***Тема урока:* Развитие понятия о числе**

***Цели урока:***

***Образовательная:***

 1) Вспомнить изученные в школьном курсе множества чисел;

 2) Углубить теорию построения натуральных чисел по аксиоматике Пеано;

 3) Познакомить с новым числовым множеством и арифметическими

 действиями внутри него;

 4) Связать множества чисел с помощью кругов Эйлера.

 ***Развивающая:***

Развитие внимания, логического мышления для сознательного восприятия

 учебного материала, активности учащихся на уроке.

 ***Воспитательная:***

Воспитание познавательной активности, формирование личностных качеств:

 точности и ясности словесного выражения мысли, сосредоточенности и внимания.

 ***Методическая:***

 Повышения уровня математического мастерства.

***Оборудование:*** 1) Рисунки, формулы, необходимые при знакомстве и изучении множества комплексных чисел.

 2) Ответы на соответствующие задания для самопроверки.

 3) Раздаточный материал для организации самостоятельной работы.

**План урока.**

1. Мотивация учебной деятельности учащихся. Сообщение темы урока и целей урока, актуализация новой учебной темы.
2. Повторение и систематизация теоретического материала. (Проверка домашнего задания).
3. Расширение множества чисел. (Новая тема).
4. Закрепление нового материала. (Действия с комплексными числами).
5. Итоги урока. Комментарии по домашнему заданию.

**Ход урока.**

Актуализация знаний проводится в форме беседы.

Еще первобытный человек не мог обойтись без счета. Считали в разное время по разному: камешками, узлами, значками на камнях и так далее.

Изучение математики начинается с натуральных чисел. Недаром они и назывались натуральными, то есть, природными, «естественными». Для чего они понадобились человеку- для счета. Назначение их – отвечать на вопросы «сколько?», «который?». Обозначение – N.

Учащиеся пишут в тетрадях обозначение и показывают множества.

Что вы можете сказать о натуральных числах?

Выступление учащегося:

*Множество натуральных чисел упорядочено, то есть, о любых двух натуральных неравных числах всегда можно сказать, что одно из них меньше другого.*

*Это множество ограничено снизу, то есть, в этом множестве существует число, меньше которого нет. Это число 1.*

*Это множество не ограничено сверху, то есть, множество натуральных чисел бесконечно.*

*Мысль о таком построении теории натуральных чисел давно привлекало ученых, попыток было сделано немало, но наиболее удобной оказалась система аксиом, сформулированных итальянским ученым Джузеппе Пеано (1858-1932г.г.) оказалось, что для дедуктивного построения арифметики натуральных чисел достаточно всего четырех аксиом:*

1. *Существует натуральное число единица, не следующее ни за каким числом.*
2. *За любым натуральным числом следует одно и только одно число.*
3. *Всякое натуральное число, кроме единицы, следует за одним и только одним числом.*

Достаточно ли для человека множества натуральных чисел? Конечно, нет.

Выступление учащегося:

*В V-VI столетиях отрицательные числа появляются и очень широко распространяются в индийской математике. В Индии отрицательные числа систематически использовали в основном так, как это мы делаем сейчас.
Уже в произведении выдающегося индийского математика и астронома Брахмагупты (598 – около 660 гг.) мы читаем: “ имущество и имущество есть имущество, сумма двух долгов есть долг; сумма имущества и нуля есть имущество; сумма двух нулей есть нуль… Долг, который отнимают от нуля, становится имуществом, а имущество – долгом. Если нужно отнять имущество от долга, а долг от имущества, то берут их сумму”.
 Отрицательными числами индийские математики пользовались при решении уравнений, причем вычитание заменяли добавлением с равнопротивоположным числом.
Вместе с отрицательными числами индийские математики ввели понятие ноль, что позволило им создать десятеричную систему исчисления. Но долгое время ноль не признавали числом, “nullus” по- латыни – никакой, отсутствие числа. И лишь через X веков, в XVII-ом столетии с введением системы координат ноль становится числом.*

Натуральные числа, ноль и числа, противоположные натуральным – есть целые числа-Z.

