Итоговая работа

**«Разработка системы уроков повторения, направленных на подготовку к ЕГЭ по математике»**

Выполнила: Кузьмина Надежда Дмитриевна (269-524-019)

Примерное планирование учебного времени

«Применение различных методов нахождения расстояний и углов в пространстве»

(20ч, из них 16ч+4ч-проверочные работы)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема | Кол-во часов |
|  | Задачи на нахождение расстояний и углов в пространстве (вводный урок) | 1 |
| **Модуль 1. Нахождение расстояний в пространстве** | | **9** |
|  | Вычислительный метод нахождения расстояния от точки до прямой | 1 |
|  | Координатный и векторный методы нахождения расстояния от точки до прямой | 1 |
|  | Вычислительный метод нахождения расстояния от точки до плоскости | 1 |
|  | Координатный и векторный методы нахождения расстояния от точки до плоскости | 1 |
|  | Вычислительный метод нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми | 1 |
|  | Координатный и векторный методы нахождения расстояния от точки до прямой между скрещивающимися прямыми | 1 |
|  | Решение задач на нахождение расстояний в пространстве | 1 |
|  | Проверочная работа № 1 | 2 |
|  |
| **Модуль 2. Нахождение углов в пространстве** | | **10** |
|  | Вычислительный метод нахождения угла между двумя прямыми | 1 |
|  | Координатный и векторный методы нахождения угла между двумя прямыми | 1 |
|  | Вычислительный метод нахождения угла между прямой и плоскостью | 1 |
|  | Координатный и векторный методы нахождения угла между двумя прямой и плоскостью | 1 |
|  | Вычислительный метод нахождения расстояния угла между плоскостями | 2 |
|  |
|  | Координатный и векторный методы нахождения угла между плоскостями | 1 |
|  | Решение задач на нахождение углов в пространстве | 1 |
|  | Проверочная работа №2 | 2 |
|  |

План-конспект урока

«Координатный и векторный методы нахождения расстояния от точки до плоскости»

*Цель урока:* отработка навыков решения задач на нахождение расстояния от точки до плоскости с использованием координатного и векторного методов, формирование навыков составления уравнения плоскости, проходящей через три точки,закрепление навыков выбора системы координат, разложения вектора по векторам.

1. **Организационный момент – 1 минута.**
2. **Фронтальный опрос - 2 минуты.**

На прошлом уроке мы рассматривали вычислительный метод решения задач на нахождение расстояния от отчки до плоскости. Давайте вспомним, как можно найти расстояние от точки до плоскости, используя этот метод?

*- использование определения расстояния от точки до плоскости* (на чем опирается?);

*- использование метода параллельных прямых* (на чем опирается?);

*- использование метода объемов* (на чем опирается?);

*- использование метода подобия* (на чем опирается?)*.*

При нахождении расстояний в пространстве вычислительным методом возникают трудности, связанные с дополнительными построениями и необходимыми обоснованиями, соповождающими эти построения. Избавить нас от такого рода трудностей могут координатный и векторный методы.

1. **Работа в парах со взаимопровекой – 3 минуты.**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| **Изобразите многогранник, указанную систему координат и**  **определите координаты вершин многогранника** | |
| 1. Куб *A…D1* с ребром *a*. Начало координат - в точке А; прямая AD - ось х, прямая AB - ось у; прямая АА1 - ось z.   (1 балл) | 1. Куб *A…D1* с ребром *a*. Начало координат - в точке B; прямая BA - ось х, прямая BC - ось у; прямая BB1 - ось z.   (1 балл) |
| 1. Правильная четырехугольная пирамида MABCD, сторона основания которой равна *а*, а васота *h*. Начало координат - в цента О квадрата ABCD; прямая, проходящая через точку О параллельно AD, - ось х; прямая ОМ - ось z.   (1 балл) | 1. Правильная четырехугольная пирамида MABCD, сторона основания которой равна *а*, а высота *h*. Начало координат - в цента О квадрата ABCD; прямая, проходящая через точку О перпендикулярно AD, - ось х; прямая ОМ - ось z.   (1 балл) |

1. **Групповая работа – 20-25 минут.**

*Учащиеся разбиваются на две группы. Первая группа работает над координатным методом, а вторая над векторным. Задача каждой группы - изучить свой метод решения и приготовиться к выступлению - объяснению сущности своего метода другой группе. Ребята работают с тремя учебными модулями: теоретический модуль, подготовительный модуль и практический модуль. Роль учителя заключается в консультировании учащихся по ходу их самостоятельной работы, помощи в подготовке выступления.*

**1 группа «Координатный метод нахождения расстояния от точки до плоскости»**

*Теоретический модуль (3-5 минут)*

**Координатный метод**

1. ***Вычисление расстояния от точки до плоскости.***

Пусть дана точка *М(x0, y0, z0)* и плоскость α, заданная уравнением в прямоугольной декартовой системе координат.

