 Министерство образования и науки Самарской области

**Государственное бюджетное образовательное учреждение**

**среднего профессионального образования**

**«Чапаевский химико-технологический техникум»**

**Методические указания по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Элементы высшей математики»**

**Разработал: Гущина В.А.**

|  |  |
| --- | --- |
| Автор: | Гущина Виолетта Александровна, преподаватель математики ГБОУ СПО «ЧХТТ» |
|  |  |

Аннотация:

Методические указания представляют собой разработку практических занятий по учебной дисциплине «Элементы высшей математики» Практические занятия представляют собой, занятия по выполнению различных заданий, образцы которых были даны на теории. В итоге у каждого студента должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи.

Методические указания предназначены для студентов и содействуют выработке умений и навыков применения знаний, полученных на теории и в ходе самостоятельной работы.

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1**

**Тема: Операции над матрицами, вычисление определителей**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут выполнить операции над матрицами, вычислить определитель

**2. Пояснения к работе**

*Определение:* матрицей размера называетсяпрямоугольная таблица чисел

, состоящая из – строк и столбцов.

*Определение:* если , то матрица называется квадратной матрицей го порядка.

Обозначение:кратко матрицы обозначают .

*Определение:* матрица A’ называется транспонированной к, если она получена из заменой строк столбцами.

Обозначим через - множество матриц размера .

*Определение:* две матрицы называются равными, если равны их элементы, стоящие на одинаковых местах, т.е. для .

*Определение:* суммой матриц называется матрица такая, что любой элемент этой матрицы равен сумме соответствующих элементов матриц и . Т.е. ,

*Замечание:* сложение матриц коммутативно и ассоциативно.

*Определение:* произведением матрицы на число называется матрица Dтакая, что любой ее элемент равен произведению числа на соответствующий элемент матрицы .

*Определение:* матрица называется нулевой, если все ее элементы равны 0.

*Замечание: .*

Рассмотрим матрицы: размера и размера .

*Определение:* произведением матриц назовем матрицу размера ,элементы которой определяются по правилу:

*.* Т.е. элемент равен сумме произведений элементов ой строки матрицы на соответствующие элементы го столбца матрицы .

*Замечание:* умножение матриц некоммутативно, даже если определены оба произведения

и . Умножение матриц ассоциативно.

*Пример:* вычислить , где .

*Определение:*определителем квадратной матрицы порядка называется алгебраическая сумма членов, каждый из которых равен произведению элементов, взятых по одному и только по одному из каждой строки и каждого столбца матрицы . Знак члена определителя определяется , где число инверсий в перестановке вторых индексов элементов, если первые индексы элементов идут в естественном порядке.

Обозначение:

, , где суммирование ведется по всем перестановкам из чисел 1,2,…,; - число инверсий в перестановке .

*Определение:* инверсией в перестановке называется такое взаимное расположение двух чисел, когда большее число стоит впереди меньшего.

*Замечание:* для определителей 2-го и 3-го порядков есть более простые определения.

.

*Пример 1*: .

*Пример 2*:

Свойства определителей:

1. значение определителя не изменится, если его матрицу транспонировать (равноправие строк и столбцов определителя);

Дальнейшие свойства сформулированы для строк определителя, но они будут верны и для его столбцов.

2. если в строке определителя есть общий множитель, то его можно вынести за знак определителя;

3. если поменять местами две строки определителя, то он изменит только знак;

4. определитель не изменится, если к элементам какой-либо строки прибавить соответствующие элементы другой строки, умноженные на любое число, отличное от нуля;

5. Если все элементы какой-либо строки определителя равны сумме двух слагаемых, то определитель равен сумме двух определителей. У одного из них элементами этой строки являются первые слагаемые, а у другого – вторые, все остальные элементы – без изменения;

6.определитель равен нулю, если имеет нулевую строку; две равные строки; какая-либо строка является линейной комбинацией других строк;

7. определитель, у которого все элементы, расположенные выше или ниже главной диагонали, равны 0, равен произведению диагональных элементов;

*Определение:* минором элемента назовем определитель -го порядка, который получается из данного определителя вычеркиванием ой строки и го столбца.

Обозначение:

*Определение:* алгебраическим дополнением элемента назовем его минор со знаком . Обозначение: .

8. если все элементы ой строки, кроме , равны 0, то определитель равен произведению этого элемента на его алгебраическое дополнение .

9. определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки на их алгебраические дополнения . Эта операция называется разложением определителя по строке.

10. сумма произведений элементов какой-либо строки определителя на алгебраические дополнения элементов другой строки равна 0.

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

Задача 1. Выполните действия с матрицами:

Задача 2. Вычислить определитель

Задача 3. Вычислить определитель и, используя формулы тригонометрии упростить его

Задача 4. В результате применения каких из свойств определителей 3-го порядка были получены следующие равенства:

Вариант 2.

Задача 1. Выполните действия с матрицами:

Задача 2. Вычислить определитель

Задача 3. Вычислить определитель и, используя формулы тригонометрии упростить его

Задача 4. В результате применения каких из свойств определителей 3-го порядка были получены следующие равенства:

Вариант 3.

Задача 1. Выполните действия с матрицами:

Задача 2. Вычислить определитель

Задача 3. Вычислить определитель

Задача 4. В результате применения каких из свойств определителей 3-го порядка были получены следующие равенства:

Вариант 4.

Задача 1. Выполните действия с матрицами:

Задача 2. Вычислить определитель

Задача 3. Не вычисляя, показать, что определитель равен 0



Задача 4. В результате применения каких из свойств определителей 3-го порядка были получены следующие равенства:

Вариант 5.

Задача 1. Выполните действия с матрицами:

Задача 2. Вычислить определитель

Задача 3. Вычислить определитель и, используя формулы тригонометрии упростить его

Задача 4. В результате применения каких из свойств определителей 3-го порядка были получены следующие равенства:

Вариант 6.

Задача 1. Выполните действия с матрицами:

Задача 2. Вычислить определитель

Задача 3. Вычислить определитель и упростить его

Задача 4. В результате применения каких из свойств определителей 3-го порядка были получены следующие равенства:

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2**

**Тема: Нахождение обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут найти обратную матрицу, вычислить ранг матрицы

**2. Пояснения к работе**

*Определение* квадратная матрица порядка называется обратимой или невырожденной, если для нее существует квадратная матрица порядка такая, что их произведение равно единичной матрице .

*Определение:* матрица называется обратной к матрице . Обозначение: .

*Определение:* матрица обратима тогда и только тогда, когда ее определитель .

Обратную матрицу можно найти:

*а) по формуле*

*- матрица присоединенная к матрице .*

алгебраические дополнения элементов матрицы А.

*Пример:* Найти матрицу обратную к матрице

*Решение:*, т.е. существует

*б) с помощью элементарных преобразований*

*Замечание:* **элементарными преобразованиями матрицы** называются:

1) перестановка строк (столбцов) матрицы;

2) умножение элементов строки (столбца) на число λ≠0;

3) прибавление элементов одной строки (столбца) к соответствующим элементам другой строки (столбца);

4) вычеркивание нулевой строки (столбца) матрицы.

*Замечание:* суть метода элементарных преобразований над *строками* матрицы. К исходной квадратной матрице An справа через разделительную вертикальную черту приписывают единичную матрицу Е того же порядка, что и А, и таким образом получают расширенную матрицу (A|E). Далее, с помощью элементарных преобразований над *строками* приводят матрицу (A|E сначала к ступенчатому виду (А1|B), где А1 – верхняя треугольная матрица, а затем к виду (Е|А−1). Таким образом, имеет место преобразование: (А|Е)⇒(Е|А−1).

*Пример*. Дано: А=. Методом элементарных преобразований над *строками* найти обратную матрицу А−1.

*Решение.* (A|E) =−1 ~  ~ ~ ~  ~ −1 ~

~  ~  ~ ⇒⇒А−1=

Проверка: А−1⋅А = ⋅= = Е

Рассмотрим матрицу размера с действительными элементами. Столбцы матрицы можно рассматривать как -мерные векторы, а строки – как -мерные векторы.

*Определение:* строчечным рангом матрицы называется ранг ее векторов-строк

*Определение:* столбцовым рангом матрицы называется ранг векторов-столбцов.

*Замечание:* эти ранги совпадают, поэтому можно говорить просто о ранге матрицы.

*Определение:* ранг ступенчатой матрицы равен числу ее ненулевых строк.

*Замечание:* С помощью элементарных преобразований матрицу всегда можно привести к ступенчатому виду.

*Пример*. Найти ранг матрицы А=

*Решение*. Элементарными преобразованиями приведем матрицу А к ступенчатому виду.

А= ~  ~  ~

~ = В ⇒r(B) = 3. Так как А~В⇒r(А) = r(B) = 3.

Ответ: r(A) = 3

**3. Содержание работы**

Вариант 1:

Задача 1. Докажите, что данная матрица имеет обратную и найдите её. Выполните проверку.

а) б)

Задача 2. Найти ранг матрицы

А= ; r(A)=?

Вариант 2:

Задача 1. Дана матрица , причем . Докажите, что

Задача 2. Найти ранг матрицы

А= ; r(A)=?

Вариант 3:

Задача 1. Докажите, что матрица имеет обратную. Найдите элементы обратной матрицы. Выполните проверку

Задача 2. Найти ранг матрицы

А=; r(A)=?

Вариант 4:

Задача 1. Докажите, что матрица имеет обратную. Найдите элементы обратной матрицы. Выполните проверку.

Задача 2. Найти ранг матрицы

А= ; r(A)=?

Вариант 5:

Задача 1. Докажите, что матрица имеет обратную. Найдите элементы обратной матрицы. Выполните проверку.

Задача 2. Найти ранг матрицы

А=; r(A)=?

Вариант 6:

Задача 1. Дана матрица ,найти обратнуюи выполните проверку.

Задача 2. Найти ранг матрицы

А= ; r(A)=?

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

Основная:

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3**

**Тема: Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут найти решение линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса

**2. Пояснения к работе**

*Определение:* системой линейных уравнений с неизвестными над полем называется система вида

*,*где

*Определение:* решением системы линейных уравнений называется упорядоченная совокупность чисел поля , которая является решением каждого уравнения системы.

