Министерство образования и науки

ГОУ ВПО Нижегородский государственный педагогический университет имени Козьмы Минина

Факультет математики, информатики и физики

Кафедра теории и методики обучения математике

ПРОЕКТ:

«Арифметическая и геометрическая прогрессии. Урок решения ключевых задач»

Оглавление

[Общая характеристика темы. 3](#_Toc326098397)

[Историческая справка 3](#_Toc326098398)

[Особенности и роль темы в математике и в школьном курсе математики 5](#_Toc326098399)

[Инвариантное содержание темы (из программы по математике) 6](#_Toc326098400)

[Обзор литературы по теме «Прогрессии» 7](#_Toc326098401)

[Обзор математической литературы: 7](#_Toc326098402)

[Обзор методической литературы: 10](#_Toc326098403)

[Сравнительный анализ содержания темы в различных школьных учебниках: 13](#_Toc326098404)

[Логико-дидактический анализ темы 21](#_Toc326098405)

[Анализ теоретического материала 21](#_Toc326098406)

[Выводы из анализа теоретического материала 29](#_Toc326098407)

[Анализ задачного материала 32](#_Toc326098408)

[Выводы из анализа задачного материала 35](#_Toc326098409)

[Тематическое планирование изучения темы 38](#_Toc326098410)

[Постановка учебных задач, диагностируемых целей 44](#_Toc326098411)

[Подробный конспект урока 46](#_Toc326098412)

[Приложение: 55](#_Toc326098413)

## Общая характеристика темы.

# Историческая справка

Сами по себе прогрессии известны так давно, что, конечно, нельзя говорить о том, кто их открыл.

Уже в Древнем Египте знали не только арифметическую, но и геометрическую прогрессию. Об этом свидетельствует приведенная ниже задача из папируса Райнда. Эта задача много раз с разными вариациями повторялась и у других народов в другие времена. Например, в написанной в XIII в. «Книге об абаке» Леонардо Пизанского (Фибоначчи) есть задача, в которой фигурируют 7 старух, направляющихся в Рим (очевидно, паломниц), у каждой из которых 7 мулов, на каждом из которых по 7 мешков, в каждом из которых по 7 хлебов, в каждом из которых по 7 ножей, каждый из которых в 7 ножнах. В задаче спрашивается, сколько всего предметов.

Задача Древнего Египта (Задача из папируса Райнда )

[](http://wiki.saripkro.ru/index.php/%D0%98%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5:Drevzadachaproektskleminoi.jpg)

«У семи лиц по семи кошек; каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?»

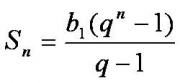
*Решение задачи*

Людей всего 7, кошек 72 = 49, они съедают всего 73 = 343 мыши, которые съедают всего 74 = 2401 колосьев, из них вырастает 75 = 16807 мер ячменя, в сумме эти числа дают 19 607.

Задача о шахматах

[](http://wiki.saripkro.ru/index.php/%D0%98%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5:Sklemina_zadacha2_proekt.jpg)

Рассказывают, что индийский принц Сирам рассмеялся, услышав, какую награду попросил у него изобретатель шахмат: за первую клетку шахматной доски – одно зерно, за вторую – два, за третью –четыре, за четвертую – восемь и так далее до 64-го поля. Нетрудно сосчитать, используя формулу

[](http://wiki.saripkro.ru/index.php/%D0%98%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5:Formuladlproektsklemina.jpg),

что количество зерна, нужное для расплаты, составляет примерно 18,5\*1018.

Если бы принцу удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая и моря, и океаны, и пустыни, и Арктику с Антарктикой, то получить удовлетворительный урожай, то за пять лет он смог бы рассчитаться с просителем. Такое количество зерен пшеницы можно собрать лишь с площади в 2000 раз большей поверхности Земли. Это превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до нашего времени.

Старинные русские задачи (Задача из ["Арифметики"](http://www.etudes.ru/ru/mov/magn/index.php) [Л. Ф. Магницкого](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%B3%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%BA%D0%B8%D0%B9,_%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D1%82%D0%B8%D0%B9_%D0%A4%D0%B8%D0%BB%D0%B8%D0%BF%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87) )

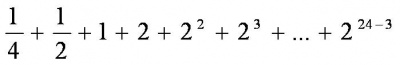
[](http://wiki.saripkro.ru/index.php/%D0%98%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5:Sklemina_zadacha1_proekt.jpg)

*Проторговался ли купец?*

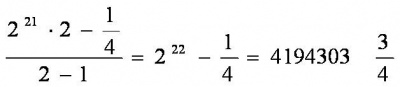
Некто продавал коня и просил за него 1000 рублей. Купец сказал, что за коня запрошена слишком большая цена. "Хорошо, - ответил продавец, - если ты говоришь, что конь дорого стоит, то возьми его себе даром, а заплати только за его гвозди в подковах. А гвоздей во всякой подкове по 6 штук. И будешь ты мне за них платить таким образом: за первый гвоздь полушку, за второй гвоздь заплатишь две полушки, за третий гвоздь - четыре полушки, и так далее за все гвозди: за каждый в два раза больше,чем за предыдущий". Купец же, думая, что заплатит намного меньше, чем 1000 рублей, согласился. Проторговался ли купец, и если да, то насколько?

*Решение задачи*

За 24 подковных гвоздя пришлось уплатить

[](http://wiki.saripkro.ru/index.php/%D0%98%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5:Formuladlproektsklemina1.jpg)

копеек. Сумма эта равна

[](http://wiki.saripkro.ru/index.php/%D0%98%D0%B7%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5:Formuladlproektsklemina11.jpg)

копеек, т.е. около 42 тысяч рублей. При таких условиях не обидно дать и лошадь в придачу.

*О термине «прогрессия»*

"Прогрессия" – латинское слово, означающее "движение вперед", было введено римским автором Боэцием (VI век) и понималось в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность.

На связь между прогрессиями первым обратил внимание Архимед (ок. 287-212 г.г. до н.э).

Сведения, связанные с прогрессиями, впервые встречаются в дошедших до нас документах Др. Греции. Уже в V в. до н.э. греки знали следующие прогрессии и их суммы:

Будучи учеником начальной школы Карл Гаусс (1777-1855) нашел сумму всех натуральных чисел от 1 до 100:

1+2+…+99=(1+99)+(2+98)+…+(49+51)+50=100ּ49+50=4900+50=4950.

*Прогрессии в других сферах жизни.*

Прогрессии встречаются и в литературе. Так, например, ямб – стихотворный размер с ударением на четных слогах: 2, 4, 6, 8,…. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью 2. Хорей – стихотворный размер с ударением на нечетных слогах: 1, 3, 5, 7,…. Номера ударных слогов образуют арифметическую. Прогрессию с первым членом 1 и разностью 2.

Кроме того, арифметические и геометрические прогрессии используются для решения задач по физике, геометрии, биологии, химии, экономике, в строительном деле.

Арифметическая и геометрическая прогрессии являются частными видами рядов в курсе высшей математики.

# Особенности и роль темы в математике и в школьном курсе математики

Тема «Числовые последовательности» входит в материал темы «Прогрессии», так как прогрессии - особый вид числовой последовательности. Тема «Последовательность» является одной из важных тем математики. В школьном курсе математики с помощью последовательностей «открываются» прогрессии. Возможно привлечение дополнительного материала.

При изучении числовых последовательностей в курсе школы тема «Последовательности» является вспомогательной и рассматривается лишь в объеме, необходимом для изучения арифметической и геометрической прогрессии. Однако в реальной жизни мы часто встречаемся с различного вида последовательностями. Многие из них используются в самых различных науках. Например, числа Фибоначчи используются в хронологии и периодизации древнейшей истории, в архитектуре, искусстве, музыке, биологии, астрономии, при прогнозировании цен,  определяют форму греческих ваз и спиральных галактик, строение подсолнуха и домика улитки, лежат в основе Фэн-шуй. В «Справочнике по целочисленным последовательностям» Н. Слоуна собрано и упорядочено 2300 целочисленных последовательности, а значит и область их применения очень широка. Какую бы профессию не выбрал ученик в будущем, он обязательно встретится с каким-нибудь числовым рядом. Основной целью данного курса является демонстрация посредством последовательностей и их свойств возможностей математики  при применении ее методов в физике, биологии, химии, экономике и других науках, а значит, и показать необходимость изучения математики для овладения любой профессией.

В процессе обучения учащиеся приобретают следующие умения:

- работать с литературой;

- опознавать и различать виды последовательностей;

- задавать произвольную последовательность различными способами;

- конструировать новые последовательности;

- представлять результаты исследования последовательности;

- обсуждать результаты работы, участвовать в дискуссии.

# Инвариантное содержание темы (из программы по математике)

Понятие последовательности, арифметической и геометрической прогрессий. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы n-первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Основная цель — познакомить учащихся с понятиями арифметической и геометрической прогрессий. Учащиеся знакомятся с числовыми последовательностями, учатся по заданной формуле n-гочлена при рекуррентном способе задания последовательности находить члены последовательности. Знакомство с арифметической и геометрической прогрессиями как числовыми последовательностями особых видов происходит на конкретных практических примерах. Формулы n-го члена и суммы n-первых членов обеих прогрессий выводится учителем, однако требовать от всех учащихся умения выводить эти формулы не обязательно. Упражнения не должны предполагать использования в своем решении формул, не приведенных в учебнике. Основное внимание уделяется решению практических и прикладных задач. Согласно программе по математике на тему прогрессии отведено 18 часов.

## Обзор литературы по теме «Прогрессии»

# Обзор математической литературы:

1. *Сборник задач по элементарной математике. Антонов Н.П. , Выгодский М.Я., Никитин В.В., Санкин А.И. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979, 448 с.*

Книга содержит около 1000 задач по элементарной математике. Она рассчитана на лиц, которые знакомы с курсом элементарной математики, но желают повторить этот курс, углубить свои знания без помощи преподавателя. Задачник ставит своей целью научить решать математические задачи, поэтому в нем даны решения для большинства задач.

По теме «Арифметическая прогрессия» представлено 11 задач (№№ 320-330), среди которых задачи типа: найдите формулу арифметической прогрессии; найти член прогрессии; доказать, что ряд выражений образует прогрессию; сколько членов прогрессии нужно взять, чтобы получить заданную сумму. По теме «Геометрическая прогрессия» представлено 9 задач (№№ 331-340), среди которых задачи типа: написать несколько членов прогрессии; найти заданное количество чисел, образующих прогрессию; найти первый член и знаменатель прогрессии. На тему «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия» представлены следующие типы задач (всего 8 штук, №№ 341-348): доказать, что числа образуют БУГП, найти сумму членов БУПГ, найти прогрессию. Также имеются задачи смешанного типа, на арифметическую и геометрическую прогрессию одновременно (всего 9 штук, №№ 349-357). Все задачи имеют достаточно подробное описание решения.

1. *Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб пособие для студентов физ.-мат. спец. пед ин-тов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1991. – 352 с.*

Цель пособия – оказать студентам конкретную помощь в развитии умения решать математические задания школьного курса. Наличие теоретического материала и подробно разобранных примеров даст возможность использовать пособие изучающим этот курс самостоятельно.

В пособии дан краткий теоретический базис (стр. 75) по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», позволяющий читателю вспомнить/изучить, основные понятия, свойства, теоремы, формулы темы. Приводятся примеры решения задач (после теории).

1. *Сборник задач для факультативных и внеклассных занятий по математике: Кн. для учителя / Березин В.Н., и др. – М.: Просвещение, 1985. – 175 с.*

В книгу включены задачи различных разделов школьного курса математики. Их решение предполагает использование знаний основного и факультативного курсов математики в новых, нетривиальных ситуациях и разнообразных приложениях. Ко всем задачам даны решения.

