Карточка-консультант
Нахождение производной функции по определению

1. *С помощью формулы, задающей функцию f , находим ее приращение в точке x_0:* $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

2. *Находим выражение для разностного отношения* $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$, *которое затем преобразуем – упрощаем, сокращаем на* Δx *и т.д.*

3. *Выясняем, к какому числу стремится* $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, *если считать что* Δx *стремиться к нулю.*

Задание: *Пользуясь определение производной, найдите значение производной функции f, если: $f(x)=x^2-3x$в точках -1;2.*

Решение

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1	*Находим разностное отношение* $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = = \frac{(x_0+\Delta x)^2 - 3(x_0+\Delta x) - x_0^2 + 3x_0}{\Delta x} = = \frac{2x_0\Delta x + \Delta x^2 - 3\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 + \Delta x - 3$
2	*Выясняем, к какому числу стремится* $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, *если считать что* Δx *стремиться к нулю.*	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = 2x_0 - 3$ *при* $\Delta x \to 0$, *т.е.$f'(x_0)=2x_0-3$*
3	*Находим производную функции в точках-1;2*	*$f'(-1)=2(-1)-3=-5$* *$f'(2)=2\cdot 2-3=1$*
4	*Записываем ответ*	*$f'(-1)=-5$ $f'(2)=1$*

Задание для самостоятельного решения:

Пользуясь определение производной, найдите значение производной функции f, если: $f(x)=2x^3$ в точках 0;1.

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1		
2		
3		
4		

Карточка-консультант
Нахождение производной функции по определению

1. *С помощью формулы, задающей функцию* f *, находим ее приращение в точке* x_0*:* $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

2. *Находим выражение для разностного отношения* $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$*, которое затем преобразуем – упрощаем, сокращаем на* Δx *и т.д.*

3. *Выясняем, к какому числу стремится* $\frac{\Delta f}{\Delta x}$*, если считать что* Δx *стремиться к нулю.*

Задание: *Пользуясь определение производной, найдите значение производной функции f, если: f(x)=*x^2*-3хв точках -1;2.*

Решение

№ шага	**_Последовательность действий_**	**_Результат выполнения действий_**
1	*Находим разностное отношение* $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ $= \frac{(x_0 + \Delta x)^2 - 3(x_0 + \Delta x) - x_0^2 + 3x_0}{\Delta x} =$ $= \frac{2x_0\Delta x + \Delta x^2 - 3\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 + \Delta x - 3$
2	*Выясняем, к какому числу стремится* $\frac{\Delta f}{\Delta x}$*, если считать что* Δx *стремиться к нулю.*	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = 2x_0 - 3$ *при* $\Delta x \to 0$*, т.е.f'(*x_0*)=2*x_0*-3*
3	*Находим производную функции в точках-1;2*	*f'(-1)=2(-1)-3=-5* *f'(2)=2·2-3=1*
4	*Записываем ответ*	*f'(-1)=-5 f'(2)=1*

Задание для самостоятельного решения:
Пользуясь определение производной, найдите значение производной функции f, если: f(x)=4-x^2 *в точках 3;0.*

№ шага	**_Последовательность действий_**	**_Результат выполнения действий_**
1		
2		
3		
4		

Карточка-консультант
Нахождение производной используя таблицу и правила дифференцирования

Задание: Найдите производную функции $f(x)=x^2(3x+x^3)$.
Решение

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Какая функция дана	Степенная
2	Как найти производную степенной функции?	$y=x^m$ $y'=mx^{m-1}$
3	Выберем правила дифференцирования	$(uv)'= u'v + uv'$
4	Обозначим чему равно v и u	$u=x^2$ $v=3x+x^3$
5	Подставим значения в выбранное правило дифференцирования	$f'(x)=(x^2)'(3x+x^3)+x^2(3x+x^3)'=2x(3x+x^3)+x^2(3+3x^2)=$ $=6x^2+2x^4+3x^2+3x^4=9x^2+5x^4$
6	Записываем ответ	Ответ: $f'(x)=9x^2+5x^4$

Задание для самостоятельного решения:
Найдите производную функции $f(x)=x^8-3x^4-x+5$

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Карточка-консультант
Нахождение производной используя таблицу и правила дифференцирования

Задание: Найдите производную функции f(x)=$\frac{x^2}{2x-1}$.