*Определение:* система линейных уравнений с неизвестными называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение и несовместной, если решений нет.

*Определение:* две системы линейных уравнений с неизвестными называется равносильными, если множества их решений совпадают.

*Определение:* элементарными преобразованиями системы уравнений называются такие преобразования, которые приводят ее к равносильной системе*.*

*Теорема:* элементарными преобразованиями системы уравнений являются:

1) перемена местами уравнений системы;

2) умножение какого-либо уравнения на число, отличное от нуля;

3) прибавление к одному уравнению системы другого уравнения, умноженного на число, отличное от нуля;

4) исключение из системы уравнения с нулевыми коэффициентами и нулевым свободным членом.

*Замечание:* решение систем линейных уравнений **методом Гаусса** заключается в приведении ее с помощью элементарных преобразований к ступенчатому виду.

*Определение:* ведущим коэффициентом уравнения называется первый отличный от нуля коэффициент.

*Замечание:* система линейных уравнений называется ступенчатой, если

1) уравнения с нулевыми коэффициентами расположены ниже всех уравнений, имеющих ненулевые коэффициенты;

2) если - ведущие коэффициенты уравнений, то .

*Пример:* решить систему уравнений методом Гаусса

*Решение:* с помощью элементарных преобразований приведем систему уравнений к ступенчатому виду. Первое уравнение умножим на (-2) и прибавим ко второму, затем умножим его на (-3) и прибавим к третьему. Получим систему уравнений

, которая равносильна системе уравнений (1).

Умножим второе уравнение системы (2) на (-2) и прибавим к третьему уравнению. Получим систему уравнений

, которая равносильна системе (2), а значит и системе (1).

Система уравнений (3) имеет ступенчатый вид. Причем число ее уравнений равно числу неизвестных. Говорят, что система уравнений (3) имеет вид «треугольника». Из третьего уравнения находим, что , из второго уравнения, что , из первого, что

Ответ: система уравнений имеет единственное решение (-5,6,0).

*Замечание:* вместо преобразования системы уравнений можно преобразовывать строки ее расширенной матрицы, т.е. матрицы элементами которой являются коэффициенты и свободные члены системы уравнений.

б) ***Формулы Крамера***

Дана система уравнений

– матрица системы уравнений.- определитель матрицы .

*Замечание:* если , то система уравнений имеет единственное решение, которое можно найти по формулам Крамера: , где - определитель, который получается из определителя заменой i-го столбца столбцом свободных членов.

*Пример:* решить систему уравнений методом Крамера

*Решение:*

Ответ: (.

*Замечание:* если , а из определителей хотя бы один не равен нулю, то система уравнений несовместна.

**3. Содержание работы**

Вариант 1:

Задача 1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и выполнить проверку.

Задача 2.Решите систему уравнений методом Гаусса

Вариант 2:

Задача 1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и выполнить проверку.

Задача 2.Решите систему уравнений методом Гаусса

Вариант 3:

Задача 1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и выполнить проверку.

Задача 2.Решите систему уравнений методом Гаусса

Вариант 4:

Задача 1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и выполнить проверку.

Задача 2.Решите систему уравнений методом Гаусса

Вариант 5:

Задача 1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и выполнить проверку.

Задача 3.Решите систему уравнений методом Гаусса

Вариант 6:

Задача 1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и выполнить проверку.

Задача 2.Решите систему уравнений методом Гаусса

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

Основная:

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4**

**Тема: Операции над векторами. Вычисление модуля и скалярного произведения.**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут выполнить операции над векторами, вычислить модуль, скалярное произведение

**2. Пояснения к работе**

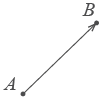
*Замечание:*Физические величины, имеющие не только абсолютное значение, но и направление, называются векторными.

*Пример:* Скорость, сила, ускорение — векторы.

*Обозначение: .*

*Пример:* Автомобиль движется из A в B. Конечный результат — его перемещение из точки A в точку B, то есть перемещение на вектор .

*Замечание: -* начало, - конец.



*Определение:* длиной вектора называется длина этого отрезка. Обозначение: .

*Замечание:* сравнивать можно только длины векторов.

*Определение:* равными называются векторы, имеющие одинаковые длины и одинаковое направление.

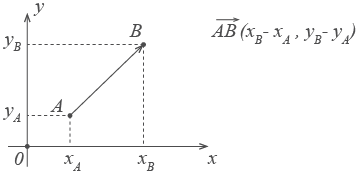
*Замечание:* это значит, что вектор можно перенести параллельно себе в любую точку плоскости.  
*Определение:* единичным называется вектор, длина которого равна 1.

*Определение:* нулевым — вектор, длина которого равна нулю, то есть его начало совпадает с концом.

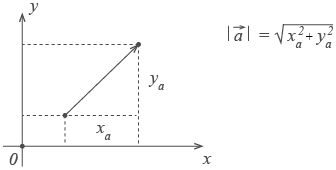
*П*ример: точка

*Определение:*разложение векторав базисе имеет вид , где единичный вектор на оси , а -единичный вектор на оси . Числа , называются координатами вектора в базисе .

*Определение:* если начало вектора находится в точке, а конец – в точке , то разложение вектора записывается в виде



*Определение:* если координаты вектора заданы, его длина находится по формуле

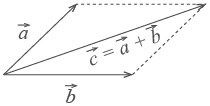


*Определение:* находится по формуле

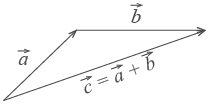
Операции над векторами:

1. Сложение векторов.

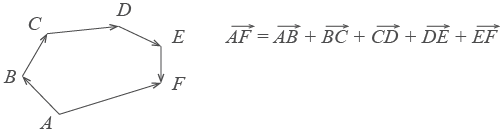
1). *Правило параллелограмма.* Чтобы сложить векторы http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/01.png и http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/02.png, помещаем начала обоих в одну точку. Достраиваем до параллелограмма и из той же точки проводим диагональ параллелограмма. Это и будет сумма векторов http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/01.png и http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/02.png.



2). Второй способ сложения векторов — *правило треугольника.* Возьмем те же векторы http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/01.png и http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/02.png. К концу первого вектора пристроим начало второго. Теперь соединим начало первого и конец второго. Это и есть сумма векторов http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/01.png и http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/02.png.



3). *Правило многоугольника.*По тому же правилу можно сложить и несколько векторов. Пристраиваем их один за другим, а затем соединяем начало первого с концом последнего.



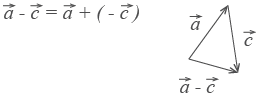
Представьте, что вы идете из пункта А в пункт В, из В в С, из С в D, затем в Е и в F. Конечный результат этих действий — перемещение из А в F.

2.Вычитание векторов

Вектор  направлен противоположно вектору . Длины векторов  и  равны.

http://ege-study.ru/materialy-ege/vektory-na-ege-po-matematike-v-zadache-v6-dejstviya-nad-vektorami/pict_vectors/17.png

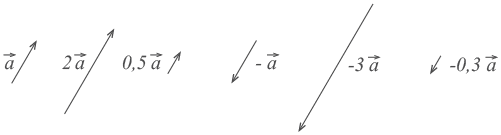
Разность векторов  и  — это сумма вектора  и вектора .



3. Умножение вектора на число

При умножении вектора  на число k получается вектор, длина которого в k раз отличается от длины .

*Замечание:* он сонаправлен с вектором , если k больше нуля, и направлен противоположно , если k меньше нуля.



Правила действий над векторами, заданными своим координатами.

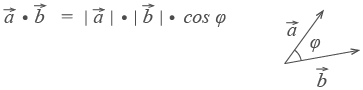
1) координаты суммы двух (или более) векторов равны суммам соответствующих координат слагаемых , т.е. ;

2) координаты разности двух (или более) векторов равны разностям соответствующих координат этих векторов , т.е. ;

3) координаты произведения вектора на число равны произведениям соответствующих координат данного вектора на это число, т.е.

4. Скалярное произведение векторов

*Определение:* Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.



*Замечание:*в результате скалярного произведения получается скалярто есть число.

*Замечание:* если векторы перпендикулярны, их скалярное произведение равно нулю.   
*Определение:* выражение скалярного произведения через координаты векторов :

*Замечание:* Из формулы для скалярного произведения можно найти угол между векторами:

**Формулы аналогичны и для векторов в пространстве.**

разложение вектора записывается в виде

;

**3. Содержание работы**

Задача 1. В правильном тетраэдре с ребром, равным 1, найти скалярное произведение: а) ; б) , где , –середины соответственно ребер и .

Задача 2. Доказать, что если длины ненулевых векторов и равны, то векторы и перпендикулярны.

Задача 3. Найдите периметр треугольника , образованного векторами , если

Задача 4. Найдите точку пересечения медиан треугольника, если его вершинами служат точки

Задача 5. Даны векторы , Найдите скалярное произведение суммы двух первых векторов на третий.

Задача 6. Найдите угол между векторами: 1) и ;

2) и ; 3) и , если и

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

Основная:

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5**

**Тема: Составление уравнений прямых и кривых второго порядка, их построение**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут составлять уравнения прямых и кривых второго порядка, а также их построить

**2. Пояснения к работе**

*Определение:* уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно вектору, имеет вид и называется векторно-параметрическим уравнением прямой.

*Замечание:* - радиус вектор любой точкипрямой; - радиус вектор точки ; -параметр, принимающий всевозможные действительные значения. Вектор называется направляющим вектором прямой, а его координаты – направляющими коэффициентами прямой.

*Определение:* параметрическое уравнение прямой имеет вид

*Определение:* канонические уравнения прямой имеет вид

*Определение:* уравнения прямой, проходящей через две точки и имеют вид

*Определение:*общие уравнения прямойимеют вид:

Задача:Составить уравнения прямой, проходящей через точку и параллельной вектору .

Решение: найдем канонические уравнения прямой:

Если эти уравнения записать в виде системы, то получим общие уравнения прямой:

.

Задача: Составить уравнения прямой, параллельной оси Ох и проходящей через точку .

Решение:направляющий вектор прямой коллинеарен оси ; следовательно, его проекции на оси , равны нулю. Вектор может иметь любое из двух возможных направлений и любую длину. Примем и выберем направление, совпадающее с положительным направлением оси ; тогда . Составим канонические уравнения прямой: .