В книге представлен ряд задач на тему «Арифметическая прогрессия», имеющих следующую формулировку: составить формулу, с помощью которой выражался бы n-ый член последовательности заданного вида. Решения данных задач приведены в конце книги, они подробны и обоснованы.

1. *Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. – Минск: Вышэйшая школа, 1978.*

На тему «Арифметическая и геометрическая прогрессия» можно найти задачи, относящиеся к этапам развития математики в разных странах: например, Греция (14 и 15,30,31 (геометрическая прогрессия, сумма БУГП), 38 – задача Гипсикла Александрийского (арифметическая прогрессия)).

1. *Муравин К.С. и др. Алгебра. 9 кл.: Учеб. для общеобразоват. учеб. заведений. – М.: Дрофа, 2001. – 240 с.*

Учебник завершает учебно-методический комплект по алгебре 7-9 классов. Теоретический материал учебника разбит на обязательный и дополнительный, четко сформулированы алгоритмы решения стандартных задач. дифференцированная система упражнений содержит задания обязательного и повышенного уровня, развивающие задачи и трудные.

Глава 4 носит название «Прогрессии», содержит параграфы: числовые последовательности (последовательность и функции, рекуррентные последовательности), арифметическая и геометрическая прогрессии (определение прогрессии, формулы n-го члена прогрессии), сумма членов прогрессий (сумма первых n членов арифметической и геометрической прогрессии, сумма БУГП). Достаточно большой объем практического материала на отработку теории.

В отличие от других учебников для 9 классов, в которых также представлена тема «Прогрессии», в данном учебнике ведется параллельное рассмотрение арифметической и геометрической прогрессии. Составляется и заполняется канва-таблица, удобно применять на уроке. Укрупнение дидактических единиц существенно упрощает изложение темы для учителя и способствует лучшему восприятии материала учениками.

1. *Мордкович А.Г. Алгебра. 9 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2002. -192 с.*

Глава 4 посвящена прогрессиям, сначала вводится в рассмотрение числовая последовательность, затем арифметическая прогрессия, затем геометрическая прогрессия, рассматриваются основные результаты. задачный материал обширен, круг рассматриваемых задач полно иллюстрирует теоретическую основу.

1. *Мордкович А.Г. Алгебра. углубленное изучение. 9 класс: учебник. – М.: Мнемозина, 2006. – 296 с.*

Этот учебник является продолжением аналогичного учебника для 8-го класса. В нем практически полностью реализована действующая государственная программа для классов с углубленным изучением математики в основной школе (включая более сложный и дополнительный материал). книга поможет учителю организовать предпрофильное обучение школьников, которые в старших классах выберут профильную подготовку по математике.

Глава 7 «Прогрессии»: помимо рассматриваемых в основном учебнике тем арифметическая и геометрическая прогрессия, вводится в рассмотрение метод математической индукции.

1. *Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие для 8-9 кл. с углубленным изучением математика. – 8-е изд. – М.: Просвещение, 2002. – 271 с.*

Хотя данный задачник адресован учащимся специализированных классов, его успешно можно использовать и для общеобразовательных школ.

В этой книге §12 посвящен последовательностям и прогрессиям. Сначала дается краткая теоретическая справка, в которой отражены основные определения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии», способы задания последовательностей, свойства последовательностей, метод математической индукции, формулы n-ого члена для арифметической и геометрической прогрессий, их характеристические свойства, формулы суммы n первых членов этих прогрессий, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Далее представлен задачный материал на последовательности, метод математической индукции. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию представлены в основном в текстовом виде (текстовые задачи). Также представлены комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

1. *За страницами учебника алгебры /Л. Ф. Пичурин. – М.: Просвещение, 1999 г.*

Книга предназначена для самостоятельного чтения в первую очередь 13-15 летним читателям, желающим расширить и углубить знания по всем разделам математики. Учителю эта книга будет хорошим подспорьем в подготовке к урокам, к проведению всякого рода внеклассных занятий. Изложение новых математических понятий опирается на школьный курс и сопровождается интересными историческими фактами. Книга погружает учащихся в мир современной математики, рассказывает о роли ученых-математиков в развитии мировой науки.

В книге представлены теоретические сведенья по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»: определения, формулы. Теоретические сведения дополнены разнообразными задачами.

1. *Я. И. Перельман. Занимательная алгебра.– М.: Триада – Литера, 1994 г.*

«Занимательная алгебра» — прежде всего не учебное руководство, а книга для вольного чтения. Читатель должен уже обладать некоторыми познаниями в алгебре, хотя бы смутно усвоенными или полузабытыми. «Занимательная алгебра» ставит себе целью уточнить, воскресить и закрепить эти разрозненные и непрочные сведения, но главным образом — воспитать в читателе вкус к занятию алгеброй и возбудить охоту самостоятельно пополнить по учебным книгам пробелы своей подготовки. Задачи с необычными сюжетами, увлекательные исторические экскурсы и любопытные примеры из повседневной жизни несомненно заинтересуют читателя. Издание ставит своей целью привить ребенку вкус к изучению алгебры и геометрии, вызвать у него интерес к самостоятельным творческим занятиям, дать ему максимум знаний, дополняющих школьную программу, помочь в учебе. Теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в этой занимательной книге посвящена целая глава. В ней рассмотрены интересные задачи, к каждой из которых прилагается решение.

# Обзор методической литературы:

1. *Цыпкин А.Г., Пииский А.И. Справочник по методам решения задач по математике средней школы. – М.: Наука, 1989. – 576 с.*

Содержит основные методы решения задач школьного курса математики, а также некоторые задачи, не входящие в существующую программу средней школы. Приводятся необходимые теоретические сведения. Изложение метода сопровождается разбором типичных задач. Приводятся задачи для самостоятельного решения. Глава 7 посвящена последовательностям, а именно в ней изложены: определение и свойства последовательности, предел последовательности, вычисление пределов последовательности, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, смешанные задачи на прогрессию, разные задачи. В параграфах §§4-6 главы даны как основные теоретические представления о прогрессиях обоих видов, так и задачи (разобранные в виде примеров и список для самостоятельного решения).

1. *Программно-методические материалы: Математика. 5-11 кл. Тематическое планирование / Сост. Г.М. Кузнецова. – М.: Дрофа, 2000. – 192 с.*

Тематическое планирование организовано на действующие в настоящее время учебники математики, в том числе на новые, изданные в последние годы. Тематическое планирование для основной школы (5-9 кл.) составлено в двух вариантах, рассчитанных на различное число часов в неделю. Тематическое планирование для старшей школы (10-11 кл.) составлено как для общеобразовательного курса, так и для профильного обучения.

В данной книге представлено тематическое планирование для различных учебников и профилей образования. На тему «Прогрессии» отводится 21 час (углубленное изучение), или 14 часов (числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии, формула n-го члена и суммы первых n членов прогрессии). Даются методические указания по изучению темы, основные цели, задачи, которые ставятся перед учителем.

1. *Алгебра в 8 классе: Метод. Пособие для учителей / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, В.М. Монахов и др. – М.: Просвещение, 1979. – 239 с.*

Пособие предназначено для учителей, работающих по учебному пособию «Алгебра-8». Книга содержит методические рекомендации по преподаванию теоретического материала, указания к упражнениям, примерный тематический план, контрольные работы.

Глава III настоящего пособия посвящена арифметической и геометрической прогрессии и содержит следующие параграфы: последовательности(понятие последовательности, способы задания последовательностей, рекуррентный способ задания последовательностей), арифметическая прогрессия (определение арифметической прогрессии, формула n-го члена арифметической прогрессии, формула суммы n первых членов арифметической прогрессии), геометрическая прогрессия (определение геометрической прогрессии, формула n-го члена геометрической прогрессии, формула суммы n первых членов геометрической прогрессии, тождества (сумма и разность кубов)), указания к дополнительным упражнениям.

1. *Журнал «Математика», №№ 6, 7/2006*

Статья В. Вавилова и Р. Ткачук «Две прогрессии», № 6 – арифметическая прогрессия, № 7 – геометрическая прогрессия, в ней вводятся определения арифметической и геометрической прогрессии, вспоминаются понятия среднего арифметического и среднего геометрического, рассматривается связь арифметической и геометрической прогрессии через логарифм (накладывается ряд условий) как свойство, вводится историческая справка этого свойства, рассматривается старинная задача на прогрессию, задача И. Ньютона, задачи из сборника для поступающих в МГУ. Материалы этой статьи полезны в разработке уроков, позволяют разнообразить школьный материал, расширить кругозор учащихся.

1. *Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики. – М.: Просвещение, 1990. – 95 с.*

В этой книге представлена дидактическая игра по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессия», которую можно провести на одном из уроков, посвященной данной теме.

1. *Суконник Я. Н. , Арифметико-геометрическая прогрессия (журнал “Квант”, раздел «Математический кружок», 1975, №1).*

В статье рассматривается арифметико-геометрическая прогрессия и ее свойства, выводится формула общего члена арифметико-геометрической прогрессии, характеристическое свойство арифметико-геометрической последовательности, рассматриваются задачи на применение арифметико-геометрической последовательности, упражнения с решениями и на самостоятельное обдумывание. Полезна как преподавателю, так и учащимся для расширения круга знаний. Можно использовать при подготовке урока решения задач смешанного вида на последовательности, при подготовке факультативного занятия.

1. *Самаров К.Л. Прогрессии: Учебно-методическое пособие для школьников, 2010.*

Данное пособие предназначено прежде всего для школьников. Цель его – помочь учащимся овладеть необходимыми знаниями по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии». В книге очень подробно рассмотрен весь теоретический материал по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии». Даны определения и нужные формулы с обоснованиями и доказательствами. Так же приведено много примеров, к каждому примеру прилагается решение. В конце книги даются задачи для самостоятельного решения.

1. *Математика. 5 -11 класс: Дополнительные материалы к урокам математики/ А. Р. Рязановский, Е. А. Зайцев. – М.: Дрофа, 2001 г.*

В книге 2 раздела: в первом представлены статьи по различным темам школьного курса математики, во втором очерки по истории математики. Книга может служить учителю тематическим справочником, источником дополнительных сведений, интересных примеров, дополняющих и углубляющих школьный курс математики. Материалы книги можно использовать при подготовке обобщающих уроков, для индивидуальной работы с учащимися (например, для подготовки докладов), для занятий математических кружков и факультативов.

По теме арифметическая и геометрическая прогрессии в данной книге представлен следующий материал: определения арифметической и геометрической прогрессии, представлены свойства прогрессий, а так же задачи на их использование.

1. *Колягин Ю.М. Изучение алгебры в 7-9 классах. Книга для учителя / Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение,2002. – 287 с.*

Книга содержит методические рекомендации учителям, преподающим алгебру в 7-9 классах по учебникам Алимова Ш.А., Калягина Ю.М., Сидорова Ю.В, и др. Пособие написано в соответствии с концепцией обучения алгебры по этим учебникам, а также с их содержанием и структурой. В нем даны как общие, так и конкретные советы по изучению каждой темы. Книга насыщена яркими примерами подробных разъяснений по решению различных задач из упоминаемых выше учебников. В книге приведено примерное поурочное планирование учебного материала и краткие рекомендации по заключительному повторению курса алгебры 7-9 классов.

Теме «Прогрессии» отведена целая глава (глава 5, 9 класс), изложенная на 15 страницах.

1. *Теория и технология обучения математике в средней школе: Учебное пособие / Под ред. Т.А. Ивановой. – Н.Новгород: НГПУ, 2009.*

В пособии проектируется современная методическая система обучения математике, методологическую основу которой составляют концепции гуманитаризации образования, личностно ориентированного, деятельностного и технологического подходов к обучению. В пособии излагается технология обучения основным дидактическим единицам и построение уроков различных типов, описывается диагностика процесса обучения на всех его этапах.

Касаемо темы «арифметическая и геометрическая прогрессии», пособие окажется полезным при составлении уроков, в нем указаны особенности введения понятия арифметической и геометрической прогрессии.

