**Вариант № 6083789**

|  |  |
| --- | --- |
| **№ п/п** | **Правильный ответ** |
| [1](http://reshuege.ru/test#prob1) | 11 |
| [2](http://reshuege.ru/test#prob2) | 3 |
| [3](http://reshuege.ru/test#prob3) | 6960 |
| [4](http://reshuege.ru/test#prob4) | 22 |
| [5](http://reshuege.ru/test#prob5) | 0,91 |
| [6](http://reshuege.ru/test#prob6) | 12 |
| [7](http://reshuege.ru/test#prob7) | 10 |
| [8](http://reshuege.ru/test#prob8) | -0,5 |
| [9](http://reshuege.ru/test#prob9) | 138 |
| [10](http://reshuege.ru/test#prob10) | 14 |
| [11](http://reshuege.ru/test#prob11) | 8 |
| [12](http://reshuege.ru/test#prob12) | 20 |
| [13](http://reshuege.ru/test#prob13) | 3 |
| [14](http://reshuege.ru/test#prob14) | 4 |
| [15](http://reshuege.ru/test#prob15) | а) http://reshuege.ru/formula/85/8596b3c260ac8a01919e87c5dceae306.pngб) http://reshuege.ru/formula/33/33560595035f3c39ccdb733cf68baecd.png |
| [16](http://reshuege.ru/test#prob16) | http://reshuege.ru/formula/e3/e37f71c1e714893bdc5277bdc1f297ba.png |
| [17](http://reshuege.ru/test#prob17) | http://reshuege.ru/formula/27/27eb87ae3811c1a4cf8c736a1bce12a1.png |
| [18](http://reshuege.ru/test#prob18) | http://reshuege.ru/formula/8a/8a5c7a509d3e39bed6282d07e7da61f3.pngили 4. |
| [19](http://reshuege.ru/test#prob19) | 5 |
| [20](http://reshuege.ru/test#prob20) | http://reshuege.ru/formula/dd/dddd6fae9e269b6a061d914d2c6fc065.png |
| [21](http://reshuege.ru/test#prob21) | а) 130; б) да; в) 20. |

**Решения**

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 1**

Для ре­мон­та квар­ти­ры тре­бу­ет­ся 63 ру­ло­на обоев. Сколь­ко пачек обой­но­го клея нужно ку­пить, если одна пачка клея рас­счи­та­на на 6 ру­ло­нов?

**Ре­ше­ние.**

Раз­де­лим 63 на 6, по­лу­чим 10,5. Сле­до­ва­тель­но, по­на­до­бит­ся 11 пачек клея.

**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

Если одна пачка рас­счи­та­на на 6 ру­ло­нов, то 10 пачек хва­тит на 60 ру­ло­нов, и оста­нет­ся еще три ру­ло­на. Для них по­на­до­бит­ся еще одна пачка клея. Всего по­на­до­бит­ся 11 пачек клея.
 ответ: 11

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 2**

На диа­грам­ме по­ка­за­но ко­ли­че­ство по­се­ти­те­лей сайта РИА Но­во­сти во все дни с 10 по 29 но­яб­ря 2009 года. По го­ри­зон­та­ли ука­зы­ва­ют­ся дни ме­ся­ца, по вер­ти­ка­ли — ко­ли­че­ство по­се­ти­те­лей сайта за дан­ный день. Опре­де­ли­те по диа­грам­ме, сколь­ко раз ко­ли­че­ство по­се­ти­те­лей сайта РИА Но­во­сти при­ни­ма­ло наи­боль­шее зна­че­ние.



**Ре­ше­ние.**

Из диа­грам­мы видно, что по­се­ти­те­лей сайта РИА Но­во­сти при­ни­ма­ло наи­боль­шее зна­че­ние 3 раза (см. ри­су­нок).