Общие уравнения прямой имеют вид

*Определение:* окружностью называется множество всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки этой плоскости, называемой центром.

*Определение:* уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом имеет вид .

*Определение:* уравнение окружности с центром в точке и радиусом имеет вид .

*Определение:* уравнение окружности в общем виде постоянные коэффициенты.

Задача: составить уравнение окружности с центром в точке (5;-7) и проходящей через точку (2;-3).

Решение: найдем радиус окружности как расстояние от центра до данной ее точки: . Теперь в уравнение подставим координаты центра и найденную величину радиуса: .

*Определение:* эллипсом называется множество всех точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная , большая расстояния между фокусами .

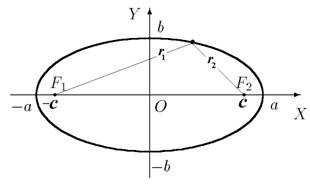
*Определение:* уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси , имеет вид

длина большой полуоси; длина малой полуоси.

Зависимость между параметрами выражается соотношением .

*Определение:* эксцентриситетом эллипса называется отношение фокусного расстояния к большой оси :.

*Замечание:*если фокусы эллипса лежат на оси , то его уравнение имеет вид



Задача: составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках , , а фокусы – в точках ,.

Решение: из условия следует, что . По формуле находим . Подставив значения и в уравнения, получим

*Определение:* гиперболой называется множество точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная , меньшая расстояния между фокусами .

*Определение:* уравнение гиперболы, фокусы которого лежат на оси , имеет вид

длина действительной полуоси; длина мнимой полуоси.

Зависимость между параметрами выражается соотношением .

*Определение:* эксцентриситетом гиперболы называется отношение фокусного расстояния к ее действительной оси:.

*Замечание:* гипербола имеет две асимптоты, уравнения которых

*Замечание:* если действительная и мнимая оси гиперболы равны (, то гипербола называется равносторонней. Уравнение равносторонней гиперболы записывается в виде . Уравнения асимптот

*Замечание:*если фокусы гиперболы лежат на оси , то его уравнение имеет вид

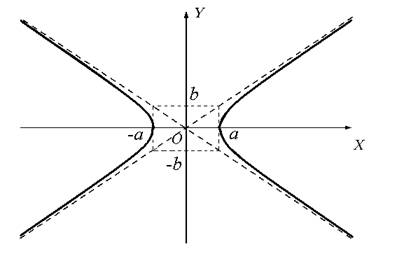
. Уравнения асимптот .

*Замечание:* уравнение равносторонней гиперболы с фокусами на оси имеет вид

.

Задача:составить уравнение гиперболы, если его вершины находятся в точках , , а фокусы – в точках ,.

Решение: из условия следует, что . По формуле находим . Подставив значения и в уравнения, получим



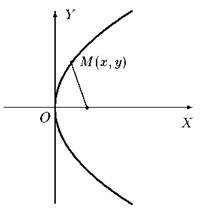
*Определение:* параболой называется множество точек на плоскости, равноудаленных от данной точки, называемой фокусом, и от данной прямой, называемой директрисой.

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось и ветви направлены вправо, имеет вид , где (параметр параболы) – расстояние от фокуса до директрисы. Уравнение ее директрисы .

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось и ветви направлены влево, имеет вид , где (параметр параболы) – расстояние от фокуса до директрисы. Уравнение ее директрисы .

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось и ветви направлены вверх, имеет вид , где (параметр параболы) – расстояние от фокуса до директрисы. Уравнение ее директрисы .

*Определение:*уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось и ветви направлены вниз, имеет вид , где (параметр параболы) – расстояние от фокуса до директрисы. Уравнение ее директрисы .



Задача: составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, если ее фокус находится в точке .

Решение: фокус параболы лежит на положительной полуоси , следовательно, уравнение параболы имеет вид . Так как координаты фокуса , то , откуда . Подставив значение в уравнение получим .

Задача: составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, если ее директрисой служит прямая .

Решение: Расстояние директрисы от начала координат равноследовательно, , т.е. Уравнение параболы имеет вид , так как абсцисса директрисы отрицательна. Подставив значение в уравнение получим .

**Парабола со смещенной вершиной**

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в точке , с осью симметрии, параллельной оси , и ветвями, направленными вправо, имеет вид

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в точке , с осью симметрии, параллельной оси , и ветвями, направленными влево, имеет вид

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в точке , с осью симметрии, параллельной оси , и ветвями, направленными вверх, имеет вид .

*Определение:* уравнение параболы с вершиной в точке , с осью симметрии, параллельной оси , и ветвями, направленными вниз, имеет вид .

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

Задача 1. Составьте канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку параллельно вектору .

Задача 2. Составьте уравнение эллипса с фокусами на оси , если расстояние между фокусами равно 20,а эксцентриситет равен .

Задача 3. Дана гипербола . Найдите его эксцентриситет.

Задача 4. Дана парабола . Составьте уравнение ее оси.

Задача 5. Дана парабола . Составьте уравнение ее директрисы.

Вариант 2.

Задача 1. Составьте канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки .

Задача 2. Дан эллипс . Найдите его эксцентриситет.

Задача 3. Составьте уравнение гиперболы с фокусами на оси , зная расстояние между фокусами и уравнения ее асимптот .

Задача 4. Дана парабола . Составьте уравнение ее оси.

Задача 5. Дана парабола . Составьте уравнение ее директрисы.

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6**

**Тема: Вычисление пределов с помощью замечательных пределов, раскрытие неопределенности**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять пределы, с помощью замечательных пределов

**2. Пояснения к работе**

***Предел рациональной функции***

*Определение:* Целой рациональной функциейназывается функция вида

*Теорема* 1.Предел целой рациональной функции при , равен значению этой функции в точке , т.е..

Задача.Вычислить

Решение.функция целая рациональная, значит по теореме 1 предел функции равен значению функции в точке . Имеем

***Предел дробно-рациональной функции***

*Определение:* дробно-рациональной функциейназывается функция вида

, где –целые рациональные функции.

*Теорема 2*: предел дробно-рациональной функции при, если при этом знаменатель не обращается в нуль, равен значению функции в точке , т.е.

Задача. Вычислить .

Решение. Так как в точке знаменатель ,то по теореме 2 предел равен значению функции в точке . .

*Определение:* функция называется бесконечно малой при, если

.

*Определение:*функция называется бесконечно большой при, если

.

*Теорема 3*: отношение функции, имеющий конечный предел при , не равный нулю, к функции бесконечно малой при есть величина бесконечно большая.

Задача. Вычислить

Решение.предел знаменателя в точке равен нулю, поэтому теорема 2 не применима. Найдем отдельно предел числителя и предел знаменателя при .

, .

Предел числителя конечен, предел знаменателя равен нулю, используя теорему 3, получим.

***Раскрытие неопределенности вида***

*Замечание:*этим термином обозначается предел отношения двух бесконечно малых функций. Процесс вычисления предела называется раскрытием неопределенности. Для этого удобно числитель и знаменатель разложить на множители.

Задача. Вычислить .

***Пределы на бесконечность***

*Определение:* предел целой рациональной функции приравен .

*Теорема 4:* отношение функции, имеющий конечный предел при к функции бесконечно большой, есть величина бесконечно малая.

Задача. Вычислить

Решение. Предел числителя равен 5, предел знаменателя равен,т.е. имеем отношение конечного предела к функции бесконечно большой, поэтому, применив теорему 4 получим .

*Замечание:* неопределенность вида означает отношение двух бесконечно больших функций. Для ее раскрытия делят на старшую степень.

Задача. Вычислить

Предел дробно-рациональной функции при равен

1) 0, если степень числителя ниже степени знаменателя;

2) отношению коэффициентов при старших степенях , если степени числителя и знаменателя равны;

3), если степень числителя выше степени знаменателя.

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.

Вариант 2.

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.

Вариант 3.

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.

Вариант 4.

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.

Вариант 5.

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7**

**Тема: Вычисление односторонних пределов, классификация точек разрыва**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять односторонние пределы, а также классифицировать точки разрыва.

**2. Пояснения к работе**

*Определение*: если функция при имеет разрыв, то для выяснения характера разрыва следует найти предел функции прислева и справа.

В зависимости от характера поведения функции в окрестности точки разрыва различают два основных вида разрывов:

1) разрыв Iрода – в этом случае существуют конечные пределы и ;

2) разрыв IIрода – в этом случаехотя бы один из пределов и не существует или бесконечен.

Задача. Для заданных функций найти точки разрыва и исследовать их характер:

1) ; 2) .

Решение. 1) Данная функция определена при всех значениях , кроме . Так как эта функция является элементарной, то она непрерывна в каждой точке своей области определения. Таким образом, единственной точкой разрыва служит точка . Для исследования характера разрыва найдем левый и правый пределы функции при :

Следовательно, функция в точке имеет бесконечный разрыв, т.е. – точка разрыва IIрода.

2) Здесь функция определена при всех значениях , кроме . Найдем левый и правый пределы функции при :

Так как при , стремящемся к нулю справа, функция имеет бесконечный предел, то точка разрыва IIрода.