# Сравнительный анализ содержания темы в различных школьных учебниках:

***Анализируемые учебники:***

(1) Алимов Ш.А. и др. Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений. — М.: Просвещение, 1998 г.

(2) Виленкин Н.Я. Алгебра: Учеб. для учащихся 9 кл. с углубл. Изучением математики. - М.: Просвещение, 2005 г.

(3) Мордкович А.Г. Алгебра. Углубленное изучение. 9 класс: учебник. – 2-е изд., - М.: Мнемозина, 2006. – 296 с

(4) Муравин К.С. и др. Алгебра 9 кл.: учеб. для общеобразоват. Учеб. заведений. — М.: Дрофа, 2001 г.

Последовательность изучения темы в (1), (2), (3) аналогична: сначала изучаются последовательности, затем арифметическая прогрессия, формулы n-гочлена арифметической прогрессии, суммы n-первых членов арифметической прогрессии, после чего приступают к изучению геометрической прогрессии в том же порядке. Но есть различия в способах изложения, введения понятий, формулировках определений, методах доказательства.

В перечисленных учебниках параграф «Последовательности» изучается с различной степенью подробности. В учебнике (1) дается понятие числовой последовательности, ее номера и рассмотрено рекуррентное задание последовательности. А в (2),(3),(4) рассмотрены также свойства последовательностей (ограниченность, монотонность). Также в учебнике (3) выделяется несколько способов задания последовательности: словесный, рекуррентный, аналитический, вводятся свойства арифметической прогрессии.

В учебнике (4) изучение этой темы тоже начинается с параграфа «Числовая последовательность». Далее идет изучение самих прогрессий, которое происходит одновременно для арифметической и геометрической прогрессии с помощью составления таблицы. Последовательность изучения аналогична последовательности в учебниках (1), (2), (3).

В учебниках некоторых авторов кроме основного содержания темы представлена дополнительная информация: в (2) и (4) рассмотрен метод математической индукции (с выделением алгоритма), в (2) также рассматривается параграф «Предел последовательности» (с определениями бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей; выделяются свойства бесконечно малых последовательностей, вводится определение предела числовой последовательности; тема включает также параграф «Прогрессии, проценты и банковские расчеты»).

Четкое определение последовательности (через род и видовые отличия) вводится в учебниках (3), (4). В остальных учебниках дается лишь ее описание.

*Определения* арифметической и геометрической прогрессий в учебниках всех рассматриваемых авторов аналогичны. Им дается несколько формулировок (словесная и символическая), причем, данные определения сформулированы через род и видовые отличия. *Понятию n-го члена* прогрессий в учебниках дается описание.

*Формула п-го члена* арифметической и геометрической прогрессий присутствует во всех рассматриваемых учебниках. В учебнике (2) формула n-го члена геометрической прогрессии формулируется в виде теоремы. В случае геометрической прогрессии такая формула выводится на основе определения геометрической прогрессии.

*Характеристические свойства* арифметической и геометрической прогрессий присутствуют в учебниках всех авторов (кроме (4)). Эти свойства имеют доказательства (они несколько отличаются). При доказательстве необходимости в (2) рассматривается равенство: *ап* - *ап-1* *=аn+1 -ап ,* а в учебнике (3) рассматриваются три члена арифметической прогрессии, следующие друг за другом: *ап-1, ап, ап+1.* Далее по определению и с помощью некоторых преобразований, теорема доказывается.

В учебниках (1), (2) *формулы суммы п первых членов* арифметической прогрессии вводятся одинаково: на основе конкретного примера формулируется теорема (с доказательством). В учебниках (3), (4) выводится и формулируется формула (не теорема). Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии в (1) формулируется как теорема (с доказательством), а в учебниках (2) – (4) формула выводится. Алгоритм доказательства этих формул одинаковый: сумма записывается двумя способами, затем используется алгебраическое сложение полученных равенств и определение арифметической (геометрической) прогрессии. Достаточность данной теоремы представлена в учебнике Мордковича.

У

чебники (1) – (3) наиболее распространены в школах, учебник (4) используется реже, поэтому, подводя итог проведенным выше сравнениям учебников, выделим присущие особенности изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в следующих трех учебниках:

1. ***Алгебра. Учебник для 9 кл. средней школы / под ред. Ш.А. Алимова. – М.:*** ***Просвещение, 1998 г***

В данном учебнике тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» изучается в 5 главе «Прогрессии». Тема изучается в последней четверти, после темы «Элементы тригонометрии». В первом параграфе изучается числовая последовательность, определения числовой последовательности не дается. Дается два способа задания последовательности: аналитический и рекуррентный. Далее изучается арифметическая прогрессия: индуктивно дается определение арифметической прогрессии, выводится формула n-ого члена, формулируется свойство арифметической прогрессии, которое вводится через задачу (при доказательстве используется свойство средней линии в трапеции), выводится и доказывается формула суммы n первых членов арифметической прогрессии. Критерий арифметической прогрессии, как в учебниках Мордковича и Виленкина, не формулируется. После арифметической прогрессии изучается геометрическая прогрессия: индуктивно дается ее определение, формула n-ого члена, выводится свойство геометрической прогрессии (критерий также не формулируется), выводится и доказывается формула суммы n первый членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающей геометрической прогрессии посвящен отдельный параграф. Говорится о том, что если n неограниченно возрастает, то qn стремится к нулю, вводится обозначение этого (сначала это все вводится на конкретной последовательности), дается определение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, выводится формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Таким образом, Алимов вводит некоторые понятия предела последовательности, но самого понятия предела не касается, как, например, Виленкин.

1. ***Мордкович А.Г. Алгебра. Углубленное изучение. 9 класс: учебник. – 2-е изд., - М.: Мнемозина, 2006. – 296 с***

Арифметической и геометрической прогрессии посвящена 7 глава учебника – это последняя глава в этом учебнике. Изучается после темы «Преобразования тригонометрических выражений». Данной теме посвящено 5 параграфов, из них первых два параграфа посвящены числовым последовательностям. Дается определение понятия числовой последовательности, как функции натурального аргумента. Дается три способа задания последовательности: аналитический, словесный, рекуррентный (в других учебниках только 2: аналитический и рекуррентный). Отдельно посвящен параграф свойствам числовых последовательностей: ограниченность, монотонность (ограниченность рассматривается только у Мордковича). На все приводятся примеры. Далее вводится определение понятия арифметической прогрессии, как числовой последовательности заданной рекуррентно соотношениями а1=а, аn=an-1+d (n=2,3,4…), где d – разность арифметической прогрессии. Рассматривается, когда арифметическая прогрессия является убывающей (при d<0) и возрастающей (при d>0). Вводится обозначение арифметической прогрессии (не вводится больше ни в одном учебнике). Выводится формула n-ого члена арифметической прогрессии, которая доказывается методом математической индукции (доказывается только у Мордковича). Говорится о том, что арифметическую прогрессию можно рассматривать как линейную функцию, заданную на множестве натуральных чисел, строится график этой функции на конкретной арифметической прогрессии (нет ни в одном учебнике). Выводится и доказывается формула суммы первых n членов арифметической прогрессии. Рассматривается характеристическое свойство арифметической прогрессии, вводится обратное ему утверждение. В итоге вводится критерий арифметической прогрессии: числовая последовательность является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда каждый ее член, кроме первого (и последний в случае конечной последовательности), равен среднему арифметическому предшествующего и последующего членов. Аналогично изучается и геометрическая прогрессия: дается определение геометрической прогрессии, формула n-ого члена, формула суммы n первых членов последовательности. Говорится о том, что геометрическую прогрессию можно рассматривать как показательную функцию, заданную на множестве натуральных чисел, приводятся графики конкретных последовательностей. Вводится свойство геометрической прогрессии: квадрат каждого члена геометрической прогрессии (кроме первого и последнего) равен произведению предшествующего и последующего членов этой прогрессии. Выделяется обратное утверждение (признак геометрической прогрессии), и формулируется критерий геометрической прогрессии. Не выделяется бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, не вводится формула суммы для бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Последний параграф посвящен методу математической индукции, говорится о дедукции, о полной и не полной индукции. В учебнике присутствуют примеры комбинированных задач на арифметическую и геометрическую прогрессию.

1. ***Алгебра: учебник для учащихся 9 кл. с углубленным изучением математики / под ред. Н.Я. Виленкина. -7-е изд. – М.: Просвящение, 2006. – 367 с.***

В данном учебнике арифметическая и геометрическая прогрессии изучаются в главе «Последовательности» (11 глава, предпоследняя в учебнике). Изучается после темы «Уравнения и неравенства и их системы». Первый параграф посвящен числовым последовательностям. Числовая последовательность вводится как функция, заданная на множестве натуральных чисел (как и у Мордковича). Дается рекуррентный способ задания последовательности и аналитический (у Мордковича рассматривается три способа задания последовательности). Рассматривается монотонность последовательности. Второй параграф в этой главе посвящен методу математической индукции. Далее индуктивно дается определение арифметической прогрессии, формулируется критерий арифметической прогрессии (характеристическое свойство), который и дает название арифметической прогрессии. Говорится о том, что общий член этой последовательности является значением линейной функции, но график не приводится (как у Мордковича), вводится формула n-ого члена арифметической прогрессии. Выводится и доказывается формула суммы n первых членов арифметической прогрессии. Затем изучается геометрическая прогрессия: дается индуктивно ее определение, формула n-ого члена. Вводится и доказывается свойство геометрической прогрессии. Далее вводится утверждение, обратное свойству (признак) и формулируется критерий геометрической прогрессии. Выводится формула суммы n первых членов геометрической прогрессии. Следующий параграф посвящен пределу последовательности: изучаются бесконечно малые последовательности, их свойства, бесконечно большие последовательности. Дается определение предела последовательности, рассматриваются свойства предела последовательности (не вводится ни в каком больше учебнике), признак существования предела (не входит в обязательное для изучения). Только в этом параграфе рассматривается бесконечно убывающая геометрическая последовательность и выводится формула сумму для бесконечно убывающей геометрической последовательности. Далее рассматривается применение прогрессий в банковской системе (тоже рассматривается подробно только в Виленкине).

*Вразличных учебниках представлены разнообразные по полноте и сложности восприятия учениками определения арифметической и геометрической прогрессии. Говорится и об определении самого термина «прогрессия***»**

Термин «прогрессия» имеет латинское происхождение (progression, что означает «движение вперед») и был введен римским автором Боэцием (VI в.). Этим термином в математике прежде именовали всякую последовательность чисел, построенную по такому закону, который позволяет неограниченно продолжать эту последовательность в одном направлении. В настоящее время термин «прогрессия» в первоначально широком смысле не употребляется. Два важных частных вида прогрессий – арифметическая и геометрическая – сохранили свои названия. Сами названия «арифметическая» и «геометрическая» были перенесены на прогрессии из теории непрерывных пропорций, изучением которых занимались древние греки.

*Рассмотрим вышеописанное многообразие определений на примере определения геометрической прогрессии:*

*-Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Алимов9]*

Числовая последовательность называется *геометрической прогрессией*, если для всех натуральных выполняется равенство , где , - некоторое число, не равное нулю.

*-Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. Под ред. С. А. Теляковского. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Теляковский9]*

*Геометрической прогрессией* называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

В определении отсутствует указание «числовая» последовательность. Это полностью оправдано тем, что других последовательностей в курсе алгебры не изучается

*-Н. Я. Виленкин, Г. С. Сурвилло, А. С. Симонов, А. И. Кудрявцев. Алгебра: учебник для учащихся 9 класса с углубленным изучением математики [Виленкин9]*

Последовательность, каждый член которой получается из предыдущего умножением на одно и то же число , называется *геометрической прогрессией*.  
Число называют *знаменателем* прогрессии.