Решение

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	*Какая функция дана*	*Степенная*
2	*Как найти производную степенной функции?*	$y=x^m \; y'=mx^{m-1}$
3	*Выберем правила дифференцирования*	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
4	*Обозначим чему равно v и u*	$u=x^2 \quad v=2x-1$
5	*Подставим значения в выбранное правило дифференцирования*	$f'(x)=\frac{(x^2)'(2x-1)-x^2(2x-1)'}{(2x-1)^2}=\frac{2x(2x-1)-x^2\cdot 2}{(2x-1)^2}= =\frac{2x(2x-1)-2x^2}{(2x-1)^2}=\frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$
6	*Записываем ответ*	*Ответ:* $f'(x)=\frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$

Задание для самостоятельного решения:

Найдите производную функции $f(x)=\frac{1}{(2+3x)^2}$

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Карточка-консультант

Нахождение производной сложной функции

Чтобы найти производную сложной функции необходимо:

1. *Выделить «внутреннюю» функцию;*
2. *Выделить «внешнюю» функцию;*
3. *Вычислить производную.*

Задание: *Найдите производную функции $f(x) = (2x-7)^8$*

Решение

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Выделим «внутреннюю» функцию	$y=2x-7$
2	Выделим «внешнюю» функцию	$g(y)=y^8$
3	Вычислим производную сложной функции	$f'(x)=((2x-7)^8)'=8(2x-7)(2x-7)'=8(2x-7)\cdot 2=16(2x-7)$
4	Записываем ответ	$16(2x-7)$

Задание для самостоятельного решения:

Найдите производную функции $f(x)= (9x+5)^4$

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1		
2		
3		
4		

Найти производную сложной функции

Чтобы найти производную сложной функции необходимо:

4. *Выделить «внутреннюю» функцию;*
5. *Выделить «внешнюю» функцию;*
6. *Вычислить производную.*

Задание: *Найдите производную функции* $f(x) = \frac{1}{(5x+1)^3}$

Найти производную сложной функции

Чтобы найти производную сложной функции необходимо:

1. *Выделить «внутреннюю» функцию;*
2. *Выделить «внешнюю» функцию;*
3. *Вычислить производную.*

Задание: *Найдите производную функции* $f(x) = \left(3 - \frac{x}{2}\right)^{-9}$

Найти производную сложной функции

Чтобы найти производную сложной функции необходимо:

1. *Выделить «внутреннюю» функцию;*
2. *Выделить «внешнюю» функцию;*
3. *Вычислить производную.*

Задание: *Найдите производную функции* $f(x) = 2^x + lgx$

Карточка-консультант
Написание уравнение касательной

1. *Найти значение функции в точке x_o*
2. *Вычислить производную функции*
3. *Найти значение производной функции в точке x_o*
4. *Подставить полученные числа в формулу* $y = f(x_o) + f\,`(x_o)(x - x_o)$
5. *Привести уравнение к стандартному виду*

Задание: *Напишите уравнение касательной* $f(x) = -x^2+4x$ *в точке* $x_0=1$

Решение

№ шага	**Последовательность действий**	**Результат выполнения действий**
1	*Вычислим производную функции*	$f'(x)=-2x+4$
2	*Найдем значение функции точке* x_0	$f(1)=-(1)^2+4=3$
3	*Найдем значение производной в точке* x_0	$f'(1)=-2\cdot1+4=2$
4	*Подставим полученные числа в формулу* $y = f(x_o) + f\,`(x_o)(x - x_o)$	$y=2(x-1)+3$
5	*Приведем уравнение к стандартному виду*	$y=2x+1$
6	*Запишем ответ*	$y=2x+1$

Задание для самостоятельного решения:

Найдите уравнение касательной $f(x)= x^2+1$, $x_0=0$

№ шага	**Последовательность действий**	**Результат выполнения действий**
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Карточка-консультант
Написание уравнение касательной

1. *Найти значение функции в точке* x_o
2. *Вычислить производную функции*
3. *Найти значение производной функции в точке* x_o
4. *Подставить полученные числа в формулу* $y = f(x_o) + f\,`(x_o)(\,x - x_o)$
5. *Привести уравнение к стандартному виду*

Задание: *Напишите уравнение касательной* $f\,(x)= -x^2+4x$*в точке* $x_0=1$
<u>*Решение*</u>

№ шага	**Последовательность действий**	**Результат выполнения действий**
1	*Вычислим производную функции*	$f'(x)=-2x+4$
2	*Найдем значение функции точке* x_0	$f(1)=-(1)^2+4=3$
3	*Найдем значение производной в точке* x_0	$f'(1)=-2\cdot1+4=2$
4	*Подставим полученные числа в формулу* $y = f(x_o) + f\,`(x_o)(\,x - x_o)$	$y=2(x-1)+3$
5	*Приведем уравнение к стандартному виду*	$y=2x+1$
6	*Запишем ответ*	$y=2x+1$

