Допущен к использованию
в образовательном процессе.
Приказ Управления образования
от 30 сентября 2011г. №622

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Курс по выбору *для учащихся 9 класса*

Цели **данного курс**:

- ✓ систематизировать ранее полученные знания по решению текстовых задач;
- ✓ развивать навыки по анализу текста, выделению главного, составлению математической модели по условию задачи;
- ✓ познакомить учащихся с разными типами задач, особенностями методик и различными способами их решения;
- ✓ развивать интерес к предмету, интеллект, логику мышления;
- ✓ реализовать межпредметные связи;
- ✓ формировать независимость, гибкость и критичность мышления;

Задачи курса:

- ✓ Познакомить учащихся с различными видами задач на «проценты», «движение», «работу», «числа», «сплавы», «смеси», с решением нестандартных и олимпиадных задач.
- ✓ Выработать умения и навыки при решении текстовых задач и освоить каждый способ решения доведением до качеств, характеризуемых быстротой, легкостью, автоматизмом.
- ✓ Научить выполнять перенос математических идей и знаний на новые ситуации, на решение нестандартных задач; научить методам рассуждений - сравнения и аналогии, анализа и синтеза.

1. Пояснительная записка

Курс по выбору для предпрофильной подготовки учащихся 9 классов посвящен одной из самых трудных тем – решению текстовых задач.

В школьном курсе алгебры решению текстовых задач уделено недостаточное количество учебных часов. В то же время на выпускном экзамене в 9 классе предлагаются текстовые задачи различных уровней сложности и различных типов: на совместную работу, на движение, на планирование, на проценты, на зависимости между компонентами арифметических действий, и другие виды. Не малое место занимают текстовые задачи на вступительных экзаменах в ВУЗы, в ЕГЭ по математике, об этом следует помнить и готовиться к таким испытаниям заранее.

Текстовые задачи являются важным средством обучения математике. С их помощью учащиеся получают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязи между ними, получают опыт применения математики к решению практических задач. Использование арифметических способов решения задач развивает смекалку и сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть развивает естественный язык, готовит школьников к дальнейшему обучению. Арифметические способы решения текстовых задач позволяют развивать умение анализировать задачные ситуации, строить план решения с учетом взаимосвязей между известными и неизвестными величинами, истолковывать результат каждого действия в рамках условия задачи. Решение текстовых задач приучает детей к первым абстракциям, позволяют воспитывать логическую культуру, вызывая интерес сначала к процессу поиска решения задачи, а потом и к изучаемому предмету.

Текстовые алгебраические задачи представляют собой традиционный раздел элементарной математики. По своему содержанию текстовые задачи, как правило, тесно связаны с практической деятельностью человека и описывают некоторые реальные ситуации,учат обучающихся переводить условие задачи с привычного родного языка на специальный,математический язык то есть составлять математическую мрдель. Для решения обычно используется общая стандартная схема:

1. выбирают удобное для описания условий задачи неизвестное,
2. составляют необходимое уравнение или систему уравнений,
3. решают полученное уравнение или систему уравнений,
4. отбирают подходящие по смыслу задачи решения.

Данный курс способствует подготовке учащихся к продолжению обучения в профильном классе с математическим уклоном. Он расширяет базовый курс по математике, познакомит ребят с нестандартными, интересными подходами при решении текстовых задач, научит применять теорию на практике. Каждое занятие предлагаемого курса, а также все они в целом направлены на то, чтобы развить интерес школьников к предмету, познакомить их с общими идеями и методами, расширить представление об изучаемом в основном курсе материале, а главное - решать интересные задачи.

Умение решать ту или иную задачу зависит от многих факторов. Однако, прежде всего, необходимо научиться различать основные типы задач и уметь решать простейшие из них. В связи с этим целесообразно рассмотреть типовые задачи и их решения различными методами (с помощью уравнений, с помощью систем уравнений, логически и т. д.)

2. Организация учебного процесса.

Программа курса рассчитана на 34 часа и предназначена для предпрофильной подготовки учащихся $9^{х}$ классов, ориентированна на естественнонаучный профиль, подготовку к итоговой аттестации выпускников.

Курс имеет практическую направленность.

Занятия проводятся в форме обзорных лекций, на которых сообщаются теоретические факты, семинаров и практикумов по решению задач.