Но наука развивалась дальше.

Выступление учащегося:

*С возникновением представлений о целых числах возникали представления и о частях единицы, точнее, о частях целого конкретного предмета. С появлением натурального числа n возникло представление о дроби вида* $\frac{1}{n}$*, которая называется сейчас обыкновенной.
 Исторически дроби возникли в процессе измерения. В основе любого измерения всегда лежит какая-то величина (длина, объем, вес и т.д.). Потребность в более точных измерениях привела к тому, что начальные единицы меры начали дробить на 2, 3 и более частей. Более мелкой единице меры, которую получали как следствие раздробления, давали индивидуальное название, и величины измеряли уже этой более мелкой единицей.
Так возникали первые конкретные дроби как определенные части каких-то определенных мер. Только гораздо позже названиями этих конкретных дробей начали обозначать такие же самые части других величин.*

Изучение чисел на этом не завершилось.

Выступление учащегося:

 *Вначале десятичные дроби выступали в качестве метрологических, конкретных дробей, то есть десятых, сотых и т.д. частей более крупных мер, но позже они по существу стали все более приобретать характер отвлеченных десятичных дробей. Более полную и систематическую трактовку получают десятичные дроби в трудах среднеазиатского ученого Каши в XV веке. С начала XVII века начинается интенсивное проникновение десятичных дробей в науку и практику. В Англии в качестве знака, отделяющего целую часть от дробной, была введена точка. Запятая, как и точка, в качестве разделительного знака была предложена в 1617 году математиком Непером.
Развитие промышленности и торговли, науки и техники требовали все более громоздких вычислений, которые с помощью десятичных дробей легче было выполнять. Широкое применение десятичные дроби получили в XIX веке после введения тесно связанной с ними метрической системы мер и весов.*

 Сделаем вывод: натуральные числа, целые числа, обыкновенные и десятичные дроби мы называем рациональными числами и обозначаем – Q.

 Но, знаем ли мы еще какие-нибудь числа?

Выступление учащегося:

 *Еще в Древнем Египте и Вавилоне ХХ веков назад были известны так называемые несоизмеримые отрезки, κоторые нельзя было выразить отношением, относительными, рациональными числами. Открытие факта, что между двумя отрезками – стороной и диагональю квадрата – не существует общей меры, привело к настоящему кризису основ. В Европе существование геометрических несоизмеримых величин в средние века не оспаривалось, но для многих иррациональные числа были лишь символами, лишенными точно определенного содержания, поэтому их называли “глухими”, “недействительными”, “фиктивными” и т.д. Только после появления геометрии Декарта (1637 г) началось применение иррациональных чисел.*

На этом понятие о числах имеет завершенных характер. Теперь все известные нам числа мы называем – действительными и обозначаем – R.

Проверим, действительно ли вы дружите со всеми этими числами.

Найдите значение выражения:

$\left(-\frac{5}{9}\right)∙\sqrt{1-1,088:1,7}$*.*

Справились с заданием. Значит, легко справитесь и со следующим заданием.

Решите уравнение:

*x2-2x+10=0.*

Решая уравнение, сталкиваются с отрицательным дискриминантом. Но мы знаем, что уравнение должно иметь столько корней, какова его степень. Как быть?

Еще более странными, чем иррациональные, оказались числа новой природы, открытые итальянским ученым Кардано в 1545 году. Он показал, что уравнение, не имеющее решений во множестве действительных чисел, имеет мнимые решения. Нужно только условиться действовать над такими выражениями по правилам обычной алгебры и считать, что *i2=-1.*
Кардано называл такие величины “чисто отрицательными” и даже “софистически отрицательными”, считал их бесполезными и старался не употреблять.
Долгое время эти числа считали невозможными, несуществующими, воображаемыми. Декарт назвал их мнимыми, Лейбниц – “уродом из мира идей, сущностью, находящейся между бытием и небытием”.
Теперь в математике эти числа применяются без брани, в данном случае, для решения нашего уравнения:

*x1,2=*$\frac{2\pm 6i}{2}$*.*

Комплексные числа задаются в виде: *a+ib,* где *а* -вещественная часть или действительная,

*в* – мнимая часть.