Задание для самостоятельного решения:
Найдите уравнение касательной $f(x)= 2x-x^2$, $x_0=2$

№ шага	**Последовательность действий**	**Результат выполнения действий**
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Карточка-консультант

Нахождение промежутков возрастания и убывания функции

Если f' (x)>0 в каждой точке интервала I,то функция f возрастает на I.
Если f' (x)<0 в каждой точке интервала I, то функция f убывает на I.
З а м е ч а н и е 1. Если функция f непрерывна в каком-либо из концов промежутка возрастания (убывания), то эта точка тоже входит в промежуток возрастания (убывания)

Задание: *Найдите промежутки возрастания и убывания функции*

$$y=12x+3x^2-3x^3$$

Решение

№ шага	**Последовательность действий**	**Результат выполнения действий**
1	*Найдем область определения функции*	$D(f)=R$
2	*Найдем производную функции*	$f'(x)=12+6x-9x^2=-6(x^2-x-2)=-6(x-2)(x+1)$
3	*Найдем точки пересечения графика функции с осью Ох*	$x=-1$, $x=2$
4	*Отметим точки на числовой прямой*	
5	*Проверим знак функции на каждом промежутке*	$f'(x)<0$ на $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ $f'(x)>0$ на $(-1;2)$
6	Делаем вывод	*Функция убывает на $[-\infty;-1]$ и на $[2;\infty)$, функция возрастаетна $[-1;2]$.*

Задание для самостоятельного решения:
Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$y=-x^2+2x-3$$

№ шага	**Последовательность действий**	**Результат выполнения действий**
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Карточка-консультант

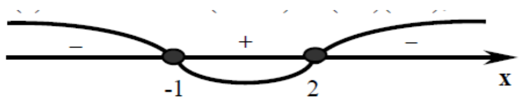
Нахождение промежутков возрастания и убывания функции

Если f' (x)>0 в каждой точке интервала I,то функция f возрастает на I.
Если f' (x)<0 в каждой точке интервала I, то функция f убывает на I.
З а м е ч а н и е 1. Если функция f непрерывна в каком-либо из концов промежутка возрастания (убывания), то эта точка тоже входит в промежуток возрастания (убывания)

Задание: *Найдите промежутки возрастания и убывания функции*

$$y=12x+3x^2-3x^3$$

Решение

№ шага	*Последовательность действий*	*Результат выполнения действий*
1	*Найдем область определения функции*	D(f)=R
2	*Найдем производную функции*	$f'(x)=12+6x-9x^2=-6(x^2-x-2)=-6(x-2)(x+1)$
3	*Найдем точки пересечения графика функции с осью Ох*	$x=-1$, $x=2$
4	*Отметим точки на числовой прямой*	
5	*Проверим знак функции на каждом промежутке*	$f'(x)<0$ на $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ $f'(x)>0$ на $(-1;2)$
6	Делаем вывод	*Функция убывает на [- ∞ ;-1] и на [2;∞), функция возрастаетна [-1;2].*

Задание для самостоятельного решения:

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$y=x^3+3x^2-9x+1$$

№ шага	*Последовательность действий*	*Результат выполнения действий*
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Карточка-консультант
Нахождение критических точек функции

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются критическими точками этой функции

Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная f', то она равна нулю: f' (x_0)=0.

Если функция f непрерывна в точке x_0, а f' (x)> 0 на интервале (a; x_0) и f' (x)<0 на интервале (x_0;b), то точка x_0 является точкой максимума функции f. (с доказательством)

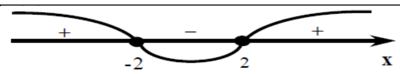
Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Если функция f непрерывна в точке xo, f' (x) < 0 на интервале (a; x_0) и f' (x)>0 на интервале (x_0;b), то точка x_0 является точкой минимума функции f.

Если в точке xo производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума.