**3. Содержание работы**

Задача. Найти точки разрыва и исследуйте их характер для следующих функций:

1); 2) 3)

4) 5) ; 6)

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8**

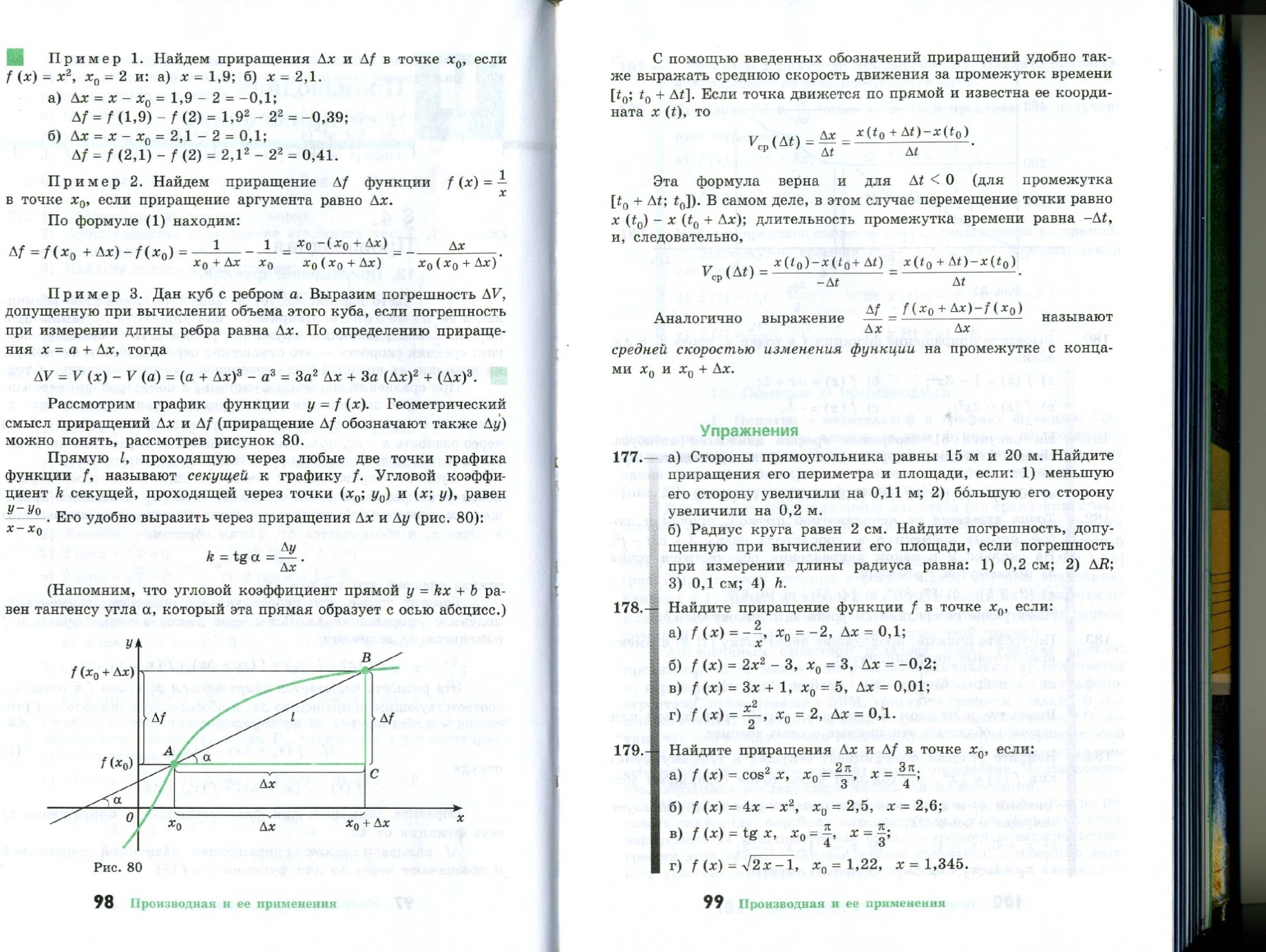
**Тема: Вычисление производных сложных функций**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять производные сложных функций

**2. Пояснения к работе**

*Определение:*Производная функции  в точке  - это предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента при:





*Обозначения:*,  или .

***Правила дифференцирования:***



4.



*Формулы дифференцирования:*



18. 

Сложная функция – это функция от функции .

*Производная сложной функции:*

****

*Пример 1:* Найти производную сложной функции:

1. , 
2. , 
3. , 

*Пример 2:* Найти производную функции , если:

,



**3. Содержание работы**

**Вариант №1 Вариант №2**

1. Найдите производные функций:

*а)*  *а)* 

*б)*   *б)* 

*в)*  *в)* 

1. Найдите , если:

*а)*   *а)* 

*б)*   *б)* 

*в)*   *в)* 

*г)*   *г)* 

*д)*  *д)* 

1. Решите уравнение , если:

*а)*   *а)* 

*б)*  *б)* 

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №9**

**Тема: Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять производные и дифференциалы высших порядков

**2. Пояснения к работе**

*Определение 1:*Производная второго порядка – это производная от производной первого порядка: .

*Определение 2*:Производная *п-*го порядка – это производная от производной порядка: .

Задача:Найти производную четвертого порядка от функции :

Решение:









*Определение:*дифференциалом функции(или дифференциалом первого порядка) называется произведение производной этой функции на произвольное приращение аргумента :

*Замечание:* дифференциал аргумента равен приращению аргумента: . Поэтому дифференциал функции равен произведению ее производной на дифференциал аргумента:

*Определение:* дифференциалом второго порядка называется дифференциал от дифференциала первого порядка: , т.е. дифференциал второго порядка функцииравен произведению второй производной этой функции на квадрат дифференциала аргумента.

Задача. Найти дифференциалы второго порядка следующих функций

1) , 2) .

Решение. 1)

;

2) ; ;

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

1. найти производные второго порядка

2. найти производную -го порядка

3. В момент времени найдите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно по закону: .

4. найдите дифференциалы первого порядка следующих функций

5. найдите дифференциалы второго порядка следующих функций

6. вычислите дифференциал функции при и

Вариант 2.

1. найти производные второго порядка

2. найти производную -го порядка

3. В момент времени найдите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно по закону: .

4. найдите дифференциалы первого порядка следующих функций

5. найдите дифференциалы второго порядка следующих функций

6. вычислите дифференциал функции при и

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №10**

**Тема: Полное исследование функции. Построение графиков**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут провести полное исследование функции

**2. Пояснения к работе**

***Схема исследования функции и построения графика****:*

* 1. Найти область определения функции .
  2. Исследовать функцию на непрерывность. Сделать вывод о существовании асимптот.
  3. Выявить особые свойства функции: четность (нечетность), периодичность.
  4. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.
  5. Исследовать функцию на монотонность и экстремум.
  6. Исследовать функцию на вогнутость, выпуклость и точки перегиба.
  7. Построить график функции.

Задача.Исследовать функцию  и построить ее график:

Решение:

1. .
2. Функция непрерывна, вертикальных асимптот нет.

Наклонных асимптот так же нет, так как .

1. Функция нечетная, т.к. . Следовательно, она симметрична относительно начала координат.
2. Точки пересечения графика с осью *ОХ:*;

Точки пересечения графика с осью *ОY:*.

1. Исследуем функцию на монотонность и точки экстремума:

, 

Функция возрастает на; функция убывает на .

 - точка максимума,  - точка минимума.

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* |  | *-1* |  | *1* |  |
|  | *+* | *0* | *-* | *0* | *+* |
|  | *возраст.* | *2* | *убывает* | *-2* | *возраст.* |
|  | | *макс.* |  | *мин.* |  |

1. Исследуем функцию на вогнутость, выпуклость и точки перегиба:



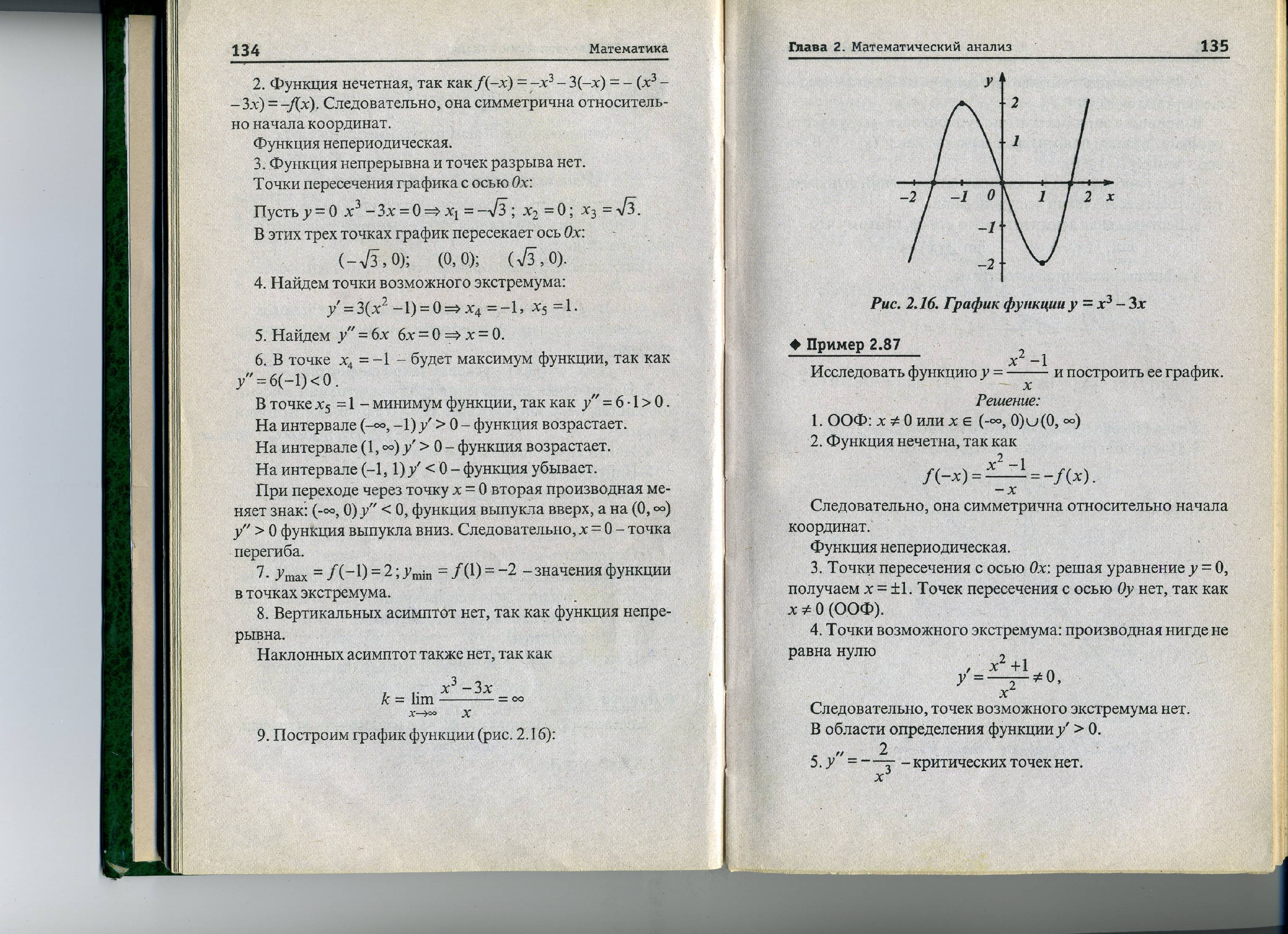
Функция вогнута на, выпукла на .

