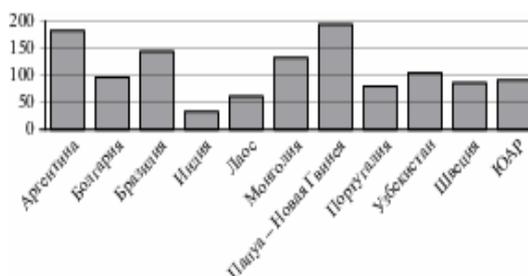


Вариант 4 (2015)

1.1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3200 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

1.2 Диагональ экрана телевизора равна 145 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

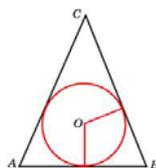
2. На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа–Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимал Лаос?



3. Строительной фирме нужно приобрести 75 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за за 1 м ³)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	2650	4500 руб.	
Б	2700	5500 руб.	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2680	3500 руб.	При заказе более 80 м ³ доставка бесплатно

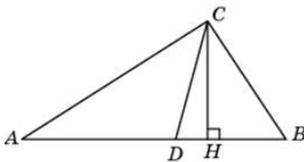
4. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



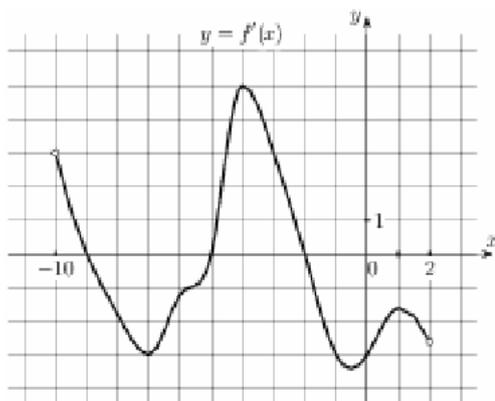
5. За круглый стол на 41 стульев в случайном порядке рассаживаются 39 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

6. Найдите корень уравнения $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$

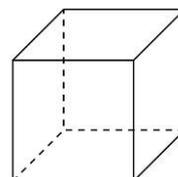
7. Один из углов прямоугольного треугольника равен 86° . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 11$ или совпадает с ней.



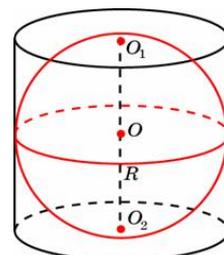
9. Объем куба равен $81\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



10. Найдите значение выражения $0,75^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}} \cdot 12^{\frac{2}{3}}$.

11. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 14$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^0) = l_0(1 + \alpha t^0)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t^0 — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6,3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

12. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности цилиндра равна 81. Найдите площадь поверхности шара.



13. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 3800 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 418 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

14. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 9e^x - 7$ на отрезке $[0;2]$.

15. а) Решите уравнение:

$$\frac{8\sin^4 x - 6\sin^2 x + 1}{\operatorname{tg} 2x + \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите все его корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

16. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S плоскость проходит через ребро AB и делит высоту SO в отношении 2:1 считая от точки S

а) Докажите, что эта плоскость делит пирамиду на две пирамиды объемы которых относятся как 2:3.

б) Найдите расстояние от точки S до этой плоскости, если сторона основания пирамиды $SABC$ равна $4\sqrt{3}$, а боковое ребро равно 6.

17. Решите неравенство

$$\frac{(\log_2 3)^x - (\log_2 3)^2}{(\log_2 3)^{-x} - x \cdot \log_{2^x} 3} > 0$$

18. В $\triangle ABC$ угол $BAC = 45^\circ$, $AC = 4\sqrt{2}$. Вписанная в него окружность с центром O касается сторон AB и BC в точках M и N , биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке K .

а) Доказать, что

$\triangle AMK$ подобен $\triangle AOC$

б) Найти расстояние от точки K до прямой AC

19. Компания изготавливает и продает изделия. Если одно изделие стоит 2000 рублей, то реализуется 1000 штук изделий. При снижении средней цены одного изделия на 50 руб объемы реализации возрастают на 50 штук.

При какой цене фирма получит максимальный доход и каково его значение?

20. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} y = 2ax - 2x^2 + 6a - 4 \\ y = \frac{3 \cdot 3^{x^2}}{27^a} - \frac{3^{ax}}{3} \end{cases}$$

имеет не менее двух решений?

21. Последовательность определяется условиями: $x_1 = 19, x_2 = 97, x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$

Докажите, что среди членов последовательности найдётся ноль. Найдите номер этого члена.