***Конспект занятия по теме «Производная и ее применение»***

Цели: 1. Обобщение и систематизация знаний и способов деятельности по теме «Производная»; формирование умений решать задачи с параметрами.

 2.Развитие исследовательской и познавательной деятельности.

 3. Воспитание интереса к предмету через содержание учебного материала; развитие таких качеств характера, как настойчивость в достижении цели, силы воли, умение не растеряться в проблемной ситуации.

Тип урока: систематизация и обобщение изученного материала.

Ход урока

I.Организационный момент, сообщение учащимся цели урока.

II.Актуализация знаний учащихся.

1. Найти производные функций: у = х4 + 3х2–12, у = ln(x–1);
2. В чем заключается геометрический смысл производной?
3. Написать уравнение касательной к графику функции у = f(x) в точке с абсциссой х0.
4. Рассказать, как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке [*a;b*].
5. При каком условии функция непрерывно возрастает на всей числовой прямой?

III.Проверка домашнего задания:

1. Построить график функции *y=*$ \frac{1}{4}$*x4-* $\frac{2}{3}x$3 - $\frac{3}{2}$*x2+2.*

Ученики сверяют свои графики с графиком, заранее построенном на доске (или через проектор)



Используя график, решите задачу «Сколько действительных корней имеет уравнение *y=*$ \frac{1}{4}$*x4-* $\frac{2}{3}x$3 - $\frac{3}{2}$*x2+2=а* при различных значениях параметра *а*»?

С помощью рисунка ученики отвечают на вопрос задачи.

Ответ: при *а*<-9$\frac{1}{4}$ –нет корней;

 при *а* = -9$\frac{1}{4}$ - один корень;

 при 9$\frac{1}{4}$ < *а*<$ 1\frac{5}{12}$, *а*>2 – два корня;

 при *а =* $1\frac{5}{12}$, *а* = 2 – три корня;

 при $1\frac{5}{12}$ < *a* < 2 – четыре корня.

1. При каких значениях параметра *а* прямая *у=ах-2* является касательной к графику функции *у=1+lnx*?

Решение задачи рассказывает ученик, вызванный к доске.

Решение.

Для того, чтобы прямая *у=кх+b* была касательной к графику функции *y=f(x),* необходимо и достаточно существование хотя бы одного числа *х*, для которого выполняется система $\left\{\begin{array}{c}f ʹ\left(х\_{0}\right)=k,\\kх\_{0}+b=f\left(х\_{0}\right).\end{array}\right.$

Записав условие касания $\left\{\begin{array}{c}\frac{1}{x\_{0}}=a,\\aх\_{0}-2=1+lnх\_{0},\end{array}\right.$

 получим $\left\{\begin{array}{c}х\_{0}=е^{-2}\\a=е^{2}.\end{array}\right.^{'}$

Ответ: при *а=*е2*.*

III. Решение задач.

1.При каких значениях параметра *а* функция *f(x)=ax3-6x2+4x+7* имеет одну стационарную точку?

Решение.

D(f) = R.

Стационарные точки – это точки, в которых производная равна нулю.

 fʹ(*x*)= 3*ax*2 -12*x*+4,

 3*ax*2 -12*x*+4=0,

при *а*≠0: D1=36-12*a*=0, *a*=3;

при *а*=0: 12*x*+4=0, *х* =$ \frac{1}{3}$.

Ответ: при *а*=0, *а*=3.

2.Выяснить, при каких значениях параметра *а* наименьшее значение функции *y=x2-12x+a* на отрезке $[1;3]$ равно нулю.

Решение.

Функция непрерывна на [1;3] и дифференцируема на (1;3).

Найдем стационарные точки:уʹ(х) =3х2-12, 3х2-12 =0, х=-2;-2 $\notin \left(1;3\right).$

Найдем значения функции на концах отрезка и в стационарной точке: у(1) = *а* – 11;

у(3)=*а-*16; у(2) = *а*-9; *а*-16 – наименьшее значение функции, следовательно, *а*-16 = 0, *а*=16.

Ответ: при *а* =16.

3. Найти все такие значения параметра *а,* при которых касательная к графику функции у = х7 в точке х0 = *а* и касательная к графику функции у = х8 в точке х0=*а* не пересекаются.

Решение.

Так как прямые не пересекаются, то они параллельны или совпадают, то есть их угловые коэффициенты равны. Составим уравнения касательных к графикам данных функций в точке х0 = *а*:

а) у ʹ(х) = 8х7, уʹ(*а*) = 8*а*7, у(*а*) = *а*8, у = *а*8 + 8*а*7 (*х* – *а)*, у = 8*а*7*х* – 7*а*8;

б) у ʹ(х) = 7х6, уʹ(*а*) = 7*а*6, у(*а*) = *а*7, у = *а*7 + 7*а*6 (*х* – *а)*, у = 7*а*6*х* – 6*а*7.

Имеем: 8*а*7 = 7*а*6,

 *а*6 (8*а* – 7) = 0, *а =*0 или *а* = $\frac{7}{8}$.

Ответ: при *а* = 0; $\frac{7}{8}$.

4.При каких значениях параметра *а* функция возрастает на всей числовой прямой, если у = (*а*2- 1)*х*3/3 + (*а* – 1)*х*2 + 2*х +* 1?

Решение.

D(у) = R.

Чтобы функция возрастала на всей числовой прямой, ее производная должна быть больше нуля для всех действительных значений х.

Найдем производную функции: уʹ(х) = ( *а*2 – 1)*х*2 + 2(*а –* 1*)х* +2 и решим неравенство

(*а*2 – 1)*х*2 + 2(*а –* 1*)х* +2 $>$ 0. Это неравенство верно для всех х $\in $ R, если *а*2 – 1$>$ 0 и дискриминант уравнения ( *а*2 – 1)*х*2 + 2(*а –* 1*)х* +2=0 меньше нуля.

 D = ( *а* – 1)2 - 2(*а*2 *–* 1*)* = -*а*2 – 2*а*  + 3,

 *а*2 – 2*а*  + 3 < 0,

 *а*2 + 2*а*  -3 > 0.

Решая данное неравенство и учитывая решение неравенства *а*2 – 1$>$ 0, получаем:

*а*$ \in $(-$\infty $;-3) $∪$ (1; +$\infty $).

Рассмотрим случай, когда *а*2 – 1$=$ 0. Имеем *а =-*1 или *а* =1.

Если *а = -*1*,* то *-*4*х* + 2 >0, *x* <$ \frac{1}{2}$ - не удовлетворяет условию задачи.

Если *а* = 1, то 2 *>*0 – неравенство верно для всех *х* $\in $R.

Ответ.$ $(-$\infty $;-3) $∪$ [1; +$\infty $).

IV.Задание на дом.

1. При каких значениях параметра *а* функция возрастает на всей числовой прямой, если у=*ах*2 + 3*ах*2 + 6*х* + 7?
2. Выяснить, при каких значениях параметра *а* наименьшее значение функции *y=x3-3x+a* на отрезке $[-2;0]$ равно 5.
3. Выяснить, при каких значениях параметра *а* точка *х0* = *а* является точкой минимума функции у = 2*х*3*-* 3*(а* +1)*х*2 + 6*ах* – 1.

V.Подведение итогов занятия.