 - точка перегиба.

Составим таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  | *0* |  |
|  | *-* | *0* | *+* |
|  | *вогнута* | *0* | *выпукла* |
|  | | *перегиб* |  |

1. Построим график функции:

**.**

**3. Содержание работы**

**Вариант №1 Вариант №2**

1.Найдите критические точки функции:

*а) а)*

*б)  б)*

2.Исследуйте функцию на выпуклость:

* *

3.Исследуйте функцию и постройте ее график:

* *

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование ).

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №11**

**Тема: Интегрирование заменой переменной и по частям в неопределенном интеграле**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять неопределенный интеграл методом замены, по частям

**2. Пояснения к работе**

***Формулы интегрирования:***

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 

Задача:Найти неопределенные интегралы:

*а)*.

***Метод подстановки или метод замены переменной.***

Этот метод является одним из наиболее эффективных и распространенных приемов интегрирования, позволяющих во многих случаях упростить вычисление интеграла.

Пусть функция  непрерывна на отрезке . Положим , где функция дифференцируемая на отрезке  и , . Тогда имеет место следующая формула: .

Задача.Найти неопределенные интегралы методом подстановки:

*а)*

*б)*

*в)*

*Замечание:* Этот пример допускает следующий общий вывод:

 или 

***Метод интегрирования по частям.***

Пусть функции  и  определены и непрерывно дифференцируемые функции, то справедлива формула интегрирования по частям:



Чаще всего формула применяется к интегралам вида:

1. , , , где  - многочлен, .

В этих интегралах , , , .

1. , , , где  - рациональная функция,. В этих интегралах , , , .

Задача.Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

*а)*

*б)*

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

1. вычислите интегралы методом замены

2. вычислите интегралы методом интегрирования по частям

3.найдите интеграл

Вариант 2.

1. вычислите интегралы

2. вычислите интегралы методом интегрирования по частям

3. найдите интеграл

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование ).

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №12**

**Тема: Вычисление определенных интегралов**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять определенный интеграл

**2. Пояснения к работе**

*Определение:*Определенный интеграл – это общий предел всех интегральных сумм функции  на отрезке .

Интегральная сумма , где  - произвольная точка существующего отрезка.

*Обозначение:* , где  - подынтегральная функция,

 - переменная интегрирования.

*Теорема:*Если - первообразная функция для непрерывной функции , т.е. . То имеет место формула: 

*Определение:*Определенный интеграл – это разность значений любой первообразной функции для  при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

*Задача*: Вычислить:

*а)*

*б)*

***Основные свойства определенного интеграла:***

1. При перестановке пределов изменяется знак интеграла:

.

2. Интеграл с одинаковыми пределами равен нулю:

.

3.Отрезок интегрирования можно разбить на части:

*(свойство аддитивности).*

4. Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме их определенных интегралов:

.

5. Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла:

.

6. Если функция  всегда на отрезке , то

.

7. Если  всюду на отрезке , то

.

*Задача*: Вычислить:

*а).*

***Основные способы вычисления определенного интеграла:***

1. Формула Ньютона-Лейбница.

2. Метод подстановки или замена переменной.

3. Интегрирование по частям.

*Задача.* Вычислить:

*а) *. На отрезке  подынтегральная функция непрерывна, следовательно, интегрируема.

.

*б) *. Вводим новую переменную интегрирования, полагая . Отсюда находим новые пределы интегрирования: при и  при . Подставляя, получим:

*.*

*в)* Интегрируем по частям.

**

**3. Содержание работы**

**Вариант №1 Вариант №2**

*Вычислите:Вычислите:*

*1.  2. 1.  2. *

*3.  4. 3.  4.*

*5.  6. 5.  6. *

*7.  8. 7.  8. *

*9. 10. *9. 10.

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование ).

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №13**

**Тема: Дифференциальные уравнения. Общие и частные решения. Уравнения с разделяющимися переменными**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут решать дифференциальные уравнения и находить общие и частные решения

**2. Пояснения к работе**

*Определение:* дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее между собой независимую переменную , искомую функцию и ее производные или дифференциалы.

*Обозначение:.*

*Определение:* дифференциальным уравнением называется обыкновенным, если искомая функция зависит от одного независимого переменного.

*Определение:* порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной (или дифференциала), входящей в данное уравнение.

*Определение:* решением (или интегралом) дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

*Определение:* общим решением (или общим интегралом) дифференциального уравнения называется такое решение, в которое входит столько независимых произвольных постоянных, каков порядок уравнения.

*Замечание:* общее решение дифференциального уравнения первого порядка содержит одну произвольную постоянную.

*Определение:* частным решением дифференциального уравнения называется решение, полученное из общего при различных числовых значениях произвольных постоянных. *Замечание:* значения произвольных постоянных находятся при определенных начальных значениях аргумента и функции.

*Определение:* дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение, в которое входят производные (или дифференциалы) не выше первого порядка.

*Определение:*дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными называется уравнение вида

Для решения этого уравнения нужно сначала разделить переменные:

Далее проинтегрировать обе части полученного равенства:

Задача. Найти общее решение уравнения .

Решение. Разделив переменные, имеем

Интегрируем обе части полученного уравнения:

Так как произвольная постоянная может принимать любые числовые значения, то для удобства дальнейших преобразований вместо мы написали . Потенцируя последнее равенство, получим . Это и есть общее решение данного уравнения.

Задача. Найти частное решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям при .

Решение. Разделив переменные, имеем .

Проинтегрируем обе части полученного уравнения:

или

Это общее решение данного уравнения. Для нахождения значения произвольной постоянной подставим значения и в выражение для общего решения:

Следовательно, искомое частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям, имеем вид .

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

1. Найти общие решения уравнений

1)

2)

3)

2. найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям

1)

2)

3. Составить уравнение кривой, проходящей через точку и имеющей касательную с угловым коэффициентом .

Вариант 2.

1. Найти общие решения уравнений

1)

2)

3)

2. найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям

1)

2)

3. Составить уравнение кривой, проходящей через точку для которой отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью .

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №14**

**Тема: Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять частные производные и дифференциалы функций нескольких переменных

**2. Пояснения к работе**

*Определение:*переменная величина называется функцией двух переменных величин и , если каждой паре допустимых значений и соответствует единственное значение .

*Обозначение:*.

*Определение:* частной производной функции**по переменной** называется производная этой функции при постоянном значении переменной .

*Обозначение:*

*Определение:* частной производной функции**по переменной** называется производная этой функции при постоянном значении переменной .

*Обозначение*:.

*Замечание*: частная производная функции нескольких переменных по одной переменной определяется как производная этой функции по соответствующей переменной при условии, что остальные переменные считаются постоянными.

*Определение*: полным дифференциалом функциив некоторой точке

называется выражение

где вычисляются в точке, а .

Задача.Вычислить значение частной производной функции в точке .

Решение. Находим

В полученные выражения подставим значения .

Задача. Вычислить полный дифференциал функции в точке .

Решение. Находим частные производные

Вычислим значения частных производных в точке :

Согласно формуле, получим .

**3. Содержание работы**

Вариант1.

1. найдите частные производные следующих функций

1)

2)

2. вычислите значения частных производных функций в заданных точках:

1) в точке

2) в точке

3. вычислите полные дифференциалы функций в заданных точках:

1) в точке

2) при

Вариант2.

1. найдите частные производные следующих функций

1)

2)

2. вычислите значения частных производных функций в заданных точках:

1) в точке

2) в точке

3. вычислите полные дифференциалы функций в заданных точках:

1) при

2) в точке

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №15**

**Тема: Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять частные производные и дифференциалы высших порядков

**2. Пояснения к работе**

*Замечание*: частные производные являются функциями 2х переменных и могут в свою очередь иметь частные производные, которые называются частными производными 2го порядка от функции.

*Обозначение*:.

*Определение*:Частные производные  и, отличающиеся порядком дифференцирования, называются смешанными частными производными второго порядка.

*Обозначение*:.

Задача. Найти частные производныевторого порядка функции

*Замечание*:можно определить производные еще более высоких порядков. Так, для функции  можно написать восемь частных производных третьего порядка: .

*Замечание*:аналогично определяются частные производные высших порядков для функции с любым числом независимых переменных.

*Определение*: дифференциалом 2го порядка функции называется дифференциал от дифференциала 1го порядка.

*Обозначение*:

*Замечание*:.

*,* где квадрат понимается как повторное дифференцирование;

;

**3. Содержание работы**

Задача 1. Найти частные производные третьего порядка .

Задача2. Найти частные производные второго порядка .

Задача3. Найтифункции .

Задача 4. Найти производные от функции , если

Задача5.Найти производную от функции .

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №16**

**Тема: Вычисление двойных интегралов в случае области 1 и 2 типа**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут вычислять двойные интегралы в случае области 1 и 2 типа

**2. Пояснения к работе**

*Определение*: двойным интегралом функциипо области называется предел этой суммы:

где - наибольший из диаметров элементарных областей .

*Замечание*: функциядля которой предел существует и конечен, называется интегрируемой в этой области.

*Определение*: в прямоугольных координатах двойной интеграл имеет вид

*Замечание*: если , то двойной интеграл функциипо области равен объему тела, ограниченному сверху поверхностью , сбоку цилиндрической поверхностью, образующие которой параллельны оси ,а направляющей служит контур фигуры и снизу плоскостью .

**Свойства двойного интеграла:**

1. ;

2. ;

3. Область интегрирования двойного интеграла можно разбить на части, т.е. если область состоит из двух областей и , то

где – соответствует первому интегралу, -соответствует второму интегралу

**Основные случаи вычисления двойного интеграла в прямоугольных координатах.**

**1.**Если область -прямоугольник со сторонами, параллельными координатным осям и заданными уравнениями , то двойной интеграл вычисляется по одной из формул

или

*Замечание*: интегралы в правых частях формул называется повторными, а интегралы – внутренние интегралы.