Виды организации работы: групповая, фронтальная, индивидуальная

Отработка и закрепление знаний, умений и навыков достигается путем решения достаточного количества задач , соответствующих возрасту и уровню знаний учащихся.

формирование навыков происходит через развитие умственной деятельности. Учащиеся разбирают, анализируют ситуации;

учатся замечать главное, выявлять общее и делать соответствующие выводы; учатся нестандартно мыслить, а также применять известные приемы в повседневной жизни; учатся самостоятельной познавательной деятельности.

изучение каждой темы начинается с установочных занятий, где выделяется главное, затем определяются те задачи, с помощью которых отрабатываются необходимые знания, умения, навыки и, те, которые развивают учащихся, а также их интерес к изучаемому предмету.

при усвоении материала уделяется внимание развитию речи – это объяснение своих действий; предложение вариативности решений; постановка чётких вопросов, выступление перед публикой.

в качестве итоговой формы контроля, подводящей изучение курса к логическому завершению, предлагается защита рефератов.

Программа содержит список литературы по предложенным темам.

.

3.Требования к уровню усвоения учебного материала.

В результате изучения программы курса «Решение текстовых задач»:

Учащиеся должны знать: виды текстовых задач, основные способы решения текстовых задач, алгоритм решения уравнений, формулу корней квадратного уравнения, дробно-рациональные уравнения, способы решения систем уравнений, пропорции и их свойства, приёмы рационального счета.

Учащиеся должны уметь:

- исследовать текстовые задачи;
- записывать краткое условие задачи;
- выбирать подходящее решение для данной текстовой задачи;
- решать простейшие текстовые задачи;

- решать линейные, квадратные, дробно-рациональные уравнения; системы уравнений первой и второй степени; выражать одно неизвестное через другое; заменять проценты дробью и наоборот; находить неизвестный член пропорции; выполнять действия с десятичными и обыкновенными дробями.

4. Учебно-тематический план

1.Роль текстовых задач в школьном курсе математики. Методы решения текстовых задач:арифметический,алгебраический. *Урок-лекция 1 ч.*

2. *Задачи на движение:по прямой,по реке,по окружности.Урок-практикум 4 ч.*

В начале занятия рассмотреть:

- основные компоненты этого типа задач (время, скорость, расстояние);
- зависимость между этими величинами в формулах;
- план решения задач на движение (заполнение таблицы);
- обратить внимание на особенности при различных видах движения.

Затем рассматриваем решение задач этого типа.

3. *Задачи на проценты. Лекция.Урок-практикум. 4ч.*

Следует заметить, что задачи этого раздела входят как составная часть в решение других типовых задач. Заменяя проценты соответствующим количеством сотых долей числа, легко свести данную задачу на проценты к задаче на части. При решении задач данного типа предполагается использование калькулятора – всюду, где это целесообразно. Применение калькулятора снимает непринципиальные технические трудности, позволяет разобрать больше задач. Кроме того, в ряде случаев необходимо считать устно. Для этого полезно знать некоторые факты, например: чтобы увеличить величину на 50%, достаточно прибавить ее половину; чтобы найти 20% величины, надо найти ее пятую часть; что 40% некоторой величины в 4 раза больше, чем ее 10%; что треть величины – это примерно 33% и т. д.

Важно, чтобы каждый ученик смог самостоятельно выбрать свой способ решения, наиболее ему удобный и понятный.

4. *Проценты в банковском деле. УРОК-ПРАКТИКУМ.3Ч.*

5. *Задачи на процентное содержание и концентрацию.урок-практикум. 2ч.*
6. *Задачи на «смеси и сплавы».1ч.*

Задачи, в которых идет речь о составлении сплавов, растворов или смесей двух или нескольких веществ. Все получающиеся сплавы или смеси однородны и при слиянии двух растворов объемы V_1 и V_2, получается смесь, объем которой равен V_1+V_2. Заметим, что такое допущение не всегда выполняется в действительности.

7. Задачи на многократные переливания. *Практикум по решению задач. 2ч.*

8. *Задачи на работу и производительность труда;наполнение резервуара. Урок-практикум. 3ч.*

Основными компонентами задач этого типа являются:
а) работа А (выполненная, выполняемая или планируема к выполнению);
б) время Т (затраченное, используемое или необходимое для выполнения работы);
в) производительность труда N, т.е. объем работы, выполненной в единицу времени(фактически или предполагаемая).

Указанные компоненты связаны между собой равенством $N \cdot T = A$.