*-А. Г. Мордкович. Алгебра. 9 класс: В двух частях. Ч.1: Учебник для общеобразовательных учреждений [Мордкович9]*

Числовую последовательность, все члены которой отличны от 0 и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умноженеим его на одно и то же число , называют *геометрической прогрессией***.**  
При этом число называют *знаменателем геометрической прогрессии***.**

*-А.П. Киселев. Алгебра, ч.II: учебник для 8–10 классов средней школы [Киселев\_А-II]*

*Геометрической,* или *кратной, прогрессией* называется такой ряд чисел, в котором каждое число, начиная со второго, равняется предшествующему, умноженному на одно и то же число, постоянное для этого ряда.

В определении отсутствует указание «числовая» последовательность. Это полностью оправдано тем, что других последовательностей в курсе алгебры не изучается. В определении есть указание на «ряд чисел» – такое понятие в школьном курсе отсутствует. В определении отсутствует указание на ненулевой знаменатель, что может привести к ошибочным умозаключениям.

*-Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. Алгебра. 9 класс: Учебник для школ и классов с углубленным изучением математики. [МакарычевМиндюкНешков9у]*

*Геометрической прогрессией* называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число.

*-Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных [Дорофеев9]*

*Геометрической прогрессией* называют последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же не равное нулю число.

*-С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. Алгебра: Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений. [НикольскийПотапов9]*

*Геометрической прогрессией* называют числовую последовательность, каждый последующий член которой равен предшествующему, умноженному на отличное от нуля, постоянное для данной последовательности число. Это число называют *знаменателем геометрической прогрессии.*

*-М. И. Башмаков. Алгебра: Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Башмаков9]*

*Геометрической прогрессией* называется последовательность, каждый член которой получается из предыдущего умножением на постоянное число , которое называют знаменателем прогрессии.

*Сравнения определений*

-А.П. Киселев. Алгебра, ч.II: учебник для 8–10 классов средней школы [Киселев\_А-II]

-Н. Я. Виленкин, Г. С. Сурвилло, А. С. Симонов, А. И. Кудрявцев. Алгебра: учебник для учащихся 9 класса с углубленным изучением математики [Виленкин9]

-Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. Под ред. С. А. Теляковского. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Теляковский9]

Во всех приведенных определениях заложен рекуррентный подход к определению геометрической прогрессии. Небрежные формулировки могут привести к ошибочным выводам. Очевидно, авторы надеются, что учащемуся не должен прийти в голову пример такой последовательности: 1, 0, 0, … В задачном материале отсутствуют примеры, которые могут дать возможность придумать «неправильную геометрическую прогрессию».

*На примере арифметической прогрессии*

*-Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. Под ред. С. А. Теляковского. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Теляковский9]*

*Арифметической прогрессией* называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

В определении отсутствует указание «числовая» последовательность. Это полностью оправдано тем, что других последовательностей в курсе алгебры не изучается.

*-Н. Я. Виленкин, Г. С. Сурвилло, А. С. Симонов, А. И. Кудрявцев. Алгебра: учебник для учащихся 9 класса с углубленным изучением математики [Виленкин9]*

Последовательность, в которой каждый следующий член получается из предыдущего прибавлением одного и того числа d, называется *арифметической прогрессией.*

*-А.П. Киселев. Алгебра, ч.II: учебник для 8–10 классов средней школы [Киселев\_А-II]*

*Арифметической,* или *разностной, прогрессией* называется такой ряд чисел, в котором каждое число, начиная со второго, равняется предыдущему, сложенному с одним и тем же постоянным для этого ряда числом (положительным или отрицательным).

В определении отсутствует указание «числовая» последовательность. Это полностью оправдано тем, что других последовательностей в курсе алгебры не изучается. Вместе с тем определение перегружено, так как дается пояснение о значениях разности арифметической прогрессии, очевидно, не рассматривается прогрессия с разностью, равной нулю (все члены равны). Кроме этого в определении есть указание на «ряд чисел» – такое понятие в школьном курсе отсутствует.

*-А. Г. Мордкович. Алгебра. 9 класс: В двух частях. Ч.1: Учебник для общеобразовательных учреждений [Мордкович9]*

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного и того же числа *d*, называют *арифметической прогрессией***,** а число *d* - *разностью арифметической прогрессии****.***

*-Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных [Дорофеев9]*

*Арифметической прогрессией* называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, получается прибавлением к предыдущему одного и того же числа.

*-Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. Алгебра. 9 класс: Учебник для школ и классов с углубленным изучением математики. [МакарычевМиндюкНешков9у]*

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

*-С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. Алгебра: Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений. [НикольскийПотапов9]*

*Арифметической прогрессией* называют числовую последовательность, каждый последующий член которой равен предшествующему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом. Это число называют *разностью арифметической прогрессии.*

*М. И. Башмаков. Алгебра: Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Башмаков9]*

*Арифметической прогрессией* называется последовательность, каждый член которой находится из предыдущего прибавлением постоянного числа *d*, которое называют разностью прогрессии.

*Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Алимов9]*

Числовая последовательность называется *арифметической прогрессией*, если для всех натуральных выполняется равенство  
, где -- некоторое число.

*Сравнения определений*

-А.П. Киселев. Алгебра, ч.II: учебник для 8–10 классов средней школы [Киселев\_А-II]

-Н. Я. Виленкин, Г. С. Сурвилло, А. С. Симонов, А. И. Кудрявцев. Алгебра: учебник для учащихся 9 класса с углубленным изучением математики [Виленкин9]

-Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. Под ред. С. А. Теляковского. Алгебра: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений [Теляковский9]

Во всех приведенных определениях заложен рекуррентный подход к определению арифметической прогрессии.

## Логико-дидактический анализ темы

# Анализ теоретического материала

*По учебнику Алгебра. Учебник для 9 кл. средней школы / под ред. Ш.А. Алимова. – М.: Просвещение, 1998 г., глава V, параграфы §§27-32.*

***Параграф 27 «Числовая последовательность»***

*а*) *Каким понятиям в теме даются формально-логические определения, а какие вводятся описательно?*

В параграфе «Числовая последовательность» понятие числовая последовательность вводится описательно (последовательность, в которой каждому натуральному числу n ставится в соответствие число an). Вводятся понятия бесконечной числовой последовательности и членов этой последовательности (нет четкого определения): *а1* – первый член последовательности, *а2* – второй член последовательности и т.д., *аn* – n-ый член последовательности, *аn+1* – n+1-ый член последовательности и т.д. Вводятся два способа задания последовательности: с помощью формулы ее n-го члена и рекуррентный способ. Понятие рекуррентного способа задания последовательности вводится описательно (это такой способ задания последовательности, при котором последовательность задается формулой, позволяющей вычислить (n+1)-ый член последовательности через предыдущие n членов, некоторые из которых задаются дополнительно).

*б) Какие понятия темы являются ведущими?*

Ведущим понятием в данной теме является понятие числовой последовательности. На этом понятии основаны понятия арифметической и геометрической прогрессий.

*в*) *Как они связаны с предшествующим содержанием? Какие методологические знания характеризуют ведущие понятия темы (новизна видов, их определений, логических структур, наличие кванторов)?*

Ранее в курсе алгебры учащиеся не встречались с понятием числовой последовательности. Этот материал является новым для них. Структура введения понятия числовой последовательности не является новой. Определение числовой последовательности описательное. Кванторы отсутствуют.

*г) Какие теоремы дополняют содержание понятий, данное в определениях (свойства, признаки, существование)?*

*д) Каковы общелогические и специфические методы и приемы доказательств теорем? Какова их новизна для учащихся?*

*е) Какие методологические знания можно формировать у школьников на этапах «открытия» формулировок теорем и поиска доказательств теорем?*

*ж) Выделены ли в тексте нужные правила, определяющие способы деятельности? Следует ли им давать алгоритмическое описание?*

*г)- ж)* В параграфе «Числовая последовательность» теоремы не приведены.

***Параграф 28 «Арифметическая прогрессия»***

*а*) *Каким понятиям в теме даются формально-логические определения, а какие вводятся описательно?*

В параграфе «Арифметическая прогрессия» вводится понятие арифметическая прогрессия: «Числовая последовательность *a1, a2, a3,…,an,…* называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство *an+1=an+d*, где *d* - некоторое число» (формально-логическое, через род и видовые отличия, родовое понятие – числовая последовательность *a1, a2, a3,…,an,…*, видовое отличие задается индуктивно). Понятие разности арифметической прогрессии вводится символьной записью: *d=an+1 - an.*

*б) Какие понятия темы являются ведущими?*

Ведущим понятием в данной теме является понятие арифметической прогрессии. На данном понятии основаны решения простейших заданий, доказательство свойства арифметической прогрессии о среднем арифметическом, выведение формулы n-го члена арифметической прогрессии, а также последующий материал данной главы, а именно доказательство теоремы о сумме n первых членов арифметической прогрессии, приведенное в параграфе 29 «Сумма n первых членов арифметической прогрессии».

*в*) *Как они связаны с предшествующим содержанием? Какие методологические знания характеризуют ведущие понятия темы (новизна видов, их определений, логических структур, наличие кванторов)?*

Ранее в курсе алгебры учащиеся не встречались с понятием арифметической прогрессии. Этот материал является новым для них. Структура введения понятия арифметической прогрессии также является новой, так как впервые видовое отличие задается индуктивно. Кванторы отсутствуют.

*г) Какие теоремы дополняют содержание понятий, данное в определениях (свойства, признаки, существование)?*

Содержание понятия арифметической прогрессии дополняют свойство арифметической прогрессии о среднем арифметическом: «Каждый член арифметической прогрессии *а1, а2, а3,…,аn,…,* начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов: » и формула n-го члена арифметической прогрессии: *аn=a1+(n-1)d*.

*д) Каковы общелогические и специфические методы и приемы доказательств теорем? Какова их новизна для учащихся?*

Доказательство свойства арифметической прогрессии о среднем арифметическом не является для учащихся новым, доказательство осуществляется на основе определения арифметической прогрессии и с помощью алгебраических действий. Свойство арифметической прогрессии о среднем арифметическом доказывается следующим методом: выражаются предыдущий и последующий члены через n-ый член, затем складываются полученные равенства, далее выражается n-ый член. Выведение формулы n-го члена арифметической прогрессии основывается на определении арифметической прогрессии и осуществляется методом неполной индукции, что является для учащихся новым.

*е) Какие методологические знания можно формировать у школьников на этапах «открытия» формулировок теорем и поиска доказательств теорем?*

Свойство арифметической прогрессии о среднем арифметическом и формула n-го члена арифметической прогрессии доказываются на основе определения арифметической прогрессии, то есть с помощью рекуррентной формулы *an+1=an+d*, поэтому можно формировать у учащихся умения применять рекуррентную формулу для доказательства теорем.

*ж) Выделены ли в тексте нужные правила, определяющие способы деятельности? Следует ли им давать алгоритмическое описание?*

В тексте нужные правила не выделены, но проводя эвристическую беседу с учащимися, можно прийти к доказательству свойства арифметической прогрессии о среднем арифметическом и выведению формулы n-го члена арифметической прогрессии. Учащимся известно только определение арифметической прогрессии. Следовательно, учащимся может быть предложено получить доказательство свойства арифметической прогрессии о среднем арифметическом и вывести формулу n-го члена арифметической прогрессии, используя определение арифметической прогрессии, то есть рекуррентную формулу. Алгоритмическое описание действий давать не обязательно, поскольку доказательство является несложным.

***Параграф 29 «Сумма n первых членов арифметической прогрессии»***

*а*) *Каким понятиям в теме даются формально-логические определения, а какие вводятся описательно?*

В параграфе «Сумма n первых членов арифметической прогрессии» вводится понятие суммы n первых членов арифметической прогрессии в символьной записи: .