Задание: *Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие - точками минимума.* $f(x)=5+12x-x^3$

<u>Решение</u>

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1	*Найдем область определения функции*	*D(f)=R*
2	*Найдем производную функции*	*f'(x)=12-3x2=-3(x-2)(x+2)*
3	*Найдем область определения*	*D(f'(x))=R*
4	*Найдем точки пересечения графика функции с осью Ox*	*x = -2, x = 2*
5	*Отметим точки на числовой прямой*	
6	*Проверим знак функции на каждом промежутке*	*f'(x)<0 на (-2;2)* *f'(x)>0 на (-∞;-2)∪ (2; ∞)*
7	*Делаем вывод*	*Критические точки x= ∓ 2, где* *x=-2 – точка минимума,* *x=2 – точкамаксимума*

Задание для самостоятельного решения: *Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие - точками минимума.*

$$f(x)=9+8x^2-x^4$$

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Карточка-консультант
Нахождение критических точек функции

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются критическими точками этой функции

Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная f', то она равна нулю: $f'(x_0)=0$.

Если функция f непрерывна в точке x_0, а $f'(x)>0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)<0$ на интервале $(x_0;b)$, то точка x_0 является точкой максимума функции f. (с доказательством)

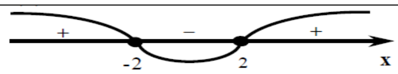
Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Если функция f непрерывна в точке хо, $f'(x)<0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)>0$ на интервале $(x_0;b)$, то точка x_0 является точкой минимума функции f.

Если в точке хо производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума.

Задание: *Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие - точками минимума.* $f(x)=5+12x-x^3$

<u>Решение</u>

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1	*Найдем область определения функции*	*D(f)=R*
2	*Найдем производную функции*	*f'(x)=12-3x2=-3(x-2)(x+2)*
3	*Найдем область определения*	*D(f'(x))=R*
4	*Найдем точки пересечения графика функции с осью Ох*	$x=-2,\ \ x=2$
5	*Отметим точки на числовой прямой*	
6	*Проверим знак функции на каждом промежутке*	*f'(x)<0 на (-2;2)* *f'(x)>0 на (-∞;-2)∪ (2;∞)*
7	*Делаем вывод*	*Критические точки x= ∓ 2, где* *x=-2 – точка минимума,* *x=2 – точкамаксимума*

Задание для самостоятельного решения: *Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие - точками минимума.*

$f(x)=4-2x-7x^2$

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Карточка-консультант
Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции, имеющей на отрезке конечное число критических точек, нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, а затем из полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

Задание: *Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на промежутках [-1;1],[0;3]*

Решение

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	*Найдем производную функции*	$f'(x)=4x^3-16x=4x(x-2)(x+2)$
2	*Найдем область определения*	$D(f')=R$
3	*Приравняем производную к нулю*	$f'(x)=0$, при $x=0; \pm 2$
4	*Выберем точки которые входят в промежуток [-1;1]*	$-1; 0; 1$
5	*Найдем значение функции в данных точках*	$f(-1)= -1^4-8(-1)^2-9=-16$ $f(0)=-9$, $f(1)=-16$
6	*Берем наибольшее и наименьшее значение на промежутке [-1;1]*	**max $f(x)=f(0)=-9$, min $f(x)=f(1)=f(-1)=-16$**
7	*Выберем точки которые входят в промежуток [0;3]*	$0; 2; 3$
8	*Найдем значение функции в данных точках*	$f(2)=25$; $f(3)=0$
9	*Берем наибольшее и наименьшее значение на промежутке [0;3]*	**max $f(x)=f(3)=0$, min $f(x)=f(2)=-25$**

Задание для самостоятельного решения: *Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x)=3x^5-5x^3$ на промежутках [0;2],[2;3]*

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Карточка-консультант
Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции, имеющей на отрезке конечное число критических точек, нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, а затем из полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

Задание: *Найдите наибольшее и наименьшее значение функции* $f(x)=x^4-8x^2-9$ *на промежутках [-1;1],[0;3]*

Решение

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1	*Найдем производную функции*	$f'(x)=4x^3-16x=4x(x-2)(x+2)$
2	*Найдем область определения*	$D(f')=R$
3	*Приравняем производную к нулю*	$f'(x)=0$, *при* $x=0; \pm 2$
4	*Выберем точки которые входят в промежуток [-1;1]*	$-1; 0; 1$
5	*Найдем значение функции в данных точках*	$f(-1)= -1^4-8(-1)^2-9=-16$ $f(0)=-9, f(1)=-16$
6	*Берем наибольшее и наименьшее значение на промежутке [-1;1]*	**$\max f(x)=f(0)=-9$, $\min f(x)=f(1)=f(-1)=-16$**
7	*Выберем точки которые входят в промежуток [0;3]*	$0; 2; 3$
8	*Найдем значение функции в данных точках*	$f(2)=25; f(3)=0$
9	*Берем наибольшее и наименьшее значение на промежутке [0;3]*	**$\max f(x)=f(3)=0$, $\min f(x)=f(2)=-25$**