Соберем все числа:



Это круги Эйлера, которые показывают связь между множествами чисел.

Закрепим новые знания.

 Верны ли утверждения:

1. Любое рациональное число является комплексным;
2. Любое комплексное число является рациональным;
3. Любое целое число является комплексным;
4. Любое комплексное число является целым.

Молодцы! Теперь научимся выполнять арифметические действия над комплексными числами.

Учитывая, что *i2 = -1,*рассмотрим действия над такими числами.

*(2 + 3i) + (-1 + 5i) = 2 + 3i - 1 + 5i = (2 – 1) + (3i + 5i) = 1 + 8i*

Примеры на сложение:

*(6 – 3i)+ (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i) + (2i – 3,8)*

*(1 + i) + (1 – i)*

Вычитание комплексных чисел выполняется также как и сложение

*(2 + 3i) - (-1 + 5i) = 2 + 3i + 1 - 5i = (2 + 1) + (3i - 5i) = 3 – 2i*

Выполните вычитания комплексных чисел

*(6 – 3i)- (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i) - (2i – 3,8)*

*(1 + i) - (1 – i)*

При умножении комплексных чисел необходимо применить правило умножения многочлена на многочлен, имея в виду, что квадрат числа *i* равен – 1.

(*2 + 3i) ∙ (-1 + 5i) = -2 + 10i – 3i + 15i2 = -2 +7i -15 = -17 + 7i*

По показанному примеру выполните действия умножения:

*(6 – 3i)*$∙$ *(2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i)*$∙$ *(2i – 3,8)*

*(1 + i)* $∙$ *(1 – i)*

 Для выполнения действия деления необходимо действие записать в виде дроби и умножить дробь на сопряжённое знаменателя

$\left(2+3i\right):\left(5i-1\right)=\frac{\left(2+3i\right)∙\left(5i+1\right)}{\left(5i-1\right)∙\left(5i+1\right)}=\frac{10i+15i^{2}+2+3i}{25i^{2}-1}=\frac{13i-13}{-26}=-\frac{i-1}{2}$*.*

По указанному примеру выполните деление:

*(6 – 3i)*$:$ *(2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i): (2i – 3,8)*

*(1 + i)* $:$ *(1 – i)*

Подведение итогов. Домашнее задание.

 Выполните действия над комплексными числами

*(6 – 3i)- (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i)+ (2i – 3,8)*

*(1 + i)· (1 – i)*

*(6 – 3i): (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i) · (2i – 3,8)*

*(1 + i) : (1 – i)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

 |





Домашнее задание:

Выполните действия над комплексными числами

*(6 – 3i)- (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i)+ (2i – 3,8)*

*(1 + i)· (1 – i)*

*(6 – 3i): (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i) · (2i – 3,8)*

*(1 + i) : (1 – i)*

 Домашнее задание:

Выполните действия над комплексными числами

*(6 – 3i)- (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i)+ (2i – 3,8)*

*(1 + i)· (1 – i)*

*(6 – 3i): (2 + 4i)*

*(1,2 + 0,5i) · (2i – 3,8)*

*(1 + i) : (1 – i)*

*Множество натуральных чисел упорядочено, то есть, о любых двух натуральных неравных числах всегда можно сказать, что одно из них меньше другого.*

*Это множество ограничено снизу, то есть, в этом множестве существует число, меньше которого нет. Это число 1.*

*Это множество не ограничено сверху, то есть, множество натуральных чисел бесконечно.*