*б) Какие понятия темы являются ведущими?*

Ведущим понятием в данной теме является понятие суммы n первых членов арифметической прогрессии. На данном понятии основано доказательство теоремы о сумме n первых членов арифметической прогрессии.

*в*) *Как они связаны с предшествующим содержанием? Какие методологические знания характеризуют ведущие понятия темы (новизна видов, их определений, логических структур, наличие кванторов)?*

Ранее в курсе алгебры учащиеся не встречались с понятием суммы n первых членов арифметической прогрессии. Этот материал является новым для них. Понятие суммы n первых членов арифметической прогрессии вводится символьной записью, что не является новым для учащихся. Кванторы отсутствуют.

*г) Какие теоремы дополняют содержание понятий, данное в определениях (свойства, признаки, существование)?*

Содержание понятия суммы n первых членов арифметической прогрессии дополняет теорема о сумме n первых членов арифметической прогрессии: «Сумма n первых членов арифметической прогрессии равна ».

*д) Каковы общелогические и специфические методы и приемы доказательств теорем? Какова их новизна для учащихся?*

Для доказательства теоремы о сумме n первых членов арифметической прогрессии используются понятие суммы n первых членов арифметической прогрессии, определение арифметической прогрессии и равносильные преобразования. Данное доказательство осуществляется синтетическим методом, что не является для учащихся новым. Для доказательства теоремы о сумме n первых членов арифметической прогрессии используется следующий прием: записывают эту сумму дважды, расположив в первом случае слагаемые в порядке возрастания их номеров, а во втором случае в порядке убывания одна под другой. Получают, что сумма каждой пары членов прогрессии, расположенные друг под другом, равна (a1 + an). В итоге, сложив почленно выражения и выполнив преобразования, получают нужную формулу.

*е) Какие методологические знания можно формировать у школьников на этапах «открытия» формулировок теорем и поиска доказательств теорем?*

Теорема о сумме n первых членов арифметической прогрессии доказывается синтетическим методом, поэтому можно формировать у учащихся умения доказывать теоремы данным методом.

*ж) Выделены ли в тексте нужные правила, определяющие способы деятельности? Следует ли им давать алгоритмическое описание?*

В тексте нужные правила выделены. Алгоритмическое описание действий давать не обязательно, поскольку доказательство является несложным.

***Параграф 30 «Геометрическая прогрессия»***

*а*) *Каким понятиям в теме даются формально-логические определения, а какие вводятся описательно?*

В параграфе «Геометрическая прогрессия» вводится понятие геометрическая прогрессия: «Числовая последовательность *b1, b2, b3,…,bn,…*называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство *bn+1=bn\*q*, где *bn ≠ 0, q* - некоторое число, не равное нулю» (формально-логическое, через род и видовые отличия, родовое понятие – числовая последовательность *b1, b2, b3,…,bn,…,* видовое отличие задается индуктивно). Понятие знаменателя геометрической прогрессии вводится символьной записью: *.*

*б) Какие понятия темы являются ведущими?*

Ведущим понятием в данной теме является понятие геометрической прогрессии. На данном понятии основаны решения простейших заданий, доказательство свойства геометрической прогрессии о среднем геометрическом, выведение формулы n-го члена геометрической прогрессии, а также последующий материал данной главы, а именно доказательство теоремы о сумме n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1*, приведенное в параграфе 31 «Сумма n первых членов геометрической прогрессии».

*в*) *Как они связаны с предшествующим содержанием? Какие методологические знания характеризуют ведущие понятия темы (новизна видов, их определений, логических структур, наличие кванторов)?*

Ранее в курсе алгебры учащиеся не встречались с понятием геометрической прогрессии. Этот материал является новым для них. Но понятие геометрической прогрессии является аналогичным понятию арифметической прогрессии, поэтому структура введения понятия геометрической прогрессии уже не является новой для учащихся. Кванторы в определении отсутствуют.

*г) Какие теоремы дополняют содержание понятий, данное в определениях (свойства, признаки, существование)?*

Содержание понятия геометрической прогрессии дополняют свойство геометрической прогрессии о среднем геометрическом: «Каждый член геометрической прогрессии *b1, b2, b3,…,bn,…,* начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов: , *bi>0 , n>1*» и формула n-го члена геометрической прогрессии: .

*д) Каковы общелогические и специфические методы и приемы доказательств теорем? Какова их новизна для учащихся?*

Доказательство свойства геометрической прогрессии о среднем геометрическом не является для учащихся новым, оно является аналогичным доказательству свойства арифметической прогрессии о среднем арифметическом и осуществляется на основе определения геометрической прогрессии и с помощью алгебраических действий. Свойство геометрической прогрессии о среднем геометрическом доказывается следующим методом: выражаются предыдущий и последующий члены через n-ый член, затем умножаются полученные равенства, далее выражается n-ый член. Выведение формулы n-го члена геометрической прогрессии является аналогичным выведению формулы n-го члена арифметической прогрессии, оно основывается на определении геометрической прогрессии и осуществляется методом неполной индукции, что также уже не является новым для учащихся, так как таким же методом выводится формулы n-го члена арифметической прогрессии.

*е) Какие методологические знания можно формировать у школьников на этапах «открытия» формулировок теорем и поиска доказательств теорем?*

Свойство геометрической прогрессии о среднем геометрическом и формула n-го члена геометрической прогрессии доказываются на основе определения геометрической прогрессии, то есть с помощью рекуррентной формулы *bn+1=bn\*q*, *bn≠0, q≠0*, поэтому можно формировать у учащихся умения применять рекуррентную формулу для доказательства теорем.

*ж) Выделены ли в тексте нужные правила, определяющие способы деятельности? Следует ли им давать алгоритмическое описание?*

В тексте нужные правила не выделены, но проводя эвристическую беседу с учащимися, можно прийти к доказательству свойства геометрической прогрессии о среднем геометрической и выведению формулы n-го члена геометрической прогрессии. Учащимся известно только определение геометрической прогрессии. Следовательно, учащимся может быть предложено получить доказательство свойства геометрической прогрессии о среднем геометрическом и вывести формулу n-го члена геометрической прогрессии, используя определение геометрической прогрессии, то есть рекуррентную формулу. Алгоритмическое описание действий давать не обязательно, поскольку доказательство является несложным.

***Параграф 31 «Сумма n первых членов геометрической прогрессии»***

*а*) *Каким понятиям в теме даются формально-логические определения, а какие вводятся описательно?*

В параграфе «Сумма n первых членов геометрической прогрессии» вводится понятие суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* в символьной записи: .

*б) Какие понятия темы являются ведущими?*

Ведущим понятием в данной теме является понятие суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1*. На данном понятии основано доказательство теоремы о сумме n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1*.

*в*) *Как они связаны с предшествующим содержанием? Какие методологические знания характеризуют ведущие понятия темы (новизна видов, их определений, логических структур, наличие кванторов)?*

Ранее в курсе алгебры учащиеся не встречались с понятием суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1*. Этот материал является новым для них. Но понятие суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* является аналогичным для понятия суммы n первых членов арифметической прогрессии. Понятие суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* вводится символьной записью. Кванторы в определении отсутствуют.

*г) Какие теоремы дополняют содержание понятий, данное в определениях (свойства, признаки, существование)?*

Содержание понятия суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* дополняет теорема о сумме n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1*: «Сумма n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* равна ».

*д) Каковы общелогические и специфические методы и приемы доказательств теорем? Какова их новизна для учащихся?*

Для доказательства теоремы о сумме n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* используются понятие суммы n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1,* определение геометрической прогрессии и равносильные преобразования. Данное доказательство является аналогичным доказательству теоремы о сумме n первых членов арифметической прогрессии и осуществляется также синтетическим методом, что не является для учащихся новым. Для доказательства теоремы о сумме n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* используется следующий прием: записывают эту сумму дважды, в первом случае все члены записываются по формуле n-ого члена, а во втором случае всю сумму умножают на знаменатель. Затем из первого выражения вычитают второе и выражают сумму прогрессии через первый член и знаменатель прогрессии.

*е) Какие методологические знания можно формировать у школьников на этапах «открытия» формулировок теорем и поиска доказательств теорем?*

Теорема о сумме n первых членов геометрической прогрессии со знаменателем *q≠1* доказывается синтетическим методом, поэтому можно формировать у учащихся умения доказывать теоремы данным методом.

*ж) Выделены ли в тексте нужные правила, определяющие способы деятельности? Следует ли им давать алгоритмическое описание?*

В тексте нужные правила выделены. Алгоритмическое описание действий давать не обязательно, поскольку доказательство является несложным.

***Параграф 32 «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия»***

*а*) *Каким понятиям в теме даются формально-логические определения, а какие вводятся описательно?*

В параграфе «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия» вводится понятие бесконечно убывающая геометрическая прогрессия: «Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль ее знаменателя меньше единицы» (формально-логическое, через род и видовые отличия, родовое понятие – геометрическая прогрессия, видовое отличие – модуль ее знаменателя меньше единицы). Вводится понятие суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии: «Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии называют число, к которому стремится сумма ее первых n членов при n, стремящемся к бесконечности» (формально-логическое, через род и видовые отличия, родовое понятие – число, видовое отличие – к которому стремится сумма первых n членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии при n, стремящемся к бесконечности).

*б) Какие понятия темы являются ведущими?*

Ведущими понятиями в данной теме являются понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии и понятие суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. На данных понятиях основано доказательство формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

*в*) *Как они связаны с предшествующим содержанием? Какие методологические знания характеризуют ведущие понятия темы (новизна видов, их определений, логических структур, наличие кванторов)?*

Ранее в курсе алгебры учащиеся не встречались с понятием бесконечно убывающей геометрической прогрессии и ее суммой. Этот материал является новым для них. Но бесконечно убывающая геометрическая прогрессия является частным видом геометрической прогрессии. Структура введения понятий бесконечно убывающей геометрической прогрессии и ее суммы не является новой для учащихся. Кванторы в определении отсутствуют.

*г) Какие теоремы дополняют содержание понятий, данное в определениях (свойства, признаки, существование)?*

Содержание понятий бесконечно убывающей геометрической прогрессии и ее суммы дополняет формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии: .

*д) Каковы общелогические и специфические методы и приемы доказательств теорем? Какова их новизна для учащихся?*

Доказательство формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии осуществляется на основе теоремы о сумме n первых членов геометрической прогрессии, определения бесконечно убывающей геометрической прогрессии и определения суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

*е) Какие методологические знания можно формировать у школьников на этапах «открытия» формулировок теорем и поиска доказательств теорем?*

Формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии доказывается на основе теоремы о сумме n первых членов геометрической прогрессии, определения бесконечно убывающей геометрической прогрессии и определения суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, поэтому можно формировать у учащихся умения доказывать теоремы, применяя данную теорию.

*ж) Выделены ли в тексте нужные правила, определяющие способы деятельности? Следует ли им давать алгоритмическое описание?*

В тексте нужные правила не выделены. Но так как доказательство формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии не является обязательным для школьников, то выделение нужных правил и алгоритмическое описание действий можно опустить.

# Выводы из анализа теоретического материала

***Основные дидактические единицы темы***: понятие числовой последовательности, определения понятий арифметической и геометрической прогрессий, формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессий, свойства арифметической прогрессии о среднем арифметическом и геометрической прогрессии о среднем геометрическом, формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий, определение понятия бесконечно убывающей геометрической прогрессии, формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Нет четкого определения понятия числовой последовательности. Числовая последовательность определяется способом задания. Выделяют два способа задания последовательности: с помощью формулы n-го члена и рекуррентный способ. Определения арифметической и геометрической прогрессий вводятся аналогично. Прогрессиям дается формально-логическое определение: родовое понятие – числовая последовательность, видовое отличие задается индуктивно. Учащиеся впервые встречаются с определениями такого вида. Для иллюстрации нужно привести историческую справку или пример из жизни, что может послужить мотивацией для изучения данной темы. Определить то, что между членами прогрессий есть зависимость, и какая это зависимость, могут сами ученики (нужно привести наглядный пример каждой прогрессии). Учащиеся смогут самостоятельно сформулировать определения прогрессий, зная, что они являются числовыми последовательностями, и определив предварительно зависимость между членами каждой из них. Кроме словесной формулировки необходимо рассмотреть и символическую запись определений, т.к. в ней отражены рекуррентные формулы, задающие прогрессии. В рассматриваемом учебнике символические записи определений имеются. Особо выделяется из-за большого прикладного значения бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, как частный случай геометрической прогрессии, у которой модуль знаменателя меньше 1. И для бесконечно убывающей геометрической прогрессии существует формула ее суммы.