*Замечание*: первое интегрирование (внутреннее) по переменной совершается в пределах от до в предположении, что остается постоянным; результат интегрируется по переменной в пределах от до .

Если вычисление двойного интеграла выполняется по формуле (2), то порядок интегрирования меняется.

**2.** Если область - простая относительно оси (любая прямая, проходящая внутри области и параллельная оси ) определяется системой неравенств вида

В этом случае двойной интеграл выражается через повторный интеграл по формуле

**3.** Если область - простая относительно оси (если граница области пересекается в двух точках всякой прямой, проходящая внутри области и параллельная оси ) определяется системой неравенств вида

В этом случае двойной интеграл выражается формулой

где интегрирование сначала выполняется по переменной , а затем по переменной .

**4.** если нижняя или верхняя линии границы состоят из нескольких участков, имеющих различные уравнения, то область необходимо разбить прямыми, параллельными оси , на такие части, чтобы каждый из участков выражался одним уравнением.

В этом случае вычисление двойного интеграла сводится к вычислению двух (и более) повторных интегралов.

Задача. Вычислить повторный интеграл

Решение. Вычислим сначала внутренний интеграл по переменной , считая постоянным

Теперь вычислим внешний интеграл по переменной , подставив в него полученное выражение:

Задача.Вычислить двойной интеграл по области , ограниченной прямыми.

Решение. Область является простой относительно осей , поэтому для вычисления интеграла можно использовать формулы из пункта 1.

Вычислим внутренний интеграл по переменной при постоянном, находим

Подставив это выражение во внешний интеграл, получим

Задача.Вычислить двойной интеграл по области , заданной линиями

.

Решение. Находим точки пересечения этих линий:

Область определяется системой неравенств . Вычислим двойной интеграл по области :

Задача.Вычислим двойной интеграл по области , ограниченной линиями .

Решение. Находим точки пересечения этих линий:

Область разобьем на две области , которые соответственно определяются системами неравенств

Значит

**3. Содержание работы**

Вариант1.

Задача 1. Вычислите повторный интеграл

Задача 2. Вычислите двойной интеграл , где – область, ограниченная параболами .

Задача 3. Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

Вариант2.

Задача 1. Вычислите повторный интеграл

Задача 2. Вычислите двойной интеграл , где – область, ограниченная линиями

Задача 3. Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №17**

**Тема: Решение задач на приложении двойных интегралов**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут решать задачи на приложение двойных интегралов

**2. Пояснения к работе**

**1. Вычисление объема тела**

*Определение*: объем цилиндрического тела, ограниченного сверху поверхностью

, снизу плоскостью и сбоку прямой цилиндрической поверхностью, вырезающей на плоскости область вычисляется по формуле

Задача. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

.

Решение.Тело, ограниченное заданными поверхностями, представляет собой вертикальный параболический цилиндр, расположенный в первом октанте. Сверху тело ограничено плоскостью , сбоку параболическим цилиндром и плоскостями , , снизу параболой и прямыми . Найдем точки пересечения параболы и прямой :

. Значение не рассматриваем, так как цилиндр расположен в 1 октанте. Область запишем в виде системы неравенств .

Согласно формуле, получим

*.*

**2. Вычисление площади поверхности**

*Определение*: если поверхность задана уравнениеми проектируется в область плоскости , то площадь поверхности вычисляется по формуле

*Определение*: если поверхность проектируетсяна плоскость , то уравнение поверхности следует решить относительно переменной и формула примет вид

*Определение*: если поверхность проектируетсяна плоскость , то уравнение поверхности следует решить относительно переменной и формула примет вид

Задача. Вычислить площадь треугольника, образованного при пересечении плоскости с координатными плоскостями.

Решение. Найдем отрезки, отсекаемые на координатных осях данной плоскостью:

Чтобы воспользоваться формулой 1, решим уравнение данной плоскости относительно переменной и найдем частные производные:

При имеем , откуда ;

Следовательно, в плоскости область запишется в виде системы неравенств . Тогда

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

Задача 1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

Задача 2.Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

.

Задача 3. Вычислите площадь части поверхности цилиндра , ограниченного плоскостями .

Вариант 2.

Задача 1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной гиперболой и прямой

Задача 2.Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

.

Задача 3. Вычислите площадь части поверхности цилиндра , ограниченного плоскостями .

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №18**

**Тема: Исследование сходимости знакочередующихся рядов. Исследование рядов на абсолютную и условную сходимость**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут исследовать ряды на сходимость

**2. Пояснения к работе**

*Определение*: если -бесконечная числовая последовательность, то выражение называется числовым рядом.

*Определение*: числовой ряд называется сходящимся, если существует конечный предел последовательности частичных сумм . Если предел последовательности частичных сумм числового ряда не существует или бесконечен, то ряд называется расходящимся.

**Необходимый признак сходимости:** если сходится, то .

Если не существует или не равно нулю, то ряд расходится.

**Достаточный признак сходимости (Признак Даламбера):** Пусть – положительный ряд и существует конечный или бесконечный предел

1) если – ряд сходится

2) если – ряд расходится

3) если – вопрос о сходимости или расходимости не решается.

Задача. Исследовать числовой ряд на сходимость по признаку Даламбера.

Решение. Воспользуемся признаком Даламбера:

Таким образом, ряд сходится.

*Определение*: числовой ряд называется знакопеременным, если среди его членов имеются как положительные, так и отрицательные числа.

*Определение*: числовой ряд называется знакочередующимся, если любые два стоящие рядом члена имеют противоположные знаки.

*Замечание*: Этот ряд является частным случаем знакопеременного ряда.

**Признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.**

Если члены знакочередующегося ряда монотонно убывают по абсолютной величине и общий член стремится к нулю при, то ряд сходится.

*Определение*: знакопеременный ряд называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд

составленный из абсолютных величин его членов, т.е. всякий абсолютно сходящийся ряд является сходящимся.

*Замечание*: если знакопеременный ряд сходится, а составленный из абсолютных величин его членов ряд расходится, то данный ряд называется условно (неабсолютно) сходящимся. Из расходимости ряда в общем случае не следует расходимость ряда.

*Замечание*: для установления абсолютной сходимости знакопеременного (и знакочередующегося) ряда используются те же признаки, что и для сходимости ряда с положительными членами.

*Замечание*: Для решения вопроса об абсолютной или условной сходимости знакочередующегося ряда необходимо рассмотреть ряд, составленный из абсолютных величин членов знакочередующегося ряда.

*Замечание*: если при исследовании этого ряда с помощью одного из признаков сходимости (признака Даламбера, признака сравнения рядов) ряд окажется сходящимся, то данный знакочередующийся ряд сходится абсолютно; если же ряд окажется расходящимся, то знакочередующийся ряд сходится условно.

Задача. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд:

1)

2)

Решение. 1) члены данного ряда по абсолютной величине монотонно убывают: и . Следовательно, согласно признаку Лейбница, ряд сходится. Выясним, сходится ли этот ряд абсолютно или условно.

Ряд , составленный из абсолютных величин членов данного ряда, является гармоническим рядом, который, как известно, расходится. Поэтому данный ряд сходится условно.

2) Используя признак Лейбница, получим и , т.е. ряд сходится.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда:

Это геометрический ряд вида , который сходится. Поэтому данный ряд сходится абсолютно.

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

Задача 1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

1) ; 2)

Задача 2.Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд:

1) ; 2)

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды по признаку Даламбера

1) ; 2)

Вариант 2.

Задача 1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

1) ; 2)

Задача 2.Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд:

1) ; 2)

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды по признаку Даламбера

1) ; 2)

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №19**

**Тема: Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд. Ряды Фурье**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут разложить элементарные функции в рядыТейлора,Маклорена, Фурье.

**2. Пояснения к работе**

*Определение*: рядом Тейлора для функцииназывается степенной ряд вида

*Определение*:Если , то получим частный случай ряда Тейлора, называемый рядом Маклорена

**Для разложения функциив ряд Маклорена необходимо:**

1) вычислить значения функции и ее последовательных производных в точке ,т.е. ;

2) составить ряд Маклорена, подставив значения функции и ее последовательных производных в формулу;

3) найти промежуток сходимости полученного ряда по формуле

**Для разложения функциив ряд Тейлора необходимо:**

1) вычислить значения функции и ее последовательных производных в точке,т.е. ;

2) составить ряд Тейлора, подставив значения функции и ее последовательных производных в формулу;

3) найти промежуток сходимости полученного ряда по формуле

Задача. Разложить в ряд Маклорена функцию.

Решение. Вычислим значения функции и ее производных при ; имеем ,

Подставив эти значения в формулу, получим разложение функции в ряд Маклорена:

Промежуток сходимости найдем по формуле:

Полученный ряд сходится к функции при любых значениях , так как в любом промежутке функция и ее производные по абсолютной величине ограничены одним и тем же числом.

*Определение*: Ряд где

называется рядом Фурье функции.

*Замечание*: функцияс областью определения может быть разложена в ряд Фурье, сходящихся к данной функции при определенных условиях, называемых условиями Дирихле:

1) функция должна быть непрерывной в промежутке или может иметь в указанном промежутке конечное число разрывов Iрода.

2)функция должна иметь конечное число экстремумов или не иметь их совсем.

Задача. Разложить в ряд Фурье функцию

Решение. Эта функция кусочно монотонна и ограничена на отрезке . Вычислим ее коэффициенты Фурье:

Следовательно, для рассматриваемой функции ряд Фурье имеет вид:

Это равенство справедливо во всех точках, кроме точек разрыва.

**3. Содержание работы**

Вариант 1.

Задача 1. Найдите промежуток сходимости степенного ряда.

Задача 2. Разложите в ряд Маклорена функцию .

Задача 3. Разложите в ряд Тейлора по степеням функцию

Задача 4. Разложить в ряд Фурье функцию

Вариант 2.

Задача 1. Найдите промежуток сходимости степенного ряда .

Задача 2. Разложите в ряд Маклорена функцию .