*Мысль о таком построении теории натуральных чисел давно привлекало ученых, попыток было сделано немало, но наиболее удобной оказалась система аксиом, сформулированных итальянским ученым Джузеппе Пеано (1858-1932г.г.) оказалось, что для дедуктивного построения арифметики натуральных чисел достаточно всего четырех аксиом:*

1. *Существует натуральное число единица, не следующее ни за каким числом.*
2. *За любым натуральным числом следует одно и только одно число.*
3. *Всякое натуральное число, кроме единицы, следует за одним и только одним числом.*

В V-VI столетиях отрицательные числа появляются и очень широко распространяются в индийской математике. В Индии отрицательные числа систематически использовали в основном так, как это мы делаем сейчас.
Уже в произведении выдающегося индийского математика и астронома Брахмагупты (598 – около 660 гг.) мы читаем: “ имущество и имущество есть имущество, сумма двух долгов есть долг; сумма имущества и нуля есть имущество; сумма двух нулей есть нуль… Долг, который отнимают от нуля, становится имуществом, а имущество – долгом. Если нужно отнять имущество от долга, а долг от имущества, то берут их сумму”.
 Отрицательными числами индийские математики пользовались при решении уравнений, причем вычитание заменяли добавлением с равнопротивоположным числом.
Вместе с отрицательными числами индийские математики ввели понятие ноль, что позволило им создать десятеричную систему исчисления. Но долгое время ноль не признавали числом, “nullus” по- латыни – никакой, отсутствие числа. И лишь через X веков, в XVII-ом столетии с введением системы координат ноль становится числом.

*С возникновением представлений о целых числах возникали представления и о частях единицы, точнее, о частях целого конкретного предмета. С появлением натурального числа n возникло представление о дроби вида* $\frac{1}{n}$*, которая называется сейчас обыкновенной.
 Исторически дроби возникли в процессе измерения. В основе любого измерения всегда лежит какая-то величина (длина, объем, вес и т.д.). Потребность в более точных измерениях привела к тому, что начальные единицы меры начали дробить на 2, 3 и более частей. Более мелкой единице меры, которую получали как следствие раздробления, давали индивидуальное название, и величины измеряли уже этой более мелкой единицей.
Так возникали первые конкретные дроби как определенные части каких-то определенных мер. Только гораздо позже названиями этих конкретных дробей начали обозначать такие же самые части других величин.*

 Вначале десятичные дроби выступали в качестве метрологических, конкретных дробей, то есть десятых, сотых и т.д. частей более крупных мер, но позже они по существу стали все более приобретать характер отвлеченных десятичных дробей. Более полную и систематическую трактовку получают десятичные дроби в трудах среднеазиатского ученого Каши в XV веке. С начала XVII века начинается интенсивное проникновение десятичных дробей в науку и практику. В Англии в качестве знака, отделяющего целую часть от дробной, была введена точка. Запятая, как и точка, в качестве разделительного знака была предложена в 1617 году математиком Непером.
Развитие промышленности и торговли, науки и техники требовали все более громоздких вычислений, которые с помощью десятичных дробей легче было выполнять. Широкое применение десятичные дроби получили в XIX веке после введения тесно связанной с ними метрической системы мер и весов*.*

 *Еще в Древнем Египте и Вавилоне ХХ веков назад были известны так называемые несоизмеримые отрезки, κоторые нельзя было выразить отношением, относительными, рациональными числами. Открытие факта, что между двумя отрезками – стороной и диагональю квадрата – не существует общей меры, привело к настоящему кризису основ. В Европе существование геометрических несоизмеримых величин в средние века не оспаривалось, но для многих иррациональные числа были лишь символами, лишенными точно определенного содержания, поэтому их называли “глухими”, “недействительными”, “фиктивными” и т.д. Только после появления геометрии Декарта (1637 г) началось применение иррациональных чисел.*

 **1** $\sqrt{2}$

 **1**