Ответ: 3.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 3**

Кли­ент хочет арен­до­вать ав­то­мо­биль на 2 суток для по­езд­ки про­тя­жен­но­стью 400 км. В таб­ли­це при­ве­де­ны ха­рак­те­ри­сти­ки трех ав­то­мо­би­лей и сто­и­мость арен­ды.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ав­то­мо­биль | Топ­ли­во | Рас­ход топ­ли­ва(л на 100 км) | Аренд­ная плата(руб. за 1 сутки) |
| А | Ди­зель­ное | 5 | 3900 |
| Б | Бен­зин | 11 | 3100 |
| В | Газ | 15 | 3000 |

По­ми­мо арен­ды кли­ент обя­зан опла­тить топ­ли­во для ав­то­мо­би­ля на всю по­езд­ку. Цена ди­зель­но­го топ­ли­ва — 19 руб­лей за литр, бен­зи­на — 23 рубля за литр, газа — 16 руб­лей за литр. Какую сумму в руб­лях за­пла­тит кли­ент за арен­ду и топ­ли­во, если вы­бе­рет самый де­ше­вый ва­ри­ант?
**Ре­ше­ние.**Рас­смот­рим все ва­ри­ан­ты

На 400 км ав­то­мо­би­лю *A* по­на­до­бит­ся 5 · 4 = 20 л ди­зель­но­го топ­ли­ва. Сто­и­мость его арен­ды за двое суток скла­ды­ва­ет­ся из аренд­ной платы 2 · 3900 = 7800 руб. и за­трат на ди­зель­ное топ­ли­во 20 · 19 = 380 руб. Всего 8180 руб.

На 400 км ав­то­мо­би­лю*Б* по­на­до­бит­ся 11 · 4 = 44 л бен­зи­на. Сто­и­мость его арен­ды за двое суток скла­ды­ва­ет­ся из аренд­ной платы 2 · 3100 = 6200 руб. и за­трат на бен­зин 44 23 = 1012 руб. Всего 7212 руб.

На 400 км ав­то­мо­би­лю*В* по­на­до­бит­ся 15 · 4 = 60 л газа. Сто­и­мость его арен­ды за двое суток скла­ды­ва­ет­ся из аренд­ной платы 2 · 3000 = 6000 руб. и за­трат на газ 60 · 16 = 960 руб. Всего 6960 руб.

Сто­и­мость са­мо­го де­ше­во­го за­ка­за со­став­ля­ет 6960 руб­лей.

Ответ: 6960.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 4**

Около окруж­но­сти, ра­ди­ус ко­то­рой равен 3, опи­сан мно­го­уголь­ник, пло­щадь ко­то­ро­го равна 33. Най­ди­те его пе­ри­метр.

**Ре­ше­ние.**

Ра­ди­ус впи­сан­ной в мно­го­уголь­ник окруж­но­сти равен от­но­ше­нию его пло­ща­ди к по­лу­пе­ри­мет­ру. Пусть пло­щадь равна *S*, пе­ри­метр равен *P*, ра­ди­ус окруж­но­сти равен *R*. Тогда

.

По­это­му *P* = 22.

Ответ: 22.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 5**

По­ме­ще­ние осве­ща­ет­ся фонарём с двумя лам­па­ми. Ве­ро­ят­ность пе­ре­го­ра­ния лампы в те­че­ние года равна 0,3. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что в те­че­ние года хотя бы одна лампа не пе­ре­го­рит.

**Ре­ше­ние.**

Най­дем ве­ро­ят­ность того, что пе­ре­го­рят обе лампы. Эти со­бы­тия не­за­ви­си­мые, ве­ро­ят­ность их про­из­ве­де­ния равно про­из­ве­де­нию ве­ро­ят­но­стей этих со­бы­тий: 0,3·0,3 = 0,09.

Со­бы­тие, со­сто­я­щее в том, что не пе­ре­го­рит хотя бы одна лампа, про­ти­во­по­лож­ное. Сле­до­ва­тель­но, его ве­ро­ят­ность равна 1 − 0,09 = 0,91.

Ответ: 0,91.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 6**

Ре­ши­те урав­не­ние . Если урав­не­ние имеет более од­но­го корня, в от­ве­те ука­жи­те мень­ший из них.