Задача 3. Разложите в ряд Тейлора по степеням функцию

Задача 4. Разложить в ряд Фурье функцию

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №20**

**Тема: Решение линейных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут решать линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

**2. Пояснения к работе**

*Определение*: линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида

*Замечание*:для отыскания общего решения уравнения составляется характеристическое уравнение , которое получается из уравнения заменой на соответствующие степени , причем сама функция заменяется единицей.

Тогда общее решение дифференциального уравнения строится в зависимости от корней характеристического уравнения. Здесь возможны три случая.

**I случай.** Корни - действительные и различные. В этом случае общее решение уравнения имеет вид

**II случай.** Корни - действительные и равные В этом случае общее решение уравнения имеет вид

Задача. Решить уравнение

Решение. Составим характеристическое уравнение и найдем его корни:

. Так как корни характеристического уравнения действительные и различные, то общее решение данного дифференциального уравнения согласно формуле запишется так: .

Задача. Найти частное решение уравнения , если .

Решение. Составим характеристическое уравнение и найдем его корни:

. Так как корни характеристического уравнения действительные и различные, то общее решение данного дифференциального уравнения, согласно формуле, запишется так: .

Для нахождения искомого частного решения нужно определить значения постоянных и . Подставив в общее решение значения , получим 1=.

Продифференцировав общее решение и подставив в полученное выражение значения , имеем . Отсюда находим: .

Таким образом, искомое частное решение имеет вид

**3. Содержание работы**

Задача 1. Найти частное решение уравнения

1), если при .

2)

Задача 2. Решите уравнения

1) ; 2) ; 3)

Задача 3. Решите уравнения

1)

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №21**

**Тема: Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут выполнять действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме

**2. Пояснения к работе**

***1. Алгебраическая форма комплексного числа***

*Определение:* комплексным числом называется число видадействительные числа, – мнимая единица .

*Определение*: Число называется действительной частью комплексного числа.

*Обозначение*:.

*Определение*: Число называется мнимой частью комплексного числа, - коэффициент мнимой части.

*Обозначение*:.

*Определение*:называется сопряженным с.

**Действия над комплексными числами в алгебраической форме** и

.

1. Сложение

2. Вычитание

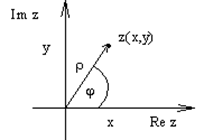
3. Умножение

4. Деление (при делении комплексных чисел, числитель и знаменатель умножают на число, сопряженное знаменателю)

5. Возведение в степень

**2. Геометрическая форма комплексного числа**

*Определение*:геометрическая интерпретация комплексного числа состоит в том, что комплексному числу ставится в соответствие точка с координатами на координатной плоскости таким образом, что действительная часть представляет собой абсциссу, а коэффициент при мнимой части – ординату точки.



*Определение*: модулем комплексного числа называется абсолютная величина вектора соответствующего этому числу.

*Обозначение:*.

*Определение:* аргументом комплексного числа называется величина угла между положительным направлением действительной оси и вектором, соответствующим данному числу.

*Обозначение:*.

***Алгоритм нахождения аргумента комплексного числа :***

1. Найти острый угол .

2. Найти аргумент комплексного числа в зависимости от того, в какой координатной четверти лежит вектор, соответствующий этому числу:

* I четверть
* II четверть
* III четверть
* IV четверть

**3. Тригонометрическая форма комплексного числа**

Если обозначить через расстояние точки от начала координат, через угол наклона к положительной оси вектора, идущего из начала координат в точку , то

– тригонометрическая запись комплексного числа

***Действия над комплексными числами в тригонометрической форме***

и

1. Умножение

2. Деление

3. Возведение в степень

4. Извлечение из под корня

**4. Решение квадратных уравнений с комплексными числами**

*Замечание:* одно из причин введения комплексного числа состоит в том, чтобы добиться разрешимости любого квадратного уравнения:

|  |  |
| --- | --- |
| Значение | Корни уравнения |
|  | Уравнение имеет два различных действительных корня |
|  | Уравнение имеет один действительный корень |
|  | Уравнение имеет два различных (сопряженных) мнимых корня |

Задача. Найти , , , , , если и .

Решение.

Задача. Записать число в тригонометрической форме

Решение.

1. Находим

2. Находим ,

3. IIIчетверть

4.

Задача. Найти , , если и

Решение.

Задача.Вычислить , если

Решение.=

Задача.Решить уравнения и во множестве комплексных чисел

Решение.

**3. Содержание работы**

Вариант1.

Задача 1. Найти , , , , , если и .

Задача 2. Найдите модуль и аргумент комплексного числа

Задача 3.Представьте данное комплексное число (см. задачу №2) в тригонометрической форме и вычислите .

Задача 4. Выполните действия

Задача 5. Решите уравнение

Вариант 2.

Задача 1. Найти , , , , , если и .

Задача 2. Найдите модуль и аргумент комплексного числа

Задача 3.Представьте данное комплексное число (см. задачу №2) в тригонометрической форме и вычислите .

Задача 4. Выполните действия

Задача 5. Решите уравнение

Вариант3.

Задача 1. Найти , , , , , если и .

Задача 2. Найдите модуль и аргумент комплексного числа

Задача 3.Представьте данное комплексное число (см. задачу №2) в тригонометрической форме и вычислите .

Задача 4. Выполните действия

Задача 5. Решите уравнение

Вариант4.

Задача 1. Найти , , , , , если и .

Задача 2. Найдите модуль и аргумент комплексного числа

Задача 3.Представьте данное комплексное число (см. задачу №2) в тригонометрической форме и вычислите .

Задача 4. Выполните действия

Задача 5. Решите уравнение

Вариант5.

Задача 1. Найти , , , , , если и .

Задача 2. Найдите модуль и аргумент комплексного числа

Задача 3.Представьте данное комплексное число (см. задачу №2) в тригонометрической форме и вычислите .

Задача 4. Выполните действия

Задача 5. Решите уравнение

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №22**

**Тема: Переход от алгебраической формы к тригонометрической и показательной**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут осуществить переход от алгебраической к тригонометрической и показательной.

**2. Пояснения к работе**

*Определение*: степень с комплексным показателем определяется равенством

*Замечание*: можно доказать, что , т.е. .

В частности, при получается соотношение , называемой формулой Эйлера.

*Замечание*: для комплексных показателей остаются в силе основные правила действий с показателями; например, при умножении чисел показатели складываются, при делении – вычитаются, при возведении в степень – перемножаются.

*Замечание*:показательная функция имеет период, равный , т.е. . При , получим .

*Определение:* тригонометрическую форму комплексного числа можно заменить показательной формой: .

***Действия над комплексными числами в показательной форме***

1.

2.

3.

4.

*Замечание:* формула Эйлера устанавливает связь между тригонометрическими функциями и показательной функцией.

*.*Складывая и вычитая эти равенства, получим

Задача. Найти

Решение. По формуле, найдем

Задача. Представить в показательной форме числа: 1) ; 2)

Решение. 1) Здесь . По формуле, получим

2) Здесь , По формуле, получим

Задача. Представив числа в показательной форме, вычислить:

1)

Решение. Для числа имеем: .По формуле, получим . Для числа имеем: .По формуле, получим .

1)

2)

3)

4)

Если , то

Если , то

Если , то

Если , то

**3. Содержание работы**

Вариант1.

Задача 1. Найдите

Задача 2. Представьте в показательной форме числа 1)

Задача 3. Представив числа и в показательной форме, вычислите: 1);

Задача 4. Вычислите

Задача 5. Решите уравнение

Вариант2.

Задача 1. Найдите

Задача 2. Представьте в показательной форме числа 1)

Задача 3. Представив числа и в показательной форме, вычислите: 1);

Задача 4. Вычислите

Задача 5. Решите уравнение

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №23**

**Тема: Вычисление погрешностей результатов арифметических действий. Решение алгебраических, трансцендентных уравнений приближенными методами**

**1. Цель работы**

1.1 Обучающиеся смогут решать алгебраические, трансцендентные уравнения приближенными методами, а также вычислять погрешности результатов арифметических действий

**2. Пояснения к работе**

*Определение:* абсолютной погрешностью приближения называется [модуль](http://mathematics.org.ru/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D1%83%D0%BB%D1%8C_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0,_%D0%B5%D0%B3%D0%BE_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BC%D1%8B%D1%81%D0%BB) разности между истинным значением величины и её [приближённым значением](http://mathematics.org.ru/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%B1%D0%BB%D0%B8%D0%B6%D1%91%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B). , где  — истинное значение,  — приближённое.

*Определение:* Относительной погрешностью приближения называется отношение абсолютной погрешности к [модулю](http://mathematics.org.ru/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D1%83%D0%BB%D1%8C_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0,_%D0%B5%D0%B3%D0%BE_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BC%D1%8B%D1%81%D0%BB) [приближённого значения](http://mathematics.org.ru/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%B1%D0%BB%D0%B8%D0%B6%D1%91%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B) величины.

\frac{|x - x_n|}{x_n}, где  — истинное значение,  — приближённое.

*Замечание:*Относительную погрешность обычно вызывают в процентах.

*Пример.* При округлении числа 24,3 до единиц получается число 24.

Относительная погрешность равна \left |\frac{24,3 - 24}{24} \right | = 0,125.

Говорят, что относительнаяпогрешность в этом случае равна 12,5%.

*Определение:*Значащими цифрами приближенного числа называются все цифры его записи, начиная с первой ненулевой слева.

*Пример***.**У числа 5142,39 все цифры значащие.

*Пример.*У числа 0,0046 только две значащих цифры: 4 и 6.

*Пример.* У числа 0,004600 четыре значащих цифры: 4, 6 и два последних нуля.

*Определение*.Цифра приближенногочисла называется верной в широком смысле, если абсолютная (предельная абсолютная) погрешность этого числа не превосходит единицы десятичного разряда, соответствующего этой цифре, в противном случае сомнительной в широком смысле.

*Пример.*Пусть . Определим верные и сомнительные в широком смысле цифры приближенного числа 7,158. Заметим, что , . Т.к. , то цифра 7верная в широком смысле. Т.к. , то цифра 1 верная в широком смысле. Т.к. , то цифра 5 верная в широком смысле. Т.к. , то цифра 8 сомнительная в широком смысле.