К задачам на работу относятся и задачи на «бассейны», в которых основными компонентами являются:
а) объем V бассейна;
б) время Т, необходимое для заполнения (или опорожнения) бассейна;
в) скорость X наполнения бассейна.

Указанные компоненты связаны между собой равенством $X \cdot T = V$.

9. *Задачи на числа(натуральные,рациональные.) 3ч.*

Основные понятия:

Натуральные числа – числа, которые используются для счета предметов. Деление натурального числа n на натуральное число p (n $\geq$ p) с остатком состоит в нахождении такого натурального числа k и такого неотрицательного целого числа r, что справедливо равенство n = pk + r. При этом число p называют делителем, k – частным и r – остатком.

В работе с задачами, содежащими рациональные числа, предлагается работа по созданию «исторического фона» обучения, включая старинные задачи.Использование таких задач имеет целью расширение представлений учащихся о практике решения задач в старые времена.

9. Задачи на пргрессии 3 ч.
10. Нестандартные способы решения текстовых зад ач 3.
11. Решение олимпиадных текстовых задач 4
12. Зачет по материалу курса в форме защиты рефератов по типам текстовых задач.

Календарно-тематический план

№	Тема занятия	Кол-во часов	Форма проведения	Образовательный продукт	Творческая деятельность
1	Роль текстовых задач в школьном курсе математики. Методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический.	1	лекция	Конспект	Классификация текстовых задач
2-5	Задачи на движении: по прямой, по реке, по окружности.	4	лекция, практикум	конспект	Решение задач
6-9	Проценты в повседневной жизни.Задачи на проценты: нахождение процента от числа ичисла по его процентам; нахождение процентного отношенияю	4	лекция, практикум, самост.работа	конспект	Исследование задач, пути их решения.
10-12	Проценты в банковском деле	3	Лекция,решение задач	Конспект, словарь терминов, схема работы банка	Классификация на простые и сложные проценты
13-14	Задачи на процентное содержание и концентрацию .	2	Практикум, самостоятельная работа	конспект	Решение задач
15	Задачи на «смеси и сплавы».	1	Практикум по решению задач.	конспект	Решение задач
16-17	Задачи на многократные переливания.	2	Практикум по решению задач.	конспект	Решение задач
18-20	Задачи на работу и производительность труда; наполнение резервуара.	3	Практикум по решению задач, самостоятельная работа	конспект	Решение задач

21-23	Задачи на числа: натуральные и рациональные	3	Лекция, практикум по решению задач	конспект	Решение задач
24-26	Задачи на пргрессии	3	Лекция, практикум по решению задач	конспект	Исследование задач, пути их решения.
27-29	Нестандартные способы решения текстовых зада	3	лекция.	конспект	Исследование задач, пути их решения.
30-33	Решение олимпиадных текстовых задач	4	Практикум по решению олимпиадных задач	конспект	Исследование задач, пути их решения.
34	Зачет по материалу курса	1	Защита рефератов	рефераты	Исследование задач, пути их решения.

Для успешной реализации задач курса, особое значение имеют **организационно-педагогические условия**, которые способствуют эффективности проведения занятий.
К ним относятся:

- в школе имеется учебно-методическое обеспечение;
- соответствие учебного материала и его изложения основным дидактическим задачам;
- использование методов, соответствующих уровню развития школьников подросткового периода;
- высокое качество и современность технических средств обучения (мультимедийный кабинет);
- гигиенические условия проведения занятий.

Методические рекомендации

Занятие
2-5 Задачи на движение.

Широко известны серьезные трудности, которые испытывают учащиеся при решении задач.

Первая трудность состоит в составлении математической модели. Для того чтобы перевести содержание задачи на математический язык, необходимо изучить и правильно истолковать его, формализовать вопрос задачи, выразив искомые величины через известные величины и введённые переменные.

Вторая трудность – составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и переменные, которые вводит учащийся.

Третья трудность состоит в том, чтобы составить функцию (отношение), применительно к которой формулируется вопрос задачи.

Четвертая трудность – решение полученного уравнения, системы уравнений или неравенств желательно наиболее рациональным методом.