Кроме определений также являются аналогичными свойства арифметической и геометрической прогрессий и их доказательства, формулы n-го члена прогрессий и способы их выведения, теоремы о сумме n первых членов прогрессий и их доказательства. Даже соответствующие задачи в тексте параграфов (ключевые) имеют аналогичные решения.

Для арифметической прогрессии выполняется свойство о среднем арифметическом. Для геометрической прогрессии выполняется аналогичное, но о среднем геометрическом. Они доказываются следующим методом: выражаются предыдущий и последующий члены через n-ый член, затем складываются (для арифметической прогрессии) / умножаются (для геометрической прогрессии) полученные равенства, далее выражается n-ый член. То есть и доказательства этих свойств аналогичны. Из этих свойств вытекают названия «арифметическая прогрессия» и «геометрическая прогрессия». Учитель должен на это обратить внимание учеников. Важно учителю также отметить, что для каждого из этих свойств справедливо обратное утверждение, то есть можно сформулировать признак, а тогда можно сформулировать и критерий, который будем называть характеристическим свойством арифметической прогрессии и характеристическим свойством геометрической прогрессии. В учебнике приведены только свойства, поэтому учителю необходимо в совместной деятельности с учащимися сформулировать признаки и критерии для арифметической и геометрической прогрессий.

Для арифметической и геометрической прогрессий также аналогично выводятся формулы n-ого члена методом неполной индукции, в которых n-ый член находится через первый член и разность для арифметической / знаменатель для геометрической прогрессии. Эти формулы являются ещё одним способом задания прогрессии. Вообще в математике эти формулы можно доказать с помощью метода математической индукции, но он достаточно сложен для восприятия школьников, поэтому данные формулы приведены в рассматриваемом учебнике без доказательства.

Теоремы о суммах n первых членов арифметической и геометрической прогрессий доказываются синтетическим методом. Для доказательства теоремы о сумме n первых членов арифметической прогрессии используется следующий прием: записывают эту сумму дважды, расположив в первом случае слагаемые в порядке возрастания их номеров, а во втором случае в порядке убывания одна под другой. Получают, что сумма каждой пары членов прогрессии, расположенные друг под другом, равна (a1 + an). В итоге, сложив почленно выражения и выполнив преобразования, получают нужную формулу. Для геометрической прогрессии также записывается сумма в двух случаях: в первом все члены записываются по формуле n-ого члена, во втором всю сумму умножают на знаменатель. Затем из первого выражения вычитают второе и выражают сумму прогрессии через первый член и знаменатель прогрессии. Итак, приемы доказательства этих теорем также аналогичны.

Также задачи, приведенные в данной теме с решением в тексте параграфов, являются аналогичными. Правила решения подобных задач не сформулированы. Учитель может их выделить совместно с учениками (чтобы найти требуемое в задаче, можно выписать соответствующую формулу, определить, что в ней известно, а что нет, затем выразить из этой формулы то, что нужно найти, подставив известные значения).

Так как прослеживается явная аналогия между понятиями прогрессий, то следует переструктурировать тему так, чтобы соответствующие дидактические единицы изучались совместно. Для этого можно составить таблицу, которая выглядит следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
| **Арифметическая прогрессия** | **Геометрическая прогрессия** |
| ***Определение***  *Числовая последовательность* | |
| *а1, а2, а3,…,аn,…* | *b1, b2, b3,…,bn,…* |
| *называется* | |
| арифметической | геометрической |
| прогрессией,  *если для всех натуральных n выполняется равенство:* | |
| *an+1=an+d,* | *bn+1=bn\*q,* |
| *где* | |
| *d-* некоторое число | *q-*некоторое число |
| *d= an+1-an –* разность | *q= bn+1/bn, q≠0, bn≠0 –* знаменатель |
| ***Свойство*** | |
| Каждый член | |
| арифметической | геометрической |
| прогрессии, начиная со второго, равен среднему | |
| арифметическому | геометрическому |
| двух соседних с ним членов | |
|  | , *bi>0 , n>1* |
| *Доказательство:* | |
| 1). *an=an-1+d*  *an+1=an+d*  *(*из определения арифметической прогрессии*)*  2). *an-1= an- d*  +  *an+1=an+d*  \_\_\_\_\_\_\_\_  *an-1+ an+1= an- d+ an+d*  *an-1+ an+1=2\* an*  , *n>1* | 1). *bn=bn-1\*q*  *bn+1=bn\*q*  (из определения геометрической прогрессии)  2). *bn-1= bn/q*  *\**  *bn+1=bn\*q*  *\_\_\_\_\_\_\_\_*  *bn-1\* bn+1=*  , *n>1* |
| ***Признак*** | |
| Если в последовательности | |
| *а1, а2, а3,…,аn,…* | *b1, b2, b3,…,bn,…,* |
| каждый член, начиная со второго, равен среднему | |
| арифметическому | геометрическому |
| двух соседних с ним членов: | |
|  | , *bi>0 , n>1* |
| то такая последовательность является | |
| арифметической | геометрической |
| прогрессией. | |
| ***Характеристическое свойство*** | |
| Числовая последовательность | |
| *а1, а2, а3,…,аn,…* | *b1, b2, b3,…,bn,…,* |
| является | |
| арифметической | геометрической |
| прогрессией тогда и только тогда, когда | |
| , *n>1* | , *bi>0 , n>1* |
| ***Формула n-го члена*** | |
| арифметической | геометрической |
| прогрессии | |
| *аn=a1+(n-1)d* | *bn=b1\*qn-1* |

Из выше изложенного можно сделать вывод, что изучение всей темы «Прогрессии» целесообразно строить методом УДЕ, используя приведенную таблицу.

# Анализ задачного материала

По учебнику Алгебра. Учебник для 9 кл. средней школы / под ред. Ш.А. Алимова. – М.: Просвещение, 1998 г., глава V, параграфы §§27-32. Задачный материал присутствует как в параграфах, так и в упражнения в главе, а также задачах на повторение курса алгебры за 9 класс. Представлены задачи на отработку основных дидактических единиц темы «Прогрессии».

***Параграф 27 «Числовая последовательность»***

*Дана последовательность:*

1. указать номер заданного члена последовательности: 361(2)
2. назвать член под заданным номером: 361(1)

*Дана формула n-го члена последовательности*

1. вычислить заданное число членов: 362, 446
2. выяснить, является ли число членом данной последовательности: 363, 364, 503, 691
3. указать номер заданного члена последовательности: задача 2, 366,
4. назвать член последовательности под заданным номером: задача 1,370, 447

*Дана рекуррентная формула* и условие, вычислить заданное число членов последовательности: задача 3, 365, 367, 368, 369, 448, 461, 504, 505, 692

***Параграф 28 «Арифметическая прогрессия»***

*Дана прогрессия*

1. найти разность и первый член: 371,449
2. записать формулу n-го члена 375
3. выяснить, является ли число членом данной прогрессии: 377, 378,
4. указать номер заданного члена прогрессии: задача 3, 376, 378,383,384

*Текстовые задачи*: 386-387, 475, 482, 529, 530, 535, 543, 712

*Доказать равенство:* 388-389

*На формулу n-го члена:*

1)Дана формула n-го члена, доказать, что последовательность является арифметической прогрессией: задача 1, задача 5 (текстовая на характеристическое свойство), 373, 450, 508

2)Дана разность и первый член арифметической прогрессии:

а) найти заданное число членов данной прогрессии: 372

б) найти член с заданным номером: задача 2, 374, 451, 506

3)Даны несколько членов арифметической прогрессии.

а) найти формулу n-го члена: задача 4, 382

б) найти разность: 379, 385 (на характеристическое свойство), 462, 693, 700

в) найти первый член прогрессии: 381(2), 700

г) записать заданное число членов прогрессии: 463, 465

д) найти член с заданным номером: 696, 701

4)Дана разность и член с заданным номером. Найти первый член прогрессии: 380, 381(1), 694

*На характеристическое свойство:*

а) вставить число, чтобы получилась прогрессия: 464, 466

б) показать, что три числа образуют прогрессию: 467, 712

***Параграф 29 «Сумма n первых членов арифметической прогрессии»***

*На формулу суммы n первых членов*

1) Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии:

1. даны первый член и разность: 393
2. дана сумма нескольких членов (не соседних): 403
3. даны первый член и член под заданным номером: задача 1, 390, 391, 392, 452, 453, 507, 531
4. дана прогрессия: задача 3, 394, 395, 454
5. дана формула n-го члена: задача 2, 396(неявно), 397
6. последовательность задана рекуррентной формулой 398

2) Найти n-ый (первый) член и разность по первому(n-му) члену и сумме первых n членов: 400, 401, 469, 476 (дана сумма n первых и их произведение), 477, 702

3) Сколько нужно взять чисел из промежутка, чтобы получить заданную сумму: задача 4, 399, 468

4) Найти первый член и разность по двум суммам: 404

*Текстовые задачи*: 402, 478

*Доказать равенство*: 405, 544

***Параграф 30 «Геометрическая прогрессия»***

*Доказать, что последовательность является геометрической прогрессией*: задача 1, задача 5 (текст), 408, 419 (текст), 703

*Дан знаменатель и первый член прогрессии*:

а) найти член с заданным номером (первый): задача 2, 409, 457, 470

б) записать заданное количество членов прогрессии: 407

*Даны два члена прогрессии:*

а) записать формулу n-го члена: задача 4, 410, 705

б) найти член под заданным номером: 412, 414, 415, 471, 510, 698, 706, 709

*Текстовые задачи*: 417-418, 481, 483, 532, 543, 714

*Дана прогрессия*

а) найти знаменатель и первый член: 406, 455

б) записать формулу n-го члена: задача 4, 410, 456

в) найти номер заданного члена прогрессии: задача 3, 411,413

г) найти член под заданным номером: 413, 455

*На характеристическое свойство:*

а) вставить число, чтобы получилась прогрессия: 472, 707

б) показать. Что три числа образуют прогрессию: 713

***Параграф 31 «Сумма n первых членов геометрической прогрессии»***

*На формулу суммы n первых членов*

1) Найти сумму n первых членов арифметической прогрессии:

а) даны первый член и знаменатель: 420, 458, 510, 511

б) даны несколько членов: 426 (плюс найти еще один член под заданным номером), 430(3,4), 710 (1, 3.4)

в) дана прогрессия: задача 2, задача 5, 421, 425,459, 699

г) дана формула n-го члена: 427

д) дана рекуррентная формула: 697

2) Найти n по знаменателю, первому(n-му) члену и сумме первых n членов: задача 4, 423,424

3) Дан знаменатель и сумма n первых членов, найти первый (n-ый) член: задача 3, 422, 429(дан n-ый член вместо знаменателя), 533, 704, 708, 710 (2)

4) Найти знаменатель: 430(1,2)

*Доказать равенство*: 428, 479, 480

***Параграф 32 «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия»***

*Доказать, что заданная прогрессия БУГП:*

а) дана формула n-го члена: задача 1, 435, 473,

б) дана прогрессия 431,460

в) даны несколько членов прогрессии: 432, 474(дана сумма нескольких членов)

*Найти сумму БУГП:*

а) дана прогрессия: задача 2, 433, 436, 460, 512

б) дана разность и некоторый член: задача 3, 434,437

*Дана сумма БУГП:*

а) найти знаменатель или первый член: 438

б) найти член под заданным номером: 534 (плюс дан еще один член)

*Записать в виде обыкновенной дроби*: задача 4, 441, 711

*Текстовые задачи*: 439-440

# Выводы из анализа задачного материала

Задачи, рассматриваемые в главе «Прогрессии» отличаются многообразием своих разновидностей. Расположение в параграфах от простых к сложным. Упражнения позволяют отработать все представленные дидактические единицы главы. На отработку некоторых типов задач представленных в учебнике номеров недостаточно. Мало упражнений на отработку характеристического свойства арифметической прогрессии и характеристического свойства геометрической прогрессии, поэтому задачный материал в учебнике можно дополнить задачами такого вида. Комбинированных задач на арифметическую и геометрическую прогрессии не выявлено (только в упражнениях для самостоятельной работы). Поэтому нужно дополнить материал задачами данного типа. Например, следующими:

**Задача 1.** Три числа, сумма которых равна 78, образуют возрастающую геометрическую прогрессии. Их же можно рассматривать как первый, третий и девятый члены арифметической прогрессии. Найти большее число.

