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 26 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 590 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Флакон шампуня стоит 190 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной средней температурой в Санкт-Петербурге в 1999 году.



Ответ: \_\_\_\_\_.

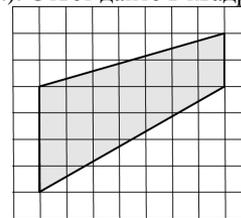
**В4** В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона, руб.	Первоначальный взнос, в процентах от цены	Срок кредита, мес.	Сумма ежемесячного платежа, руб.
Эпсилон	11 900	15	12	910
Дельта	12 000	30	12	770
Омикрон	12 200	20	6	1700

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дороже всего (с учётом переплаты), и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

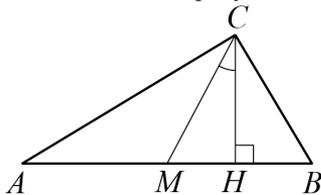
**В6** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\sqrt{15-7x} = 8$ .

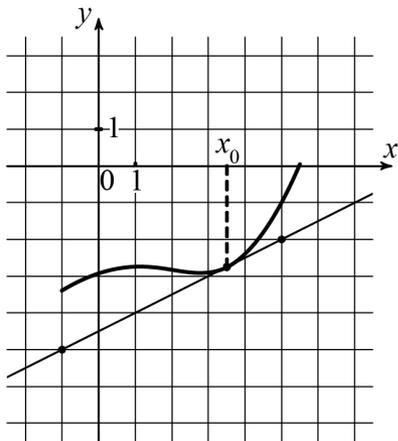
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $26^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



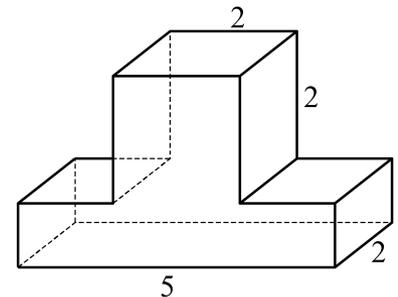
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

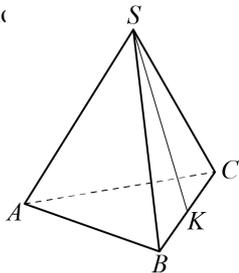
- B11** Найдите значение выражения  $\frac{6 \cos 207^\circ}{\cos 27^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{72} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $1,026 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $K$  – середина ребра  $BC$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $AB=6$ , а длина отрезка  $SK=7$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью  $44$  км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на  $21$  км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B15** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 6x^2 + 17$  на отрезке  $[-1; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

- C1** а) Решите уравнение  $5^{-2\sin x} - 2 \cdot 5^{-\sin x} - 15 = 0$   
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $(-\frac{9}{2}; \frac{3\pi}{2}]$

2 2

- C2** Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна  $64$ , и площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания, тоже равна  $64$ . Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

- C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 1 - \frac{4}{|x|} \leq \frac{20}{x^2}, \\ \frac{2 - (x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1} - 1} \leq -0,2. \end{cases}$$

- C4** Площадь трапеции  $ABCD$  равна  $120$ , а основание  $AD$  трапеции втрое больше другого основания. Отрезок, соединяющий точку  $P$  основания  $AD$  с вершиной  $B$ , пересекается с диагональю  $AC$  трапеции в точке  $M$ , точка  $P$  делит основание  $AD$  в отношении  $1:2$ .  
 а) Докажите, что либо  $ABCP$ , либо  $BCDP$  – параллелограмм.  
 б) Найдите площадь четырёхугольника  $CMPD$ .