Задача 1. Из пункта А в пункт В со скоростью 80 км/ч выехал первый автомобиль, а через некоторое врем с постоянной скоростью второй. После остановки на 20 мин в пункте В второй автомобиль поехал с той же скоростью назад. Через 48 км он встретил первый автомобиль, шедший навстречу, и был на расстоянии 120 км от В в тот момент, когда в пункт В прибыл первый автомобиль. Найти расстояние от А до места первой встречи автомобилей, если АВ=480 км.

Самое важное- это понять, что первая встреча автомобилей произошла в тот момент, когда второй автомобиль обгонял первый.

Если обозначить расстояние от А до места первой встречи через S км, а скорость второго автомобиля через V км/ч, то из условия задачи видно, что расстояние в 72 км (120-48=72) второй автомобиль пройдет за то же время, которое понадобится первому автомобилю, чтобы преодолеть 48 км. Следовательно, $\frac{72}{V} = \frac{48}{80}$, откуда V = 120 км/ч

От места первой встречи до пункта В первому автомобилю оставалось пройти (480- S) км со скоростью 80 км/ч. На это он затратил (480- S)/80 ч. За это же время второй автомобиль прошел от места первой встречи до пунктаВ, потратил 1/3 ч на стоянку в пункте В и еще 120/ Vч на то, чтобы отъехать от В на 120 км. Таким образом, можно составить еще одно уравнение

$$\frac{480 - S}{80} = \frac{480 - S}{V} + \frac{1}{3} + \frac{120}{V}.$$

Из него, зная, что V=120, находим S=160.

Задача 2. Перемещение двух тел по окружности в разных направлениях можно уподобить движению навстречу друг другу по прямой, даже если тела стартовали из одной точки вроде бы сразу разошлись, а не сблизились.

Два тела, двигаясь по окружности в одном и том же направлении, встречаются каждые 56 мин. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, то встречались бы каждые 8 мин.. Если при движении в противоположных направлениях в некоторый момент времени расстояние по окружности между телами 40м, то через 24с оно будет 26м. (в течение этих 24 с тела не встретятся). Найдите скорости тел и длину окружности.

Пусть с - длина окружности, х м/мин - скорость 1-го тела, у м/мин- скорость 2-го, х >у. При движении в одном направлении первое тело догоняет второе со скоростью (х – у) м/мин. После одного из обгонов следующий обгон имеет место через столько минут, сколько понадобится, чтобы преодолеть с метров со скоростью (х – у)м/мин, т.е. через 56 мин.

$$\frac{c}{x-y}=56 \qquad (1)$$

При движении в разных направлениях тела сближаются со скоростью (x + y)м/мин, причем с метров они вместе проходят за 8 минут.

$$\frac{c}{x+y}=8 \qquad (2)$$

Если первоначальное расстояние было равно 40 м, а осталось пройти до встречи 26м, то общий пройденный путь составляет 40м-26м=14м. Он был преодолен со скоростью (x+y) м/мин за 24с, т.е. за 2/5 мин.

$$\frac{14}{x+y}=\frac{2}{5} \qquad (3)$$

Разделив уравнение 2 на 1, получим

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{1}{7},\ y=\frac{3}{4}x$$

Подставляя в уравнение 3 находим x=20, y=15, а из уравнения 2 получаем c=280.

Задачи для решения.

1. Пароход, отчалив от пристани А, спустился вниз по течению реки на 60 км до устья впадающего в нее притока и поднялся вверх по притоку (против течения) на 20 км до пристани В, Весь путь от А до В пароход прошел за 7 часов. Скорость течения реки и скорость течения притока равны 1 км/ч. Найти собственную скорость парохода (собственная скорость— скорость в неподвижной воде).

Ответ.11км/ч.

2. В соревнованиях по бегу на дистанцию 120 м участвуют три бегуна. Скорость первого из них на 1 м/с больше скорости второго, а скорость второго бегуна равна полусумме скоростей первого и третьего. Определить скорость третьего бегуна, если известно, что первый бегун пробежал дистанцию на 3 с быстрее третьего.

Ответ. 8м/с.

3. Из пункта А в пункт В вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта В в пункт А выехал велосипедист, который встретил пешехода через 50 мин после своего выезда из В. Сколько времени потребовалось бы пешеходу, для того чтобы пройти весь путь из Л в В, если известно, что велосипедист проделал бы тот же путь на 4 часа быстрее пешехода? Ответ. 5часов.