**Задача 2.** Три числа являются первым, вторым и третьим членов арифметической прогрессии и, соответственно, первым, третьим и вторым членами геометрической прогрессии. Найдите эти числа, если известно, что сумма квадрата первого из них, удвоенного второго и утроенного третьего равна 007.

**Задача 3.** Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 21. Если к этим числам прибавить соответственно 2, 3, 9, то полученные числа образуют геометрическую прогрессию. Найти указанные числа.

**Задача 4.** В геометрической прогрессии второй член равен 8, а пятый - 512. Составить арифметическую прогрессию, у которой разность в два раза меньше знаменателя геометрической прогрессии, а суммы трех первых членов в одной и другой прогрессиях были бы равны.

**Задача 5.** 5 различных чисел являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если удалить ее 2-й и 3-й члены, то оставшиеся числа будут последовательными членами геометрической прогрессии. Найти ее знаменатель.

В теме «Прогрессии» вводится достаточно большое количество формул. Каждая из этих формул порождает целую систему упражнений. Так как темы арифметическая и геометрическая прогрессия рассматриваются аналогично, то и группы задач на каждую из формул для арифметической прогрессии имеют аналогичную группу задач на аналогичную формулу для геометрической прогрессии. Рассмотрим группы задач, порождаемых формулами для геометрической и арифметической прогрессий.

**I.** *Формула n-ого члена арифметической (геометрической) прогрессии* порождает следующую систему упражнений:

1. Найти n-ый член арифметической (геометрической) прогрессии, если известны первый член прогрессии, номер n и разность (знаменатель) арифметической прогрессии
2. Найти первый член арифметической (геометрической) прогрессии, если известны последний член прогрессии, его номер в последовательности и разность (знаменатель) арифметической (геометрической) прогрессии
3. Найти номер n данного члена последовательности, если известны первый член и разность этой последовательности
4. Найти разность (знаменатель) арифметической (геометрической) прогрессии, если известны первый и n-ый члены прогрессии, номер n-го члена прогрессии
5. Записать формулу n-ого члена арифметической (геометрической) прогрессии

**II.** *Формула суммы n первых членов арифметической (геометрической) прогрессии* порождает следующую систему упражнений:

1. Найти сумму n первых членов арифметической (геометрической) прогрессии
2. Найти первый член арифметической (геометрической) прогрессии, если известна сумма n первых членов прогрессии и n-ый член прогрессии (известен знаменатель), число n
3. Найти n-ый член арифметической (в формуле суммы n-го члена нет) прогрессии, если известна сумма n первых членов прогрессии и первый член прогрессии, и число n
4. Найти число членов прогрессии, сумма которых равна заданному числу, если известен первый и n-ый член (знаменатель) этой прогрессии
5. Найти знаменатель геометрической прогрессии, если известна сумма n первых членов прогрессии, число n, первый член прогрессии (в формуле суммы геометрической прогрессии нет разности)

**III.** *Формула суммы для бесконечно убывающей геометрической прогрессии* порождает следующую систему упражнений:

1. Найти сумму БУГП, если известны ее первый член и знаменатель
2. Найти первый член БУГП, если известны ее знаменатель и сумма
3. Найти разность БУГП, если известны ее сумма и первый член

Также выделяется группа упражнений на доказательство того, что последовательность, заданная формулой n-ого члена является арифметической (геометрической, БУГ) прогрессией. Для того чтобы это доказать, надо найти разность (знаменатель) последовательности и посмотреть зависит ли оно от n. Если зависит, то данная последовательность не является арифметической (геометрической, БУГ) прогрессией. В случае БУГП дополнительно нужно проверить, чтобы знаменатель прогрессии был меньше единицы.

Для нахождения разности (знаменателя) арифметической (геометрической) прогрессии пользуются формулой, полученной из определения:

*d= an+1-an (q= bn+1/bn, q≠0, bn≠0)*

В теме присутствуют упражнения на доказательство равенств для той или иной прогрессии, доказав которые можно использовать их в дальнейшем при решении задач. Достаточное количество текстовых задач на прогрессии.

## Тематическое планирование изучения темы

Тема «Прогрессии» в курсе алгебры девятого класса по учебнику Алгебра. Учебник для 9 кл. средней школы / под ред. Ш.А. Алимова. – М.: Просвещение, 1998 г. изучается последней. Изучение ее происходит после темы «Элементы тригонометрии». Теме «Прогрессии» посвящены 7 параграфов.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№ урока*** | ***Тема*** | ***Тип урока*** | ***Метод обучения*** | ***Основная цель*** |
| ***1*** | **Числовая последовательность***.*  (Рассматривается материал параграфа 27.) Понятие числовой последовательности, бесконечные числовые последовательности, n-ый член последовательности и его формула, рекуррентный способ задания числовой последовательности. | Урок изучения нового | Объяснительно-иллюстративный, репродуктивный | Происходит введение понятия числовой последовательности, бесконечной числовой последовательности, n –го члена последовательности, рассматривается его формула, приводятся примеры применения формулы (2 задачи текста параграфа). Вводится рекуррентный способ задания последовательности. Рассматриваются вместе с учениками и под руководством учителя простейшие примеры на изученный материал урока. |
| ***2*** | **Числовая последовательность***.*  (Повторение материала прошлого урока и решение задач на применение изученного материала.) Решаются различные задачи на теорию. | Урок решения задач | Репродуктивный, частично-поисковый | Применение изученной формулы n-го члена и определения числовой последовательности для решения задач. Осознание, осмысление теоретического материала и его запоминание. Применение способа рекуррентного задания последовательности. |
| ***3*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии***.*  (Рассматривается теоретический материал параграфов 28, 30.) Определение арифметической прогрессии, понятие разности арифметической прогрессии, характеристическое свойство арифметической прогрессии, формула n-го члена арифметической прогрессии, Определение геометрической прогрессии, понятие знаменателя геометрической прогрессии, характеристическое свойство геометрической прогрессии, формула n-го члена геометрической прогрессии. | Урок изучения нового. Урок-лекция | Укрупнение дидактических единиц  Проблемное изложение и репродуктивный | Происходит знакомство учащихся с понятиями арифметической и геометрической прогрессии, разностью арифметической прогрессии, знаменателем геометрической прогрессии. Показывается, откуда берутся соответствующие названия (вспоминают понятия среднего арифметического и среднего геометрического). Формулируются и доказываются характеристические свойства арифметической и геометрической прогрессий. Выводятся формулы n-го членов для арифметической и геометрической прогрессий. При изучении данного материала учитель предлагает параллельно заполнять канву-таблицу. В качестве д/з – выучить таблицу. |
| ***4*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии***.*  (Повторение теоретического материала параграфов 28, 30.) Опрос учащихся по изученному теоретическому материалу, повторение полученных теоретических знаний. | Урок-зачет | Репродуктивный, частично-поисковый | Выявить уровень усвоения теоретических знаний, полученных учащимися на предыдущем уроке. Выявленный уровень покажет готовность учащихся к дальнейшей отработке теоретического материала при решении задач. |
| ***5*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  Повторение материала урока №3: определений арифметической и геометрической прогрессий, понятий разности арифметической прогрессии и знаменателя геометрической прогрессии, характеристических свойств арифметической и геометрической прогрессий. Отработка теоретического материала при решении разных видов задач. | Урок решения ключевых задач | Репродуктивный, частично-поисковый | В начале урока повторяется указанный теоретический материал, затем, сначала с помощью учителя, после – самостоятельно по полученному образцу происходит отработка навыков решения различных видов задач на предложенную теорию. |
| ***6*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  Повторение материала урока №3: определений арифметической и геометрической прогрессий, понятий разности арифметической прогрессии и знаменателя геометрической прогрессии, характеристических свойств арифметической и геометрической прогрессий. Решение задач более высокого уровня сложности на применение теории, комбинированные задачи на прогрессии. | Урок практикум | Репродуктивный, частично-поисковый | Происходит закрепление полученных теоретических знаний и отработка навыка решения различных видов задач разного уровня сложности. Самостоятельная работа в конце урока с самопроверкой. |
| ***7*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  Повторение материала урока №3: формул n-го члена арифметической и геометрической прогрессий. Решение различных видов задач на применение теории. | Урок решения ключевых задач | Репродуктивный, частично-поисковый | В начале повторяется указанный теоретический материал, затем, сначала с помощью учителя, после – самостоятельно по полученному образцу происходит отработка навыков решения различных видов задач на предложенную теорию. (Определение неизвестного в задаче, выписывание формулы, выражение неизвестного из нее. По 5 видов задач на каждую прогрессию, вытекающих из формул их n-го члена.) |
| ***8*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  Повторение материала урока №3: формул n-го члена арифметической и геометрической прогрессий. Решение задач более высокого уровня сложности на применение теории, комбинированные задачи на прогрессии. | Урок практикум | Репродуктивный, частично-поисковый | Происходит закрепление полученных теоретических знаний и отработка навыка решения различных видов задач разного уровня сложности. Самостоятельная работа в конце урока с самопроверкой. |
| ***9*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  (Рассматривается материал параграфов 29, 31.) Формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. | Урок изучения нового | Объяснительно-иллюстративный, репродуктивный | Выводятся формулы суммы n первых членов для арифметической и геометрической прогрессий. Решение простейших задач на применение формулы. |
| ***10*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  (Повторение теоретического материала параграфов 29, 31.) Отработка навыков решения различных видов задач, комбинированные задачи на прогрессии. | Урок решения ключевых задач | Репродуктивный, частично-поисковый | Происходит отработка навыков решения различных видов задач на предложенную теорию. (Определение неизвестного в задаче, выписывание формулы, выражение неизвестного из нее.) Закрепление теоретических знаний. |
| ***11*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  Повторение материала параграфов 28-31, как практического, так и теоретического. Самостоятельная работа, проверяемая учителем. | Урок практикум | Репродуктивный | Обобщение знаний, промежуточный контроль усвоения знаний по материалам параграфов 28-31. |
| ***12*** | **Арифметическая и геометрическая прогрессии**  Анализ самостоятельной работы, коррекция пробелов в полученных знаниях по данной теме. | Урок контроля | Репродуктивный, частично-поисковый | Анализ проведенной самостоятельной работы, анализ характера ошибок, коррекция пробелов в полученных знаниях. |
| ***13*** | **Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия**  (Изучение материала параграфа 32.) Определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии, определение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. | Урок изучения нового | Проблемное изложение, репродуктивный | Введение понятия бесконечно убывающей геометрической прогрессии, понятия суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Введение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Рассмотрение простейших задач на применение теории. |
| ***14*** | **Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия**  Повторение материала параграфа 32: определения бесконечно убывающей геометрической прогрессии, определения суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Решение различных видов задач. | Урок решения задач | Репродуктивный, частично-поисковый | Повторение теоретического материала. Решение различных видов задач на применение определения бесконечно убывающей геометрической прогрессии и формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. |
| ***15*** | **Прогрессии**  Подготовка к контрольной работе по главе «Прогрессии». | Урок систематизации и обобщения | Репродуктивный, эвристическая беседа | Систематизация и обобщение полученных при изучении главы знаний. Осмысление полученных результатов изучения темы и способов их достижения. |
| ***16*** | **Прогрессии**  Контрольная работа по главе | Контрольный урок | Репродуктивный, частично-поисковый | Выявить уровни усвоения фактического материала и соответствующих теме общелогических и специфических методов, формируемых при изучении темы. |
| ***17*** | **Прогрессии**  Анализ контрольной работы. | Контрольный урок | Репродуктивный, частично-поисковый | Проанализировать результаты проведенной контрольной работы. Корректировать ЗУН учеников по теме. |

+1 урок запасной, дает возможность дополнительной коррекции пробелов полученных знаний по главе или решения задач повышенной сложности.