Задание для самостоятельного решения: *Найдите наибольшее и наименьшее значение функции* $f(x)= x^3+3x^2-9x$*на промежутках [-4;0],[3;4]*

№ шага	***Последовательность действий***	***Результат выполнения действий***
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Карточка-консультант
Применение производной к исследованию функции

Построение графика функции лучше начинать с ее исследования, которое состоит в том, что для данной функции:

1) находят ее область определения;

2) выясняют, является ли функция f четной или нечетной, является ли периодической;

3) точки пересечения графика с осями координат;

4) промежутки знакопостоянства;

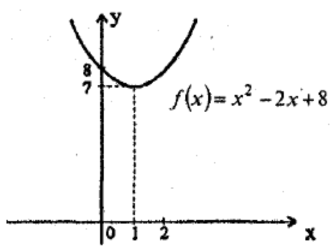
5) промежутки возрастания и убывания;

6) точки экстремума и значения f вэтих точках;

7) исследуют поведение функции в окрестности «особых» точек и при больших по модулю x.

Задание: *Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x)=x^2-2x+8$*

Решение

<table>
<tr><th>№ шага</th><th>Последовательность действий</th><th>Результат выполнения действий</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Найдем область определения и область значения функции</td><td>D(f)=R
E(f)=[7;+∞)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Выясним, является ли функция f четной или нечетной, является ли периодической</td><td>f(x) является функцией общего вида</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Найдем точки пересечения графика с осями координат</td><td>$x^2-2x+8=0$ – не имеет решений
f(0)=8;</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Найдем производную функции</td><td>f’(x)=2x-2=2(x-1)</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Найдем область определения</td><td>D(f')=R</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Приравняем производную к нулю</td><td>x=1, f(1)=7</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Заполним таблицу</td><td><table><tr><td>x</td><td>$(-\infty;1)$</td><td>1</td><td>$(1;\infty)$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td>Построим график</td><td>
</td></tr>
</table>

Задание для самостоятельного решения: *Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x)=-x^2+5x+4$*

<table>
<tr><th>№ шага</th><th>Последовательность действий</th><th>Результат выполнения действий</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$(-\infty;1)$</td><td>1</td><td>$(1;\infty)$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Карточка-консультант

Применение производной к исследованию функции

Построение графика функции лучше начинать с ее исследования, которое состоит в том, что для данной функции:

1) находят ее область определения;

2) выясняют, является ли функция f четной или нечетной, является ли периодической;

3) точки пересечения графика с осями координат;

4) промежутки знакопостоянства;

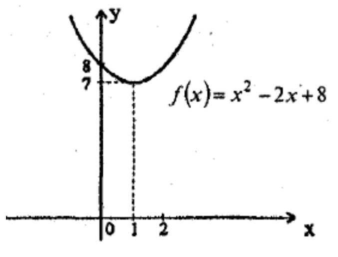
5) промежутки возрастания и убывания;

6) точки экстремума и значения f вэтих точках;

7) исследуют поведение функции в окрестности «особых» точек и при больших по модулю x.

Задание: *Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x)=x^2-2x+8$*

Решение

<table>
<tr><th>№ шага</th><th>Последовательность действий</th><th>Результат выполнения действий</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Найдем область определения и область значения функции</td><td>D(f)=R
E(f)=[7;+∞)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Выясним, является ли функция f четной или нечетной, является ли периодической</td><td>f(x) является функцией общего вида</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Найдем точки пересечения графика с осями координат</td><td>$x^2-2x+8=0$ – не имеет решений
f(0)=8;</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Найдем производную функции</td><td>f'(x)=2x-2=2(x-1)</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Найдем область определения</td><td>D(f')=R</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Приравняем производную к нулю</td><td>x=1, f(1)=7</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Заполним таблицу</td><td><table><tr><td>x</td><td>$(-\infty;1)$</td><td>1</td><td>$(1;\infty)$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td>Построим график</td><td>
</td></tr>
</table>

Задание для самостоятельного решения: *Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x)=x^4-2x^2-3$*

<table>
<tr><th>№ шага</th><th>Последовательность действий</th><th>Результат выполнения действий</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$(-\infty;1)$</td><td>1</td><td>$(1;\infty)$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td></tr>
</table>