4. От пристани А к пристани В против течения реки отошел катер, собственная скорость которого В стоячей воде в 7 раз больше скорости течения реки. Одновременно навстречу ему от пристани В, расстояние которой до А по реке равно 20 км, отошла лодка. На каком расстоянии от В произошла встреча катера. с лодкой, если известно, что через полчаса посла начала движения лодке оставалось проплыть 4 км до'; встречи и что катер затратил на весь путь до Е;стречи с лодкой на 20 мин больше, чем на путь от места встречи до пункта В?

Ответ. 8км.

5. В гору ехал автомобиль. В первую секунду после достижения пункта А он проехал 30 м, а в каждую следующую секунду он проезжал на 2 м меньше, чем в предыдущую. Через 9 с после того, как автомобиль достиг пункта А, навстречу ему выехал автобус из пункта В, находящегося на расстоянии 258 м от пункта А. В первую секунду автобус проехал 2 м, а в каждую следующую секунду он проезжал на I м больше, чем в предыдущую. Какое расстояние проехал автобус до встречи с автомобилем?
Ответ. 20м.

6. Станции А, В и С находятся на одной и той же железной дороге, причем расстояние от В до С равно 200 км. Известно, что скорый поезд, вышедший из Л, и пассажирский поезд, вышедший одновременно с ним из С, встретились на станции В. Найти расстояние между станциями А и С, если оно меньше 300 км, а скорый поезд идет в 1,5 раза быстрее, чем пассажирский.
Ответ.100км.

7. Два лыжника стартовали на дистанции 10 км друг за другом с интервалом в 6 мин. Второй лыжник догнал первого в двух километрах от точки старта. Дойдя до поворота на отметке 5 км, второй лыжник повернул обратно и встретил первого на расстоянии 1 км от точки поворота. Найти скорость первого лыжника.
Ответ. 10км/ч.

8. Лодка плывет вчетверо медленнее катера, при этом 16км катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.
Ответ. 4км/ч.

9.Петя вышел из школы и пошел домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 мин по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю.

Ответ.2,4км.

Занятие 6-12. Задачи на проценты.

Проценты употребляются для сравнения однородных положительных количеств. Один процент это одна сотая: 1%=1/100, соответственно р% = р/100.

Один процент от количества А- это одна сотая часть количества А: 1% от А равен 1/100 А, р% от А равен А*р/100. Процентом р задается коэффициент к=р/100.

Вычисление количеств по процентам. Дано количество А и некоторый процент р. Требуется найти количество, которое этот процент выражает: Ар/100

Вычисление процентов по количеству. Сколько процентов составляет А от В: (А/В)*100%

Каково количество, р% от которого есть А: (100/р)*А

Каково количество, большее чем А на р%: (1+ р/100)*А

Каково количество, меньшее чем А на р%: (1- р/100)*А

На сколько процентов А больше чем В: $\frac{A-B}{B}\cdot 100\%$.

Задача 1. Находясь в гостях у кролика, Вини-Пух за первые 3 часа съел 40% всего запаса меда кролика. Пятачок и кролик вместе, за это же время, съели 300 граммов меда. За следующие 3 часа Вини-Пух съел 2/3 оставшегося меда, а пятачок и кролик съели 100г меда на двоих, после чего у кролика осталось 1,6 кг меда. Сколько меда было у кролика до визита Вини-Пуха?

Пусть первоначально у кролика было х кг меда. Вини-Пух съел 1 раз 0,4х кг, а Пятачок и кролик съели 300г мёда. У кролика осталось х-0,4х-0,3=0,6х-0,3

Вини-Пух съел второй раз 2/3*(0,6х-0,3)=0,4х-0,2, а Пятачок и кролик 100г. У кролика осталось 0,6х-0,3-0,4х+0,2-0,1=0,2х-0,2. Зная, что осталось 1,6кг ,составим уравнение: 0,2х-0,2=1,6 х=9.

Задача 2. Длина дистанции трех дневной велогонки была 480 км. В первый день велогонщики проехали 25% всего пути, а во второй день 55% оставшегося пути. Сколько километров проехали велогонщики в третий день пути?

В 1-ый день проехали $\frac{1}{4}\cdot 480 = 120$ км

Оставшийся путь составил 480-120=360 км. Тогда во второй день велогонщики проехали $\frac{55}{100} * 360 = 198$ км. В третий день велогонщики проехали 360-198=162км.

Задача 3. В одном городе Канады 70% жителей знают французский язык и 80%- английский язык. Сколько процентов жителей этого города знают оба языка.