## Постановка учебных задач, диагностируемых целей

***Учебные задачи темы:***

1. Формирование представления о числовых последовательностях, о рекуррентном способе задания числовых последовательностей.
2. Формирование представления об арифметической и геометрической прогрессиях как частных случаях числовых последовательностей; изучение их определений и свойств (по аналогии друг с другом).
3. Раскрытие практического значения этих понятий (особенно бесконечно убывающей геометрической прогрессии).
4. Выявление групп взаимосвязанных задач по теме.

***Диагностируемые цели темы:***

В результате изучения темы ученик:

- ***знает***: понятие числовой последовательности; понятие бесконечной числовой последовательности; понятие членов последовательности; два способа задания последовательности (с помощью формулы ее n-ого члена и рекуррентный способ); определение арифметической прогрессии, определение геометрической прогрессии; рекуррентную формулу n-ого члена арифметической прогрессии, рекуррентную формулу n-ого члена геометрической прогрессии; характеристическое свойство арифметической прогрессии и его доказательство; характеристическое свойство геометрической прогрессии и его доказательство; формулу n-ого члена арифметической прогрессии, формулу n-ого члена геометрической прогрессии; формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии и ее доказательство, формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии и ее доказательство; определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии; определение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии; формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

- ***умеет***: формулировать определение рекуррентного способа задания последовательности; формулировать определение арифметической прогрессии, формулировать определение геометрической прогрессии; применять рекуррентную формулу n-ого члена арифметической прогрессии, применять рекуррентную формулу n-ого члена геометрической прогрессии; формулировать, доказывать и применять характеристическое свойство арифметической прогрессии, формулировать, доказывать и применять характеристическое свойство геометрической прогрессии; применять формулу n-ого члена арифметической прогрессии, применять формулу n-ого члена геометрической прогрессии; доказывать и применять формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии, доказывать и применять формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии; формулировать определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии; формулировать определение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии; применять формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

- ***понимает:*** что арифметическая и геометрическая прогрессии являются числовыми последовательностями; взаимосвязь понятий арифметической прогрессии и среднего арифметического, взаимосвязь понятий геометрической прогрессии и среднего геометрического; аналогию определений и свойств арифметической и геометрической прогрессий; что характеристическое свойство арифметической прогрессии является критерием (свойством и признаком), что характеристическое свойство геометрической прогрессии является критерием (свойством и признаком); как были получены формулы n-ого члена арифметической и геометрической прогрессии; практическое значение арифметической, геометрической прогрессий (в особенности бесконечно убывающей геометрической прогрессии).

## Подробный конспект урока

Урок на тему: Арифметическая и геометрическая прогрессии. Урок решения ключевых задач. Третий урок по данной теме.

***Учебник:***Алгебра. Учебник для 9 кл. средней школы / под ред. Ш.А. Алимова. – М.: Просвещение, 1998 г, глава V, параграфы §§27-32.

***Цель урока:*** Вместе с учащимися выделить типы и найти решение ключевых задач по теме«арифметическая и геометрическая прогрессии».

***Диагностируемые цели:***

В результате урока ученик:

- ***знает***: как применять формулы арифметической и геометрической прогрессии при решении ключевых задач;

-***умеет***:при помощи формул и характеристических свойств арифметической и геометрической прогрессий находить n-й член данных прогрессий, находить номер входящего в них члена, устанавливать принадлежность члена к прогрессии,находитьdилиq;

- ***понимает:***как найти n-й член арифметической и геометрической прогрессий, найти номер входящего в них члена, установить принадлежность члена к прогрессии, найтиdилиq;

***Методы обучения***: укрупнение дидактических единиц.

***Средства обучения:*** карточки с самостоятельной работой.

***Форма работы***: фронтальная, индивидуальная.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Слова учителя | Слова учеников | Записи в тетрадях |
| Актуализация | | |
| Здравствуйте, ребята, садитесь!  Продолжаем изучать:  арифметические и геометрические прогрессии. И сначала повторим теорию. |  | Записывают в тетради. |
| Как звучит определение арифметической прогрессии? | Числовая последовательность , ,…, … называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство , где d- некоторое число. |  |
| Как звучит определение геометрической прогрессии? | Числовая последовательность , ,…, … называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство , где q- некоторое число не равное нулю, . |  |
| (учитель раздает карточки с самостоятельной работой) Нужно ответить на вопросы карточек. | Самостоятельно отвечают на вопросы карточек. |  |
| И так, тема урока: «Решение задач». |  | Записывают в тетради. |
| Содержательный этап | | |
| На доске написаны последовательности, перепишите их в тетради.  а) 1 4 7 10 13 16(А)  б) 1 3 9 27 81(Г)  в) 1 2 2 3 4 5 (Н)  г) (Н)  д) 13 9 5 1 -3 -7 (А)  е) 2 -4 8 -16 32 (Г)  Какие из них являются арифметическими прогрессиями, а какие – геометрическими? | а) – арифметическая прогрессия  б) – геометрическая прогрессия  в) – не является прогрессией  г) – не является прогрессией  д) – арифметическая прогрессия  е) – геометрическая прогрессия | Переписывают в тетради. |
| Как вы поняли, что а) и д) являются арифметическими прогрессиями? | По определению арифметической прогрессии. |  |
| Как оно звучит? | Числовая последовательность , ,…, … называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство , где d- некоторое число. |  |
| Запишем формулу n-го члена арифметической прогрессии  И так, что мы можем находить по этой формуле? | , , , | По этой формуле можем находить , , , |
| В последовательности а) назовите | 1 |  |
| В последовательности д) назовите | 13 |  |
| Что такое *d*? | Число разности арифметической прогрессии. |  |
| Как находим *d*? | Вычитаем из любого (начиная со второго) члена прогрессии последующий. |  |
| Чему равен в последовательности а)? | 3 |  |
| Чему равен в последовательности д)? | -4 |  |
| Назовите в прогрессии а) | 16 |  |
| Назовите в прогрессии д) | -7 |  |
| Как найти в последовательности а)? | По формуле*n* – го члена | а7 = |
| Известно, что а8 Как найти а7 ? | С помощью характеристического свойства. |  |
| Почему это свойство называется характеристическим? | Оно является и свойством и признаком, т. е. является необходимым и достаточным условием для того, чтобы последовательность была прогрессией. |  |
| Известно, что 97 член этой прогрессии, как найти его номер? | По формуле арифметической прогрессии. |  |
| Что нам известно в данной прогрессии? |  |  |
| Можем найти номер члена прогрессии? | Можем, применив формулу арифметической прогрессии. | Считают в тетрадях при помощи формулы арифметической прогрессии.  97= |
| Является ли число 180 числом этой прогрессии? |  | Считают в тетрадях при помощи формулы арифметической прогрессии.  180- не является членом этой прогрессии, так как nдолжно быть натуральным |
| Как вы поняли, что б) и е) – геометрические прогрессии? | По определению геометрической прогрессии. |  |
| Сформулируйте его. | Числовая последовательность , ,…, … называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство , где q- некоторое число не равное нулю, . |  |
| Запишем формулу n-го члена геометрической прогрессии  И так, что мы можем находить по этой формуле? | , , , | По этой формуле можем находить *, , ,* |
| Назовите в е) | 2 |  |
| Назовите в б) | 3 |  |
| Назовите в е) | -2 |  |
| Что такое *q*? | Знаменатель геометрической прогрессии. |  |
| Как находим q? | Делим любой (начиная со второго) член геометрической прогрессии на предыдущий. |  |
| Назовите в б) | 27 |  |
| Назовите в е) | -16 |  |
| Известно, что 512 член прогрессии е), как найти его номер? | По формулегеометрической прогрессии. |  |
| Что нам известно в данной прогрессии? |  |  |
| Можем найти номер члена прогрессии? | Можем, применив формулу арифметической прогрессии. | Считают в тетрадях при помощи формулы геометрической прогрессии.  512 |
| Является ли число 180 числом этой прогрессии? |  | Считают в тетрадях при помощи формулы геометрической прогрессии.  180  Решения нет, 180 не является членом геометрической прогрессии, так как nдолжен быть натуральным |
| Итак, какой формулой пользовались при решении данных задач? | Формулой n-го члена геометрической прогрессии |  |
| Рефлексивно – оценочный этап | | |
| Правильно. Итак, решим:  №382 найти формулу n члена арифметической прогрессии | 1) если  Т.к.  Тогда 3d = 9 и d = 3  13 = |  |
|  | Получим  Значит  Итак,  3) если  Т.к.  Тогда 5d = 25 и d = 5  Получим  Значит  Итак, |  |
| №281 найти первый член арифметической прогрессии | 1)  Т.к.  ;  2)  Т.к. | Записывают в тетради. |
| №379 найти разность арифметической прогрессии | 67  0 | Записывают в тетради. |
| Назовите еще раз формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии. |  | Записывают в тетради. |
| Что можно находить по этой формуле? | Любой член прогрессии, номер члена прогрессии, |  |
| Решим №410 найти формулу n члена геометрической прогрессии  №407 записать первые 5 членов геометрической прогрессии | 1. 4, 12, 36, ...   То   1. 3, 1, , … 2. 4, -1 ,,… 3. 3, -4 , ,… |  |
| №412 найти знаменатель геометрической прогрессии | 1)  Т.к.  162  2)  Т.к.  -2  3)  Т.к.  81  4)  Т.к.  -2 | Записывают в тетради. |
| Какие еще формулы арифметической и геометрической прогрессии мы не применяли?  Решим следующие примеры, итак:  №390 найти сумму n первых членов арифметической прогрессии | Формулы n первых членов  1)  2)  3)  4) | Записывают в тетради. |
| №420 найти сумму n первых членов геометрической прогрессии | 1)  3) 4 | Записывают в тетради. |

д/з: №№382

№281, №379, №410, №407, №412, №390, №420 (Четные)

Какова была цель нашего занятия?

Достигли ли мы ее?

Что мы использовали для решения сегодняшних задач?

Какие типы задач мы выделили на основе формул n-го члена?

# Приложение:

Записи в тетрадях учеников

|  |  |
| --- | --- |
| Арифметическая прогрессия | Геометрическая прогрессия |
| По этой формуле можем находить  , , , | По этой формуле можем находить  *, , ,* |
| а) 1 4 7 10 13 16  д) 13 9 5 1 -3 -7 | б) 1 3 9 27 81  е) 2 -4 8 -16 32 |
| 1. 1 4 7 10 13 16   - характеристическое свойство.  97=1+3n−3  3n=99  n=33   1. 13 9 5 1 -3 -7   *d=-4* | 1. 1 3 9 27 81   Аналогично  512  180   1. 2 -4 8 -16 32 |