- C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|(x-1)^2 - 2^{1-a}| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

- C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.  
 а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на  $40$  больше, чем в первый раз.  
 б) Во второй раз разность оказалась на  $1768$  больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из  $13$  членов?  
 в) Во второй раз разность оказалась на  $1768$  больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

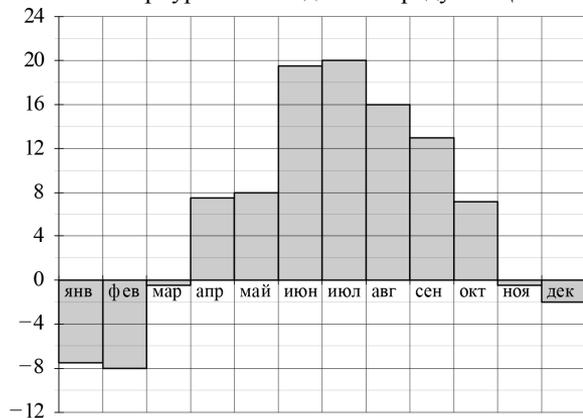
**В1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3900 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1500 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1000 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 950 рублей после понижения цены на 25%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разницу средних температур самого тёплого и самого холодного месяца в 1999 году в Санкт-Петербурге. Ответ дайте в градусах Цельсия.



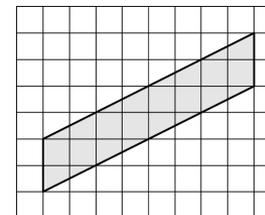
Ответ: \_\_\_\_\_.

**В4** В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести пиджак ценой 9450 руб., футболку ценой 800 руб. и галстук ценой 900 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего?

1. Б. купит все три товара сразу.
  2. Б. купит сначала пиджак и футболку, а потом галстук со скидкой.
  3. Б. купит сначала пиджак и галстук, а потом футболку со скидкой.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**В6** В группе туристов 5 человек, в том числе турист Д. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село за продуктами. Какова вероятность того, что туристу Д. выпадет по жребию идти в село?

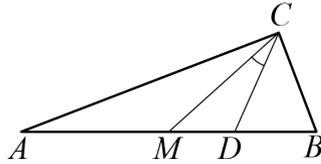
Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\log_2(-5 - x) = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

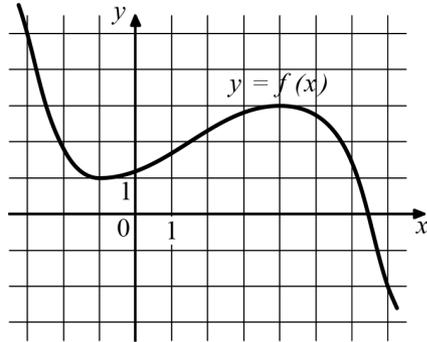
Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- B8** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $69^\circ$  и  $21^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



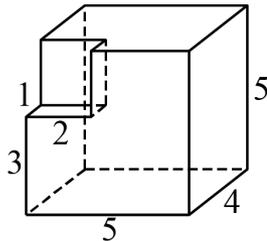
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите точку, в которой функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение на отрезке  $[-3; 7]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

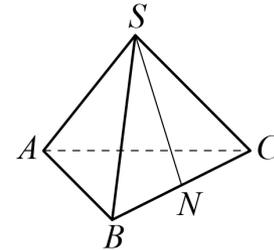
- B11** Найдите значение выражения  $-20 \operatorname{tg} 52^\circ \cdot \operatorname{tg} 142^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55\text{В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,5\text{Ом}$  хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 50В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $N$  – середина ребра  $BC$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $SN = 6$ , а площадь боковой поверхности равна 72. Найдите длину отрезка  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 16 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 96 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она меньше 60 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B15** В какой точке  $x_0$  функция  $y = \sqrt{9 - 4x - x^2}$  принимает наибольшее значение?

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $9^{\cos x} + 3^{\cos x} - 2 = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-17\pi; -5,5\pi]$

**C2** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямой  $BD$  и плоскостью  $ADD_1$

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 25^x - 4 \cdot 5^x + 3 \geq 0, \\ \log_{\frac{2x^2+3x+1}{3x+1}} |x| \leq 0. \end{cases}$$

**C4** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  – середины отрезков и соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1 B_2 C_1 A_2 B_1 C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 8$  и  $AC = 10$ .

**C5** При каких значениях параметра  $s$  наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + |x - c| + 3x$  меньше  $-7$  ?