Исходим из того, что каждый житель города знает хотя бы один из двух языков. Пусть х жителей знают только английский язык, у- только французский, с- оба языка.

$$\frac{x+c}{x+y+c} = 8, \quad \frac{y+c}{x+y+c} = 0{,}7.$$

Сложив оба эти равенства получим : $\frac{c}{x+y+c}\cdot 100\% = 50\%$.

Задача 4. Капитал в 1300 рублей отдан в рост на 2,5 года по 6%. Сколько прибыли (процентных денег) получено с капитала?

1. 6%- это годовые проценты, найдем срочные проценты, т.е. проценты за 2,5 года. Срочные проценты равны 6%* 2,5=15%

15% прибыли составляют 15/100 части капитала. С капитала в 1300 рублей прибыли за 2,5 года будет получено: 1300 * 15/100=195 руб.

2. 2. То, что капитал был в обороте по 6%, значит что 6коп. процентных денег получено будет в 1 год с 1 рубля капитала. Найдем процентные деньги с 1рубля за 2,5 года. 6 *2,5 =15 коп. С капитала 1300 руб. процентных денег получено будет: 15 * 1300=195 руб.

Задачи для решения.

1. В начале года в сберкассу на книжку было положено 1640 руб. и в конце года было взято обратно 882 руб. Еще через год на книжке снова

оказалось 882 руб. Сколько процентов начисляет сберкасса в год? Ответ. 5%.

2. По оценке социологов за период в 24 года — с 1966 г. по 1989 г. включительно — в городе N должно было быть заключено 3150 браков. Фактически в 1966 г. состоялось ЮО.браков. Каждый последующий год заключалось на 5 браков больше, чем в предыдущий, пока не была досрочно, причем за целое число лет, достигнута предварительная оценка — 3150 браков. После этого, вплоть до конца 1989 г., годовое число вступлений в брак сократилось на 11 по сравнению с годом достижения оценки. На сколько процентов реальное число браков за 24 года превысило предварительную оценку?

Ответ. На 18%. 98

3. В сообщении о реконструкции цеха указано, что в результате реконструкции процент высвободившихся рабочих заключен в пределах от 1,7 до 2,3%. Определить минимально возможное число рабочих, первоначально занятых в цехе.

Ответ.44.

4. Какой процент ежегодного дохода давал банк, если положив на счет 13000 рублей, вкладчик через 2 года получил 15730 рублей?

Ответ.10%

5. Денежный вклад в банк за год увеличивается на 11 %. Вкладчик внес в банк 7000 рублей. В конце первого года он решил увеличить сумму вклада и продлить срок действия договора еще на год, чтобы в конце второго года иметь на счету не менее 10000 рублей. Какую наименьшую сумму необходимо дополнительно положить на счет по окончании первого года, чтобы при той же процентной ставке (11 %) реализовать этот план? (Ответ округлите до целых.)

Ответ.1240

6. В осеннее – зимний период цена на фрукты возрастала трижды: на 10%, на 20%, и на 25%. На сколько процентов возросла зимняя цена по сравнению с летней?

Ответ.65%

7. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена ее продукции возросла не 10%, а ее себестоимость для пекарни, которая до этого составляла ¾ отпускной цены, увеличилась на 20%.

Ответ.20%

8. На первом поле 65% площади занято овсом. На втором поле овсом занято 45% площади. Известно, что на первом и втором полях вместе под овсом занято 53% общей площади. Какую часть всей засеянной площади составляет первое поле?

Ответ.2/5

9. Число 51,2 трижды увеличили на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшили на то же самое число процентов, в результате получили число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

Ответ.10%

Занятие 13-15. Задачи на процентное содержание, концентрацию и сплавы.

Задачи на процентное содержание и концентрацию вызывают наибольшие затруднения у школьников. В процессе решения каждой такой задачи целесообразно действовать по следующей схеме.

1. Изучение условия задачи. Выбор неизвестных величин (их обозначаем буквами x, y и т.д.), относительно которых составляем пропорции. Выбирая неизвестные параметры, мы создаем математическую модель ситуации, описанной в условии задачи.
2. Поиск плана решения. Используя условия задачи, определяем все взаимосвязи между данными величинами.
3. Осуществление плана, т.е. оформление найденного решения – переход от словесной формулировки к составлению математической модели.
4. Изучение полученного решения, критический анализ результата.