*Определение.*Цифра приближенногочисла называется верной в узком смысле, если абсолютная (предельная абсолютная) погрешность этого числа не превосходит половины единицы десятичного разряда, соответствующего этой цифре, в противном случае сомнительной в узком смысле.

*Пример.*Определим верные и сомнительные в узком смысле цифры приближенного числа 7,158 из предыдущего примера. Т.к. , то цифра 7верная в узком смысле. Т.к. , то цифра 1 верная в узком смысле. Т.к. , то цифра 5 сомнительная в узком смысле. Очевидно, что цифра 8 также сомнительная в узком смысле.

*Замечание***.**Если приближенное число записывается без указания его абсолютной (предельной абсолютной) погрешности, то выписываются только верные его цифры (в узком или широком смысле). При этом верные нули в конце числа не отбрасываются. Поэтому числа 0,0344  и 0,03440 как приближенные различны: у первого , у второго .

*Замечание***.**При записи целых приближенных чисел сомнительные цифры принято заменять нулями.

***Приближенные методы решения уравнений***

**1. Общая постановка задачи.** Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравненийНайти действительные корни уравнения , где - алгебраическая или трансцендентная функция.

В общем случае решение данного уравнения находится приближённо в следующей последовательности:

1) отделение (локализация) корня;

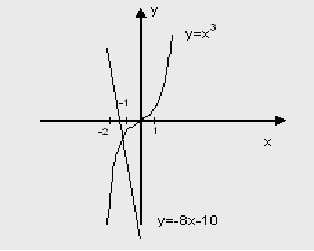
2) приближённое вычисление корня до заданной точности.

**2. Отделение корня. Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравнений**Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравненийОтделение действительного корня уравнения - это нахождение отрезка, в котором лежит только один корень данного уравнения. Такой отрезок называется отрезком изоляции (локализации) корня.

*Графический метод отделения корней:*

1) строится график функции , и определяются абсциссы точек пересечения этого графика с осью, которые и являются корнями уравнения :

2) если - сложная функция, то её надо представить в виде  так, чтобы легко строились графики функций  и . Так как , то . Тогда абсциссы точек пересечения этих графиков и будут корнями уравнения .

Задача**.**Графически отделить корень уравнения .

Решение**.** Представим левую часть уравнения в виде . Получим: Построим графики функций  и

.

Абсцисса точки пересечения графиков находится на отрезке , значит корень уравнения.

**3. Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравнений Уточнение корня.**

Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравнений Если искомый корень уравнения  отделён, т.е. определён отрезок , на котором существует только один действительный корень уравнения, то далее необходимо найти приближённое значение корня с заданной точностью.

Такая задача называется задачей уточнения корня.

***Уточнение корня можно производить различными методами:***

1) метод половинного деления (бисекции);

2) метод итераций;

3) метод хорд (секущих);

4) метод касательных (Ньютона);

5) комбинированные методы.

**4. Метод половинного деления (бисекции).**

Отрезок изоляции корня можно уменьшить путём деления его пополам.

Такой метод можно применять, если функция  непрерывна на отрезке  и на его концах принимает значения разных знаков, т.е. выполняется условие  (1).

Разделим отрезок  пополам точкой , которая будет приближённым значением корня .

Для уменьшения погрешности приближения корня уточняют отрезок изоляции корня. В этом случае продолжают делить отрезки, содержащие корень, пополам.

Из отрезков  и  выбирают тот, для которого выполняется неравенство (1).

Далее повторяем операцию деления отрезка пополам, т.е. находим  и так далее до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность . Т.е. до тех пор, пока не перестанут изменяться сохраняемые в ответе десятичные знаки или до выполнения неравенства .

*Замечание*: Достоинство метода: простота (достаточно выполнения неравенства (1)).

Недостаток метода: медленная сходимость результата к заданной точности.

Задача.Решить уравнение  методом половинного деления с точностью до 0,001.

Решение.Известен отрезок изоляции корня  и заданная точность . По уравнению составим функцию .

Найдём значения функции на концах отрезка: Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравнений

**, .**

Проверим выполнение неравенства (1): - условие выполняется, значит можно применить метод половинного деления.

Найдём середину отрезка  и вычислим значение функции в полученной точке:

, .

Среди значений ,   и  выберем два значения разных знаков, но близких друг к другу. Это и . Следовательно, из отрезков  и  выбираем тот, на концах которого значения функции разных знаков. В нашем случае это отрезок  и опять находим середину отрезка и вычисляем значение функции в этой точке:

, , ,

- заданная точность результата не достигнута, продолжим вычисления.

, ,  ,

, ,  ,

, ,  ,

, ,  ,

, , ,

, , ,

, , ,

, , ,

,

,  - заданная точность результата достигнута, значит, нашли приближённое значение корня .

Ответ: корень уравнения  с точностью до 0,001.

**5. Метод хорд (секущих).**

Этот метод применяется при решении уравнений вида , если корень уравнения отделён, т.е. и выполняются условия:

1) функция  принимает значения разных знаков на концах отрезка ;

2) производная  сохраняет знак на отрезке  (функция   либо возрастает, либо убывает на отрезке ).

Первое приближение корня находится по формуле: .

Для следующего приближения из отрезков  и  выбирается тот, на концах которого функция имеет значения разных знаков.

Тогда второе приближение вычисляется по формуле:

 или , если .

Вычисления продолжаются до тех пор, пока не перестанут изменяться те десятичные знаки, которые нужно оставить в ответе.

**6. Метод касательных (Ньютона).**

Этот метод применяется, если уравнение  имеет корень , и выполняются условия:

1)  (функция принимает значения разных знаков на концах отрезка );

2) производные  и  сохраняют знак на отрезке  (т.е. функция  либо возрастает, либо убывает на отрезке , сохраняя при этом направление выпуклости).

На отрезке  выбирается такое число , при котором  имеет тот же знак, что и ), т. е. выполняется условие . Таким образом, выбирается точка с абсциссой , в которой касательная к кривой  на отрезке  пересекает ось . За точку  сначала удобно выбирать один из концов отрезка.

Первое приближение корня определяется по формуле: .

Второе приближение корня определяется по формуле: .

Вычисления ведутся до совпадения десятичных знаков, которые необходимы в ответе, или при заданной точности - до выполнения неравенства .

*Замечание:* Достоинства метода: простота, быстрота сходимости. Недостатки метода: вычисление производной и трудность выбора начального положения.

**7. Комбинированный метод хорд и касательных.**

Если выполняются условия:

1) ,

2)  и  сохраняют знак на отрезке ,

то приближения корня  уравнения  по методу хорд и по методу касательных подходят к значению этого корня с противоположных сторон. Поэтому для быстроты нахождения корня удобно применять оба метода одновременно. Т.к. один метод даёт значение корня с недостатком, а другой – с избытком, то достаточно легко получить заданную степень точности корня.

**Схема решения уравнения методом хорд и касательных**

Вычислить значения функции  и .

Проверить выполнение условия . Если условие не выполняется, то неправильно выбран отрезок .

Найти производные и

Проверить постоянство знака производных на отрезке . Если нет постоянства знака, то неверно выбран отрезок .

Для метода касательных выбирается за  тот из концов отрезка , в котором выполняется условие, т.е.  и  одного знака.

Приближения корней находятся:

а) по методу касательных: ,

б) по методу хорд: .

Вычисляется первое приближение корня: .

Проверяется выполнение условия: , где - заданная точность.

Если условие не выполняется, то нужно продолжить применение метода по схеме 1-8.

В этом случае отрезок изоляции корня сужается и имеет вид . Приближённые значения корня находятся по формулам:

 и .

Вычисления продолжаются до тех пор, пока не будет найдено такое значение , при котором  и совпадут с точностью .

Задача.Решить уравнение  методом хорд и касательных с точностью 0,001, если известно, что корень уравнения**.**

Решение.

Вычислим значения функции  на концах отрезка:

**, .**

Проверим выполнение неравенства: - условие выполняется

Найдём производные:

На отрезке  производные  и , т.е. сохраняют знак, следовательно, условие выполняется.

Выберем значение  для метода касательных. Т.к.   и , то .

Найдём приближения корня:

а) по методу касательных

б) по методу хорд

Найдём первое приближение корня:

Проверим выполнение условия:

 - условие не выполняется, значит нужно продолжить вычисления.

Отрезок изоляции корня имеет вид: .

10. Продолжим уточнение корня по схеме. Для этого найдём значения функции на концах суженного отрезка:

11. Проверим условие:  - выполняется, значит можно продолжить применение метода.Приближённое решение алгебраических и трансцендентных уравнений

12. Так как  и  на отрезке, то для метода касательных:.

13. Вычислим значение производной: .

14. Найдём новые значения концов отрезка изоляции:

15. Найдём второе приближение корня: 

16. Проверим выполнение условия:  - неравенство неверное, значит необходимо продолжить вычисления.

17. Отрезок изоляции корня имеет вид:.

18. Вычислим значения функции:

19. Условие  - выполняется.

20. Так как  и  на , то для метода касательных .

21. Вычислим производную: .

22. Вычислим

23. Найдём третье приближение корня:

24. Проверим выполнение неравенства:  - условие выполняется, значит, цель достигнута.

25. Следовательно, или  - приближённое значение корня с точностью до 0,001.

Ответ: .

**3. Содержание работы**

**Решить уравнение методами:**

а)метод половинного деления,

б) хорд и касательных.

*Вариант 1*

*Вариант 2*

*Вариант 3*

*Вариант 4*

**4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

4.1 Название работы

4.2 Цель работы

4.3 Задание

4.4 Формулы расчета

4.5 Результат

**5. Литература**

1.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов 2-е изд., перераб. И доп. – М.:ЮНИТИ, 2002

2.Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы: Учеб. Пособие.-2-е изд., перераб. И доп. – М.: Наука, 1989

3.Богомолов, Н.В Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие / Н.В.Богомолов – 10-е изд. , стер.-м.: Высш. Шк., 2009 – 495с

4. Дадаян, А.А Математика [Текст]: учебник / А.А.Дадян – М.: Форум: Инфра- М, 2005 – 552 с. – (Профессиональное образование )