**C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

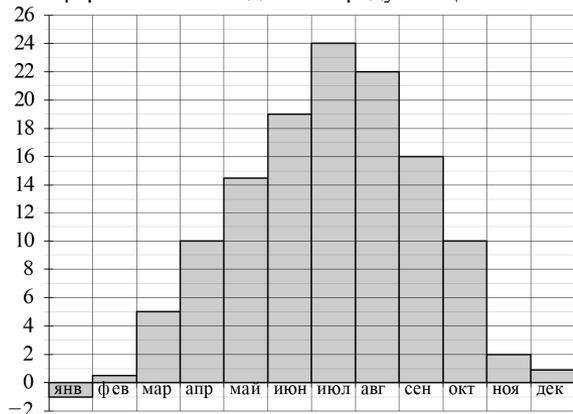
**В1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3700 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1100 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 500 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 470 рублей после понижения цены на 25%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность средних температур самого тёплого и самого холодного месяца в 1988 году в Симферополе. Ответ дайте в градусах Цельсия.



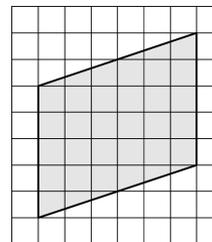
Ответ: \_\_\_\_\_.

**В4** В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести дублёнку ценой 9400 руб., футболку ценой 850 руб. и перчатки ценой 950 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего?

1. Б. купит все три товара сразу.
  2. Б. купит сначала дублёнку и футболку, а потом перчатки со скидкой.
  3. Б. купит сначала дублёнку и перчатки, а потом футболку со скидкой.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

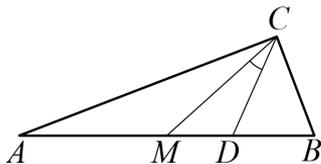
**В6** В группе туристов 8 человек, в том числе турист А. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Какова вероятность того, что туристу А. выпадет по жребию пойти в село?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\log_5(-4 - x) = 2$ .

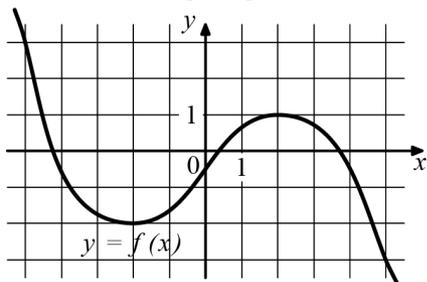
Ответ: \_\_\_\_\_.

**B8** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $87^\circ$  и  $3^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



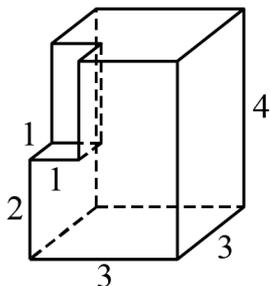
Ответ: \_\_\_\_\_.

**B9** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите наибольшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[-5; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

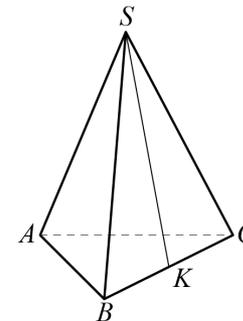
**B11** Найдите значение выражения  $2 \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 105^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B12** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 65 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,5 \text{ Ом}$  хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R \text{ Ом}$ . Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет  $60 \text{ В}$ ? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $K$  – середина ребра  $BC$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $SK = 10$ , а площадь боковой поверхности равна  $60$ . Найдите длину отрезка  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**B14** Из точки  $A$  в точку  $B$  одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на  $14 \text{ км/ч}$ , а вторую половину пути — со скоростью  $105 \text{ км/ч}$ , в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше  $50 \text{ км/ч}$ . Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B15** В какой точке  $x_0$  функция  $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 5}$  принимает наименьшее значение?

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $4\sin^4 2x + 3\cos 4x - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

**C2** Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 64, и площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания, тоже равна 64. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^x - 5 \cdot 3^x + 4 \geq 0, \\ \log_{\frac{3x^2 + 4x + 1}{4x + 1}} \left| \frac{x}{2} \right| \leq 0. \end{cases}$$

**C4** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  — середины отрезков и соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = 7$  и  $AC = 8$ .

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$  имеет хотя бы один корень на отрезке  $[5; 23]$ .