**Ре­ше­ние.**

На ОДЗ пе­рей­дем к урав­не­нию на ос­но­ва­ние ло­га­риф­ма:



Итак, на ОДЗ урав­не­ние имеет толь­ко один ко­рень.

Ответ: 12.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 7**

Ос­но­ва­ния рав­но­бед­рен­ной тра­пе­ции равны 7 и 51. Тан­генс остро­го угла равен . Най­ди­те вы­со­ту тра­пе­ции.

**Ре­ше­ние.**

.

Ответ: 10.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 8**

На ри­сун­ке изоб­ра­же­ны гра­фик функ­ции *y* = *f*(*x*) и ка­са­тель­ная к нему в точке с абс­цис­сой *x*0. Най­ди­те зна­че­ние про­из­вод­ной функ­ции *f*(*x*) в точке *x*0.

**Ре­ше­ние.**

Зна­че­ние про­из­вод­ной в точке ка­са­ния равно уг­ло­во­му ко­эф­фи­ци­ен­ту ка­са­тель­ной, ко­то­рый в свою оче­редь равен тан­ген­су угла на­кло­на дан­ной ка­са­тель­ной к оси абс­цисс. По­стро­им тре­уголь­ник с вер­ши­на­ми в точ­ках *A* (−2; −1), *B* (−2; −4), *C* (4; −4). Угол на­кло­на ка­са­тель­ной к оси абс­цисс будет равен углу, смеж­но­му с углом *ACB*:

.

Ответ: −0,5.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 9**

Объем тре­уголь­ной пи­ра­ми­ды *SABC*, яв­ля­ю­щей­ся ча­стью пра­виль­ной ше­сти­уголь­ной пи­ра­ми­ды *SABCDEF*, равен 23. Най­ди­те объем ше­сти­уголь­ной пи­ра­ми­ды.

**Ре­ше­ние.**

Дан­ные пи­ра­ми­ды имеют общую вы­со­ту, по­это­му их объ­е­мы со­от­но­сят­ся как пло­ща­ди их ос­но­ва­ний. Пло­щадь пра­виль­но­го ше­сти­уголь­ни­ка со сто­ро­ной *a* равна Пло­щадь рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка *ACB* с бо­ко­вой сто­ро­ной *a* и углом при вер­ши­не 120° равнаТаким об­ра­зом, пло­щадь ше­сти­уголь­ни­ка боль­ше пло­ща­ди тре­уголь­ни­ка в раз, по­это­му ис­ко­мый объем равен 23 · 6 = 138.

Ответ: 138.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 10**

Най­ди­те зна­че­ние вы­ра­же­ния .

**Ре­ше­ние.**

Вы­пол­ним пре­об­ра­зо­ва­ния:

.

Ответ: 14.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 11**

Де­та­лью не­ко­то­ро­го при­бо­ра яв­ля­ет­ся вра­ща­ю­ща­я­ся ка­туш­ка. Она со­сто­ит из трeх од­но­род­ных со­ос­ных ци­лин­дров: цен­траль­но­го мас­сой  кг и ра­ди­у­са  см, и двух бо­ко­вых с мас­са­ми  кг и с ра­ди­у­са­ми . При этом мо­мент инер­ции ка­туш­ки от­но­си­тель­но оси вра­ще­ния, вы­ра­жа­е­мый в , даeтся фор­му­лой . При каком мак­си­маль­ном зна­че­нии *h* мо­мент инер­ции ка­туш­ки не пре­вы­ша­ет пре­дель­но­го зна­че­ния ? Ответ вы­ра­зи­те в сан­ти­мет­рах.

**Ре­ше­ние.**

За­да­ча сво­дит­ся к на­хож­де­нию наи­боль­ше­го ре­ше­ния не­ра­вен­ства при за­дан­ных зна­че­ни­ях па­ра­мет­ров , и :



Решая квад­рат­ное не­ра­вен­ство ме­то­дом ин­тер­ва­лов, по­лу­чим . Наи­боль­шее ре­ше­ние двой­но­го не­ра­вен­ства — число 8.