При решении задач на смеси часто путают проценты и доли, раствор и растворенное вещество. Необходимо помнить, что массовая доля ω находится делением значения процентной концентрации на 100%, а масса растворенного вещества m(в-ва) равна произведению массы раствора m(р-ра) на массовую долю:

$$m(\text{в-ва}) = m(\text{р-ра}) \cdot \omega.$$

В большинстве случаев задачи на смеси и сплавы становятся нагляднее, если при их решении использовать схемы, иллюстративные рисунки или вспомогательные таблицы.

Задача 1. В сосуде содержится 5 л 20%-ного водного раствора кислоты. Сколько воды необходимо добавить в этот сосуд, чтобы получить 5%-ный раствор кислоты.

Решение.

Так как 5 л раствора содержат 20% кислоты, то объем кислоты равен: $\frac{5 \cdot 20}{100} = 1л$

Пусть в раствор добавили х литров воды. Тогда объем раствора составил величину (5+х)л. По условию задачи кислота равняется 5% этой величины и ее объем равен $\frac{5(5+x)}{100}л$

Так как кислоты в раствор не добавляли, то этот объем кислоты, который находился в сосуде первоначально. Получаем уравнение: $\frac{5(5+x)}{100} = 1$ или 5+х=20. Решив это линейное уравнение найдем х=15л.

Задача 2.

Один сплав содержит 2 металла, масса которых относится 2:3, а в другом сплаве масса этих же металлов относится как 3:7. Какие массы первого и второго сплавов надо сплавить вместе, чтобы получить третий сплав, массы 1,5 кг, в котором эти металлы находились бы в отношении 1: 2 ?

Решение.

Пусть сплавы состоят из металлов А и Б. Для удобства дальнейшие рассуждения будем иллюстрировать.

А $\frac{2}{5}x$	*Б* $\frac{3}{5}x$	*1-й сплав х (кг)*
А $\frac{3}{10}y$	*Б* $\frac{7}{10}y$	*2-сплав у (кг)*
А *0,5*	*Б* *1,0*	*3-й сплав (1,5 кг)*

Пусть 1-й сплав содержит х кг, второй сплав у кг обоих металлов. Найдем вес каждого из металлов в отдельности в этих сплавах.

Рассмотрим сначала 1-й сплав. Пусть $x_А$ и $x_Б$ - вес каждого из металлов в этом сплаве. Тогда по условию задачи имеем: $x_А + x_Б = x$, $\frac{x_А}{x_Б} = \frac{2}{3}$.

Из второго уравнения системы находим: $x_А = \frac{2}{3} x_Б$ и подставим в первое, получаем: $x = x_Б + \frac{2}{3} x_Б$ или $x = \frac{5}{3} x_Б$

Отсюда $x_Б = \frac{3}{5}x$ и тогда $x_А = \frac{2}{3} x_Б = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x$

Полностью аналогично находятся веса металлов во 2-м и 3-м сплавах.

Так как третий сплав был получен из первых двух, то соотвествующие металлы А и Б перешли из первого и второго сплава в третий. Поэтому запишем эти условия:

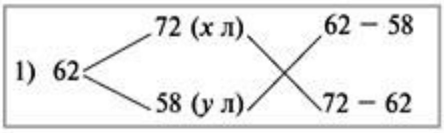
$$\begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{3}{10}y = 0{,}5; \\ \frac{3}{5}x + \frac{7}{10}y = 1. \end{cases}$$

Заметим, что вместо второго уравнения системы можно было записать и более простое условие на вес сплавов: х + у = 1,5.

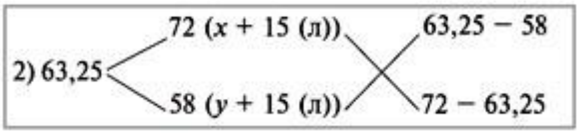
Решив полученную систему линейных уравнений, найдем единственное решение: х = 0,5; у = 1.

Задача 3. Смешали некоторые количества 72%-го и 58%-го растворов кислоты, в результате получили 62%-й раствор той же кислоты. Если бы каждого раствора было взято на 15 л больше, то получился бы 63,25%-й раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально для составления первой смеси?

Решение. Дважды используем диагональную схему:



Получаем: $x : y = 4 : 10 = 2 : 5$.



Получаем: $(x + 15) : (y + 15) = 5{,}25 : 8{,}75 = 3 : 5$.