Расстояние от точки М до плоскости α можно вычислить по формуле

1. ***Уравнение плоскости, проходящей через три точки.***

Плоскость в пространстве можно провести через любые три точки, не лежащие на одной прямой. Поэтому для того, чтобы написать уравнение плоскости, берем координаты трех принадлежащих ей точек. Подставляем их по очереди в уравнение плоскости. Решаем полученную систему.

Иногда удобно использовать уравнение плоскости в отрезках ,

если известны координаты точек (a;0;0), (0;b;0), (0;0; c) пересечения данной плоскости с координатными осями Ox,Oy , Oz соответственно.

***Пример 1.*** Напишем уравнение плоскости, проходящей через точки M (1; 0; 1), N (2; −2; 0) и K (4; 1; 2).

Уравнение плоскости:

Подставим в него по очереди координаты точек M, N и K.

Для точки M:

То есть

Для точки N:

То есть

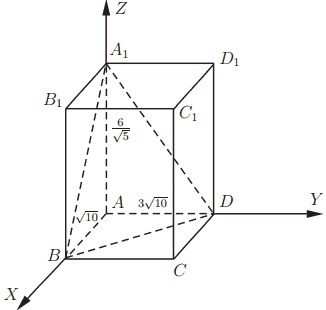
Для точки К:

То есть

Получили систему из трех уравнений:

В ней четыре неизвестных: *a, b, c*  и *d*. Поэтому одну из них мы выберем сами, а другие выразим через нее. Правило простое — вместо одной из переменных можно взять любое число, не равное нулю. К примеру, пусть , тогда решая систему, получаем: . А уравнение плоскости примет следующий вид: , умножим на -3, чтобы коэффициенты стали целыми:

***Пример 2.*** В основании прямоугольного параллелепипеда ABCDA1B1C1D1 лежит прямоугольник ABCD со сторонами Высота параллелепипеда . Найдите расстояние от точки A до плоскости A1DB.

*Решение:* Введем систему координат, как показано на рисунке, и найдем координаты точек:

Запишем уравнение плоскости A1DB.

По очереди подставляем координаты точек A1, D и B в уравнение , получаем систему уравнений:

Выберем тогда .

Уравнение плоскости A1DB будет иметь вид: .

Используя формулу для нахождения расстояния от точки до плоскости, вычисляем искомое расстояние:

**: 2**

*Подготовительный модуль (4-6 минут) с последующей взаимопроверкой*

Решите следующие задачи:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1. Найти расстояние от точки М(-3;1;2) до плоскости, заданной уравнением .   (1 балл) | 1. Найти расстояние от начала координат до плоскости, заданной уравнением   (1 балл) |
| 1. Найти расстояние между параллельными плоскостями, заданными уравнениями   (1 балл) | 1. Найти расстояние между параллельными плоскостями, заданными уравнениями   (1 балл) |

*Указание. Чтобы найти расстояние между параллельными плоскостями, достаточно выбрать точку на одной из плоскостей.*

*Практический модуль (8-10 минут) - работы проверяются учителем.*

Решите следующие задачи координатным методом:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1. В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости ВСА1.   (2 балла) | 1. В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости СА1В1.  (2 балла) |
| 1. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости SCD.   (2 балла) | 2. В правильной шестиугольной пирамиде SABCDEF, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите расстояние от точки А до плоскости SDЕ.  (2 балла) |

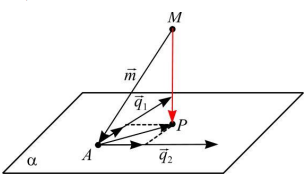
*Подготовка выступления от группы (3-5 минут)*

**2 группа «Векторный метод нахождения расстояния от точки до плоскости»**

*Теоретический модуль (3-5 минут)*

**Векторный метод**

Пусть дана плоскость α, содержащая два неколлинеарных вектора , точка А принадлежит плоскости α, точка М вне плоскости α, .