Ответ: 8.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 12**

В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 ребро *BC* = 4, ребро ребро*BB*1 = 4. Точка *K* — се­ре­ди­на ребра *CC*1. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния, про­хо­дя­ще­го через точки *B*1, *A*1 и *K*.

**Ре­ше­ние.**

Се­че­ние пе­ре­се­ка­ет па­рал­лель­ные грани по па­рал­лель­ным от­рез­кам. По­это­му че­ты­рех­уголь­ник  — па­рал­ле­ло­грамм. Кроме того, ребро пер­пен­ди­ку­ляр­но гра­ням и , по­это­му углы и — пря­мые. Сле­до­ва­тель­но, се­че­ние  — пря­мо­уголь­ник.

Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка по тео­ре­ме Пи­фа­го­ра най­дем 



Тогда пло­щадь пря­мо­уголь­ни­ка равна: 

Ответ:20.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 13**

Катер в 11:00 вышел из пунк­та*А* в пункт *В*, рас­по­ло­жен­ный в 30 км от *А*. Про­быв в пунк­те В 2 часа 40 минут, катер от­пра­вил­ся назад и вер­нул­ся в пункт *А* в 19:00. Опре­де­ли­те (в км/час) ско­рость те­че­ния реки, если из­вест­но, что соб­ствен­ная ско­рость ка­те­ра равна 12 км/ч.
**Ре­ше­ние.**

Пусть км/ч — ско­рость те­че­ния реки, тогда ско­рость баржи по те­че­нию равна км/ч, а ско­рость баржи про­тив те­че­ния равна км/ч. Баржа вер­ну­лась в пункт *A* через 8 часов, но про­бы­ла в пунк­те *B*час 40 минут, по­это­му общее время дви­же­ния баржи да­ет­ся урав­не­ни­ем:





Ответ: 3.

[↑](http://reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85)**Задание 14**

Най­ди­те наи­боль­шее зна­че­ние функ­ции на от­рез­ке .

**Ре­ше­ние.**

Най­дем про­из­вод­ную за­дан­ной функ­ции:





Най­дем нули про­из­вод­ной:



Опре­де­лим знаки про­из­вод­ной функ­ции и изоб­ра­зим на ри­сун­ке по­ве­де­ние функ­ции:



В точке за­дан­ная функ­ция имеет мак­си­мум, яв­ля­ю­щий­ся ее наи­боль­шим зна­че­ни­ем на за­дан­ном от­рез­ке. Най­дем это наи­боль­шее зна­че­ние:

.

Ответ: 4.

**Задание С1**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния выполнения задания** | **Баллы** |
| Верно ре­ше­но уравнение и про­из­ве­ден отбор корней | 2 |
| Верно ре­ше­но уравнение, но не про­из­ве­ден или не обос­но­ван отбор корней, при­над­ле­жа­щих данному отрезку, или верно ука­за­ны все корни, при­над­ле­жа­щие данному отрезку, но ре­ше­ние простейших три­го­но­мет­ри­че­ских уравнений не до­ве­де­но до конца | 1 |
| Решение не со­от­вет­ству­ет ни од­но­му из критериев, пе­ре­чис­лен­ных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

а) Ре­ши­те урав­не­ние 

б) Ука­жи­те корни урав­не­ния, при­над­ле­жа­щие от­рез­ку 
**Решение.**

а) Пре­об­ра­зу­ем урав­не­ние:



По­лу­ча­ем: илиОт­сю­да или 



б) С по­мо­щью чис­ло­вой окруж­но­сти от­бе­рем корни на от­рез­кеЭто числа 

Ответ: а) 

б) 

**Задание С2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно по­лу­чен верный ответ | 2 |
| Решение со­дер­жит переход к пла­ни­мет­ри­че­ской задаче, но: - по­лу­чен неверный ответ или ре­ше­ние не закончено; - при пра­виль­ном ответе ре­ше­ние недостаточно обосновано  | 1 |
| Решение не со­от­вет­ству­ет ни од­но­му из критериев, пе­ре­чис­лен­ных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де из­вест­ныНай­ди­те угол между пря­мой и плос­ко­стью 

**Решение.**

Плос­ко­сти и пер­пен­ди­ку­ляр­ны. Пер­пен­ди­ку­ляр из точки к плос­ко­сти лежит в плос­ко­сти и пе­ре­се­ка­ет пря­муюв точке . Зна­чит, ис­ко­мый угол равен углу . В пря­мо­уголь­ном тре­уголь­ни­ке катет , ги­по­те­ну­за . По­это­му

.