**C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

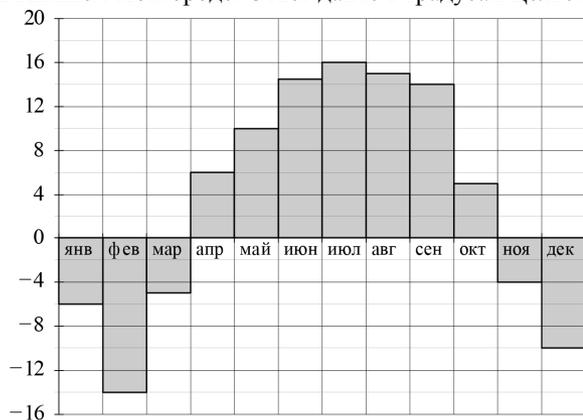
**В1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3700 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 900 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 400 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В2** Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 850 рублей после понижения цены на 25%?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В3** На диаграмме показана средняя температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность средних температур самого тёплого и самого холодного месяца в 1994 году в Нижнем Новгороде. Ответ дайте в градусах Цельсия.



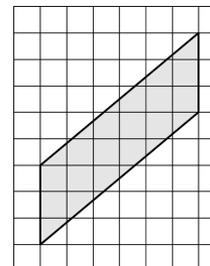
Ответ: \_\_\_\_\_.

**В4** В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести куртку ценой 9600 руб., жилет ценой 720 руб. и перчатки ценой 820 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего?

1. Б. купит все три товара сразу.
  2. Б. купит сначала куртку и жилет, а потом перчатки со скидкой.
  3. Б. купит сначала куртку и перчатки, а потом жилет со скидкой.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В5** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

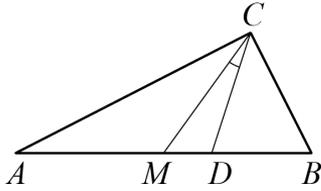
**В6** В группе туристов 10 человек, в том числе турист А. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Какова вероятность того, что туристу А. выпадет по жребию пойти в село?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**В7** Найдите корень уравнения  $\log_3(-5 - x) = 1$ .

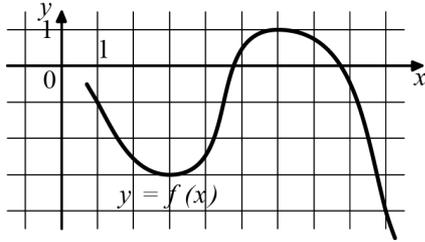
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B8** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $63^\circ$  и  $27^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



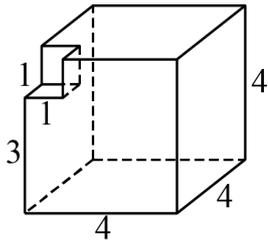
Ответ: \_\_\_\_\_.

- B9** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[1; 9]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B10** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.*

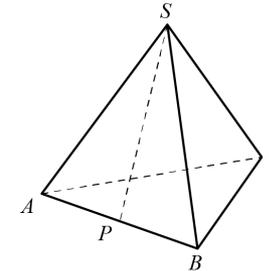
- B11** Найдите значение выражения  $-50 \operatorname{tg} 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 117^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B12** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 155 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,5 \text{ Ом}$  хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R \text{ Ом}$ . Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет  $150 \text{ В}$ ? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- B13** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $P$  – середина ребра  $AB$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $SP = 4$ , а площадь боковой поверхности равна  $24$ . Найдите длину отрезка  $BC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- B14** Из точки  $A$  в точку  $B$  одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на  $7 \text{ км/ч}$ , а вторую половину пути – со скоростью  $72 \text{ км/ч}$ , в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше  $30 \text{ км/ч}$ . Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B15** В какой точке  $x_0$  функция  $y = \sqrt{3 - 3x - 2x^2}$  принимает наибольшее значение?

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**C2** Плоскость  $\alpha$  пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 7. Плоскость  $\beta$ , параллельная плоскости  $\alpha$ , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью  $\alpha$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 25^x - 4 \cdot 5^x + 3 \geq 0, \\ \log_{\frac{2x^2+3x+1}{3x+1}} |x| \leq 0. \end{cases}$$

**C4** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  – середины отрезков и соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 8$  и  $AC = 10$ .

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$  имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу  $(4; 19)$ .

**C6** Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?