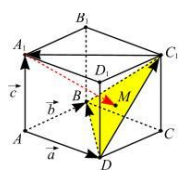
Чтобы найти расстояние от точки M до плоскости α, то есть длину перпенди-

куляра MP ( ), представим вектор в виде

Неизвестные коэффициенты x, y находятся из условия перпендикулярности

вектора векторам :

Искомое расстояние (длина вектора ) выражается следующим образом:

**Пример.** В единичном кубе ABCDA1B1C­1D1 найти расстояние от точки А1 до плоскости BDC1.

Решение. Введем базисные векторы. Пусть , тогда , . Выразим векторы , , через базисные векторы , ,:

, ,

Пусть МА1 BDC1, где M BDC1.

Вектор , поэтому

Далее имеем

Так как

то имеем

Отсюда получаем

*Подготовительный модуль (4-6 минут) с последующей взаимопроверкой*

Решите следующие задачи:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1. Составить таблицу скалярных произведений для базисных векторов таких, что , . | |
| Найти , если  (1 балл) | 1. Найти , если   (1 балл) |
| 1. В параллелепипеде A…D1 точка М – центр граниСС1D1D. Найти разложение вектора по векторам . 2. балл) | 1. В параллелепипеде A…D1 точка М – центр грани AA1B1B. Найти разложение вектора по векторам .   (1 балл) |

*Практический модуль (8-10 минут) - работы проверяются учителем.*

Решите следующие задачи векторным методом:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1. В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости ВСА1.   (2 балла) | 1. В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости СА1В1.  (2 балла) |
| 1. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости SCD.   (2 балла) | 2. В правильной шестиугольной пирамиде SABCDEF, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите расстояние от точки А до плоскости SDЕ.  (2 балла) |

*Подготовка выступления от группы (3-5 минут)*

1. **Выступления участников групп 10-12 минут** .

*Результат выступления оценивается другой группой на основе голосования (по пятибальной шкале), оценка выставляется отдельно, независимо от общего рейтинга.*

1. **Домашнее задание - 1 минута.**

Задачи, предложенные группам в практическом модуле необходимо решить другим методом (участники группы «Координатный метод» решают векторным, участники группы «Векторный метод» - координатным).

1. **Подведение итогов – 1 минута.**

***Лист контроля***

|  |  |
| --- | --- |
| **Фамилия, имя, класс** | |
| **Задание** | **Баллы** |
| Изобразить многогранник - №1 |  |
| Изобразить многогранник - №2 |  |
| Подготовительный модуль - №1 |  |
| Подготовительный модуль - №2 |  |
| Практический модуль - №1 |  |
| Практический модуль - №2 |  |
| Итого: |  |

**7-8 баллов – отлично (5),**

**5-6 баллов – хорошо (4),**

**3-4 балла – удовлетворительно (3),**

**менее 3 баллов – неудовлетворительно (2).**

Проверочная работа № 1

«Нахождение расстояний в пространстве»

(1 вариант)

|  |  |
| --- | --- |
| Задание | Баллы |
| 1. Объясните суть координатного метода, применяемого при нахождении расстояния от точки до прямой. | 1 |
| 1. *Решите задачу, используя вычислительный метод.*   В единичном кубе A…D1 найдите расстояние от точки В до прямой DA1. | 2 |
| 1. *Решите задачу, используя координатный метод.*   В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости BCA1. | 2 |
| 1. *Решите задачу, используя векторный метод.*   В правильной шестиугольной призме A…F1, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AB1­ и BC1. | 2 |
| 1. *Решите задачу.*   Сторона основания ABC правильной треугольной пирамиды ABCD равна , высота DO равна 6. Точки A1 и С1 – середины ребер AD и CD соответственно. Найти расстояние между прямыми BA1 и AC1. | 2 |

Критерии оценивания заданий №2-5:

|  |  |
| --- | --- |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных  выше. | 0 |

Методика оценивания:

8-9 баллов – отлично (5),

5-7 баллов – хорошо (4),

3-4 балла – удовлетворительно (3),

менее 3 баллов – неудовлетворительно (2).

Краткий анализ знаний учащихся.

По результатам изучения темы "Применение различных методов нахождения расстояний и углов в пространстве учащиеся должны:

– знать основные определения, аксиомы и теоремы стереометрии, свойства фигур в пространстве и формулы нахождения площадей и объемов, правила работы с векторами (сложение, вычитание, скалярное произведение, разложение по векторам), формулы, использующие координаты точек и векторов, алгоритмы нахождения расстояний и углов различными методами.

– уметь строить чертежи, сводить объемную задачу к пространственной, выполнять дополнительные построения, правильно выбирать систему координат и определять координаты точек и векторов, выбирать базисные векторы, составлять уравнение плоскости, определять векторы нормалей и направляющие векторы.