Тогда .

Ответ: .

**При­ме­ча­ние.**

Воз­мож­ны дру­гие формы от­ве­та: .

**Задание С3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния вы­пол­не­ния задания** | **Баллы** |
| Получен вер­ный обос­но­ван­ный ответ  | 3 |
| Оба не­ра­вен­ства ре­ше­ны верно, но ответ к си­сте­ме от­сут­ству­ет или неверный  | 2 |
| Верно ре­ше­но толь­ко одно из не­ра­венств  | 1 |
| Не ре­ше­но верно ни одно из не­ра­венств  | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

Ре­ши­те си­сте­му не­ра­венств


**Решение.**

Решим пер­вое не­ра­вен­ство си­сте­мы:



Ре­ше­ния: или 

Решим вто­рое не­ра­вен­ство си­сте­мы:



Сде­ла­ем за­ме­нуТогда 

Вер­нем­ся к ис­ход­ной пе­ре­мен­ной:



Вер­нем­ся к си­сте­ме:



Ответ: 

**Задание С4**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния вы­пол­не­ния задания** | **Баллы** |
| Рассмотрены все воз­мож­ные гео­мет­ри­че­ские конфигурации, и по­лу­чен пра­виль­ный ответ  | 3 |
| Рассмотрена хотя бы одна воз­мож­ная конфигурация, в ко­то­рой по­лу­че­но пра­виль­ное зна­че­ние ис­ко­мой величины | 2 |
| Рассмотрена хотя бы одна воз­мож­ная гео­мет­ри­че­ская конфигурация, в ко­то­рой по­лу­че­но зна­че­ние ис­ко­мой величины, не­пра­виль­ное из-за гео­мет­ри­че­ской ошибки | 1 |
| Ре­ше­ние не со­от­вет­ству­ет ни од­но­му из критериев, пе­ре­чис­лен­ных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

В тре­уголь­ни­ке Точка *D* лежит на пря­мой *BC* при­чем . Окруж­но­сти, впи­сан­ные в каж­дый из тре­уголь­ни­ков *ADC* и *ADB* ка­са­ют­ся сто­ро­ны *AD* в точ­ках *E* и *F*. Най­ди­те длину от­рез­ка *EF*.

**Решение.**

Пусть , , . Ис­поль­зуя свой­ства ка­са­тель­ных, под­счи­та­ем раз­ны­ми спо­со­ба­ми пе­ри­мет­ры тре­уголь­ни­ков



От­ку­да по­лу­ча­ем: Ана­ло­гич­но, 

Тогда 

Воз­мож­ны два слу­чая:

1. Точка лежит на от­рез­кеТогда зна­чит 



2. Точка *D* лежит вне от­рез­каТогда зна­чит 



Ответ:или 4.

**Задание С5**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния вы­пол­не­ния задания** | **Баллы** |
| Обоснованно по­лу­чен пра­виль­ный ответ. | 3 |
| Получено вер­ное вы­ра­же­ние для суммы платежа, но до­пу­ще­на вы­чис­ли­тель­ная ошибка, при­вед­шая к не­вер­но­му ответу. | 2 |
| По­лу­че­но вы­ра­же­ние для еже­год­ной выплаты, но урав­не­ние не со­став­ле­но ИЛИ вер­ный ответ най­ден подбором. | 1 |
| Ре­ше­ние не со­от­вет­ству­ет ни од­но­му из критериев, пе­ре­чис­лен­ных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

Оля хочет взять в кре­дит 1 200 000 руб­лей. По­га­ше­ние кре­ди­та про­ис­хо­дит раз в год рав­ны­ми сум­ма­ми (кроме, может быть, по­след­ней) после на­чис­ле­ния про­цен­тов. Став­ка про­цен­та 10 % го­до­вых. На какое ми­ни­маль­ное ко­ли­че­ство лет может Оля взять кре­дит, чтобы еже­год­ные вы­пла­ты были не более 320 000 руб­лей?

