Приложение 6

**Занятие «Транспортная задача»**

[История зарождения и создания линейного программирования.](file:///D:\1%20сентября%202012\1%20сентября%20фестив%202013\ржд1ядрец\история%20трансп%20задачи1.doc)

Рассмотрим пример транспортной задачи, решив ее методом северо-западного угла.

Имеются три пункта поставки однородного груза А1, А2, А3 и пять пунктов В1, В2, В3, В4, В5 потребления этого груза. На пунктах А1, А2, А3 находится груз в количествах 90, 70, 110 тонн. В пункты В1, В2, В3, В4, В5 требуется доставить соответственно 50, 60, 50, 40, 70 тонн груза. Расстояния в сотнях километрах между пунктами поставки и потребления приведены в матрице-таблице D:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  поставки | Пункты потребления | | | | |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 9 | 1 | 1 | 5 | 6 |
| А2 | 6 | 4 | 6 | 8 | 5 |
| А3 | 2 | 9 | 3 | 5 | 3 |

         Найти такой план перевозок, при котором общие затраты будут минимальными.

УКАЗАНИЕ. 1) Считать стоимость перевозок пропорциональной количеству груза и расстоянию, на которое этот груз перевозится, т.е. для решения задачи достаточно минимизировать общий объем плана, выраженный в тонно-километрах.

2) для решения задачи использовать методы северо-западного угла и потенциалов.

        Составим математическую модель задачи:

Обозначим http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image002.gif - количество груза, перевезенного от поставщика i к потребителю j.

Становятся очевидными следующие ограничения (т.к. весь груз должен быть вывезен, и все потребности удовлетворены полностью):

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image004.gif     http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image006.gif

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image008.gif    http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image010.gif

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image012.gif     http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image014.gif

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image016.gif

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image018.gif

         При этом должна быть минимизирована целевая функция

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image020.gif

         Построим опорный план методом северо-западного угла:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  поставки | Пункты потребления | | | | | Запасы |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 9  50 | 1  40 | 1 | 5 | 6 | 90 |
| А2 | 6 | 4  20 | 6  50 | 8 | 5 | 70 |
| А3 | 2 | 9 | 3 | 5  40 | 3  70 | 110 |
| Потребности | 50 | 60 | 50 | 40 | 70 | 270 |

         Принцип заполнения таблицы состоит в том, что, начиная с крайней левой верхней ячейки (принцип северо-западного угла), количество грузов вписывается в таблицу так, чтобы потребности полностью удовлетворялись или груз полностью вывозился.

         Построим систему потенциалов. http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image022.gif - потенциалы, соответствующие поставщикам, http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image024.gif - потенциалы, соответствующие потребителям.

         Полагаем U1=0, а далее Ui + Vj = dij для занятых клеток таблицы.

U1 + V1 = 9   V1 = 9

U1 + V2 = 1   V2 = 1

U2 + V2 = 4   U2 = 3

U2 + V3 = 6   V3 = 3

U3 + V4 = 5   U3 = 0  V4 = 5

U3 + V5 = 3   V5 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  поставки |  | Пункты потребления | | | | | Запасы |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
|  |  | V1=9 | V2=1 | V3=3 | V4=5 | V5=3 |  |
| А1 | U1=0 | 9  50 | 1  40 | 1 | 5 | 6 | 90 |
| А2 | U2=3 | 6 | 4  20 | 6  50 | 8 | 5 | 70 |
| А3 | U3=0 | 2 | 9 | 3 | 5  40 | 3  70 | 110 |
| Потребности |  | 50 | 60 | 50 | 40 | 70 | 270 |

         Проверим критерий оптимальности : Ui + Vj http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image026.gif dij для свободных клеток.

U1 + V3 = 3>1 на 2

U1 + V4 = 5=5

U1 + V5 = 3<6

U2 + V1 = 12>6 на 6

U2 + V4 = 8=8

U2 + V5 = 6>5 на 1

U3 + V1 = 9>2 на 7

U3 + V2 = 1<9

U3 + V3 = 3=3

         Из тех условий, где критерий не выполняется, выбираем то условие, где разница максимальна. Это – ячейка (3 , 1)

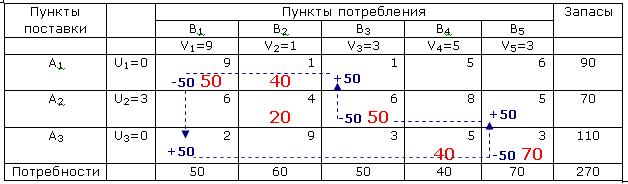
          Перебросим в ячейку (3 , 1) 50 единиц груза из ячейки (1 , 1).

         Чтобы компенсировать недостаток в первой строке, перебросим те же 50 единиц груза из ячейки (2 , 3) в ячейку (1 , 3).

         Теперь чтобы компенсировать недостаток в строке 2, перебросим из ячейки

(3 , 5) 50 единиц в ячейку (2 , 5).

         Таким образом, образовался цикл, показанный в таблице пунктиром.



Получаем новую таблицу, для которой повторяем расчет потенциалов:

Полагаем U1=0, а далее Ui + Vj = dij для занятых клеток таблицы.

U1 + V2 = 1   V2 = 1

U1 + V3 = 1   V3 = 1

U2 + V2 = 4   U2 = 3

U2 + V5 = 5   V5 = 2

U3 + V5 = 3   U3 = 1

U3 + V1 = 2   V1 = 5

U3 + V4 = 5   V4 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  поставки |  | Пункты потребления | | | | | Запасы |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
|  |  | V1=1 | V2=1 | V3=1 | V4=4 | V5=2 |  |
| А1 | U1=0 | 9 | 1  40 | 1  50 | 5 | 6 | 90 |
| А2 | U2=3 | 6 | 4  20 | 6 | 8 | 5  50 | 70 |
| А3 | U3=1 | 2  50 | 9 | 3 | 5  40 | 3  20 | 110 |
| Потребности |  | 50 | 60 | 50 | 40 | 70 | 270 |

Проверим критерий оптимальности : Ui + Vj http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image026.gif dij для свободных клеток.

U1 + V1 = 1<9

U1 + V4 = 4<5

U1 + V5 = 2<6

U2 + V1 = 4<6

U2 + V3 =4<6

U2 + V4 =7<8

U3 + V2 =2<9

U3 + V3 =2<3

         Критерий выполнен, значит, полученное решение оптимально.

         Найдем минимальную стоимость перевозок.

http://alexlarin.narod.ru/Ucheb/kr7-tz.files/image029.gif

Ответ: минимальная стоимость перевозок 780 рублей.