**Решение.**

Пусть сумма кре­ди­та равна *S*, а го­до­вые со­став­ля­ют *a* %. Тогда в по­след­ний день каж­до­го года остав­ша­я­ся сумма долга умно­жа­ет­ся на ко­эф­фи­ци­ент *b* = 1 + 0,01*a* Со­ста­вим таб­ли­цу вы­плат.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Год** | **Долг банку (руб.)** | **Оста­ток доли после вы­пла­ты (руб.)** |
| 0 | 1200000 | – |
| 1 | 1320000 | 1000000 |
| 2 | 1100000 | 780000 |
| 3 | 858000 | 538000 |
| 4 | 591800 | 271800 |
| 5 | 298980 | 0 |

Зна­чит, Оля по­га­сит кре­дит за 5 лет.

Ответ: 5.

**Задание С6**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния от­ве­та на за­да­ние С5** | **Баллы** |
| Обоснованно по­лу­чен вер­ный ответ.  | 4 |
| С по­мо­щью вер­но­го рас­суж­де­ния по­лу­че­но мно­же­ство зна­че­ний *a*, от­ли­ча­ю­ще­е­ся от ис­ко­мо­го ко­неч­ным чис­лом точек  | 3 |
| С по­мо­щью вер­но­го рас­суж­де­ния по­лу­че­ны все гра­нич­ные точки ис­ко­мо­го мно­же­ства зна­че­ний *a* | 2 |
| Верно най­де­на хотя бы одна гра­нич­ная точка ис­ко­мо­го мно­же­ства зна­че­ний *a* | 1 |
| Решение не со­от­вет­ству­ет ни од­но­му из критериев, пе­ре­чис­лен­ных выше | 0 |
| **Максимальный балл** | **4** |

Най­ди­те все зна­че­ния *a* , при каж­дом из ко­то­рых урав­не­ние имеет един­ствен­ный ко­рень.

**Решение.**

За­пи­шем урав­не­ние в виде . Рас­смот­рим две функ­ции: и Гра­фи­ком функ­ции яв­ля­ет­ся по­лу­окруж­ность ра­ди­у­са с цен­тром в точке , ле­жа­щая в верх­ней по­лу­плос­ко­сти *(см. рис.)*. При каж­дом зна­че­нии *а* гра­фи­ком функ­ции яв­ля­ет­ся пря­мая с уг­ло­вым ко­эф­фи­ци­ен­том *—а,* про­хо­дя­щая через точку .



Урав­не­ние имеет един­ствен­ный ко­рень, если гра­фи­ки функ­ций и имеют един­ствен­ную общую точку: либо пря­мая ка­са­ет­ся по­лу­окруж­но­сти, либо пе­ре­се­ка­ет её в един­ствен­ной точке.

Ка­са­тель­ная МС, про­ведённая из точки М к по­лу­окруж­но­сти, имеет уг­ло­вой ко­эф­фи­ци­ент, рав­ный нулю, то есть приис­ход­ное урав­не­ние имеет един­ствен­ный ко­рень. При пря­мая не имеет общих точек с по­лу­окруж­но­стью.

Пря­мая *MA,* за­дан­ная урав­не­ни­ем , про­хо­дит через точки исле­до­ва­тель­но, её уг­ло­вой ко­эф­фи­ци­ент 

При пря­мая, за­дан­ная урав­не­ни­ем имеет две общие точки с по­лу­окруж­но­стью. Пря­мая *MB,* за­дан­ная урав­не­ни­ем про­хо­дит через точки и сле­до­ва­тель­но, её уг­ло­вой ко­эф­фи­ци­ентПри пря­мая, за­дан­ная урав­не­ни­ем имеет уг­ло­вой ко­эф­фи­ци­ент боль­ше, чем у пря­мой *MA* и не боль­ше, чем у пря­мой *MB*, и пе­ре­се­ка­ет по­лу­окруж­ность в един­ствен­ной точке. По­лу­ча­ем, что приис­ход­ное урав­не­ние имеет един­ствен­ный ко­рень. При пря­мая не имеет общих точек с по­лу­окруж­но­стью.

Ответ: 

**Задание С7**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оце­ни­ва­ния вы­пол­не­ния задания** | **Баллы** |
| Верно по­лу­че­ны все пе­ре­чис­лен­ные (см. кри­те­рий на 1 балл) результаты | 4 |
| Верно по­лу­че­ны три из пе­ре­чис­лен­ных (см. кри­те­рий на 1 балл) результатов | 3 |
| Верно по­лу­че­ны два из пе­ре­чис­лен­ных (см. кри­те­рий на 1 балл) результатов | 2 |
| Верно по­лу­чен один из сле­ду­ю­щих результатов: — обоснованное ре­ше­ние п. а; — обоснованное ре­ше­ние п. б; — обоснованная оцен­ка ко­ли­че­ства за­ду­ман­ных чисел в п. е; — оба на­бо­ра за­ду­ман­ных чисел в п. в | 1 |
| Решение не со­от­вет­ству­ет ни од­но­му из критериев, пе­ре­чис­лен­ных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

а) Чему равно число спо­со­бов за­пи­сать число 1292 в видегде числа  — целые, 

б) Су­ще­ству­ют ли 10 раз­лич­ных чисел таких, что их можно пред­ста­вить в видегде числа  — целые, ровно 130 спо­со­ба­ми?

в) Сколь­ко су­ще­ству­ет чисел N таких, что их можно пред­ста­вить в видегде числа  — целые, ровно 130 спо­со­ба­ми?

**Решение.**

Каж­дое число од­но­знач­но пред­став­ля­ет­ся в виде где иЗна­чит, для каж­до­го пред­став­ле­ния не­ко­то­ро­го числа в виде имеет место един­ствен­ное пред­став­ле­ние в виде где и  — про­из­воль­ные целые числа от 0 до 9999. Число спо­со­бов за­пи­сать число в виде равно числу спо­со­бов за­пи­сать число в виде 

а) Для пред­став­ле­ния числа 1292 в виде в ка­че­стве можно взять любое целое число от 0 до 129. При этом опре­де­ле­но од­но­знач­но. Таким об­ра­зом, ис­ко­мое число спо­со­бов равно 130.

б) По­вто­ряя рас­суж­де­ния преды­ду­ще­го пунк­та, не­слож­но по­ка­зать, что каж­дое из чисел от 1290 до 1299 пред­ста­ви­мо в тре­бу­е­мом виде ровно 130 спо­со­ба­ми.

в) Рас­смот­рим пред­став­ле­ние не­ко­то­ро­го числа в видегде и  — не­ко­то­рые целые числа от 0 до 9999. Пред­ста­вим в виде где  — цифра еди­ниц числа а  — не­ко­то­рое целое число от 0 до 999. Тогда вы­пол­не­но:



Найдём все числа пред­ста­ви­мые ровно 130 спо­со­ба­ми в виде где  — не­ко­то­рое целое число от 0 до 9999, а — не­ко­то­рое целое число от 0 до 999.

Пусть для не­ко­то­ро­го числа пред­став­ле­ния и та­ко­вы, что — наи­мень­шее воз­мож­ное , а  — наи­боль­шее воз­мож­ноеТогда или иначе бы было пред­став­ле­ние Ана­ло­гич­но, или 

За­ме­тим, что для лю­бо­го це­ло­го та­ко­го, что име­ет­ся пред­став­ле­ние по­сколь­ку Таким об­ра­зом, ко­ли­че­ство пред­став­ле­ний равноЕсли или то пред­став­ле­ний боль­ше. Зна­чит, или илигде  — про­из­воль­ная цифра. Таким об­ра­зом, ис­ко­мое ко­ли­че­ство чисел равно 20.

Ответ: а) 130; б) да; в) 20.