Составим систему уравнений и решим ее:

$$\begin{cases} x : y = 2 : 5, \\ (x+15) : (y+15) = 3 : 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0{,}4y, \\ 0{,}4y + 15 = 0{,}6y + 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 12, \\ y = 30. \end{cases}$$

Ответ. В первой смеси было 12 л 72%-го раствора и 30 л 58%-го раствора.

Задачи для решения.

1. Свежие грибы содержат по весу 90% процентов воды, а сухие -12 % воды. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

2. Имеются два слитка содержащие медь. Масса второго слитка на 3 кг больше, чем масса первого слитка. Процентное содержание в первом слитке-10%, во втором – 40 %. После переплавики этих двух слитков получился слиток, процентное содержание меди в котором – 30%. Найти массу полученного слитка.

3. В сосуде емкостью 6 л содержится 4л 40% уксусной кислоты. Другой сосуд содержит 5 л такой же процентной кислоты. Сколько литров кислоты из второго сосуда надо долить в первый, чтобы получить кислоту максимальной концентрации? Найти эту концентрацию.

4. Имеется два куска сплавов меди и серебра: первый массой в 2 кг и содержит 30% меди, второй массой 3 кг и содержит 40% меди. Сколько килограммов второго сплава надо сплавить со всем первым куском, чтобы получить новый сплав. Содержащий р% меди?

Занятие. 16- 17 Задачи на многократные переливания.

Занятие 18-20. Задачи на работу, производительность труда и наполнение бассейна.

Основными компонентами задач этого типа являются:

а) работа А (выполненная, выполняемая или планируема к выполнению);

б) время T (затраченное, используемое или необходимое для выполнения работы);
в) производительность труда N, т.е. работа, выполненная в единицу времени (фактическая или предполагаемая).

Указанные компоненты связаны между собой равенством $N \cdot T = A$.

К задачам на работу относятся и задачи на «бассейны», в которых основными компонентами являются:
а) объем V бассейна;
б) время T, необходимое для заполнения (или опорожнения) бассейна;
в) скорость X наполнения бассейна.

Указанные компоненты связаны между собой равенством $X \cdot T = V$.

Задача 1. Первый рабочий может выполнить некоторую работу на 4 часа раньше, чем второй. Вначале они 2ч работали вместе, после чего оставшуюся работу выполнил один первый рабочий за час. За какое время может выполнить всю работу второй рабочий?

Решение.

Пусть объем всей работы A, производительность труда первого рабочего N_1, второго – N_2. Тогда первый рабочий выполнит всю работу за время $\frac{A}{N_1}$, второй $\frac{A}{N_2}$. Получаем уравнение: $\frac{A}{N_1}$ - $\frac{A}{N_2}$ = 4.

Запишем второе условие задачи.

За два часа совместного труда рабочие сделали $2(N_1 + N_2)$, за час первый рабочий сделал N_1, в итоге работа была выполнена: $2(N_1 + N_2) + N_1 = A$.

Получаем систему уравнений: $\begin{cases} \frac{A}{N_2} - \frac{A}{N_1} = 4; \\ 3N_1 + 2N_2 = A, \end{cases}$ из которой надо найти $\frac{A}{N_2}$.

Из второго уравнения имеем: $N_1 = \frac{A - 2N_2}{3}$.

Подставив это выражение в первое уравнение, получаем: $\frac{A}{N_2}$ - $\frac{3A}{A - 2N_2}$ = 4 или

$A^2 - 9\,AN_2 + 8N_2^2 = 0$. Отсюда имеем $A = 8N_2$ ($\frac{A}{N_2}$ =8), $A = N_2$ ($\frac{A}{N_2}$ =1).

Второе решение, очевидно, не подходит, так как один второй рабочий может сделать всю работу за один час, то это противоречит условию задачи.

Итак, второй рабочий сделает всю работу за 8 часов.

Задачи для решения.

1.Четыре человека выполняют некоторую работу. Первый, второй и третий, работая вместе. Выполняют всю работу за 3 часа; второй, третий и четвертый – за 4 часа; первый и четвертый – за 6 часов. За какое время выполняют эту работу все четыре человека, работая вместе? Один первый рабочий? Один четвертый рабочий?

2. В цехе проходит соревнование между тремя токарями. За определенный период времени первый и второй токари обработали в 3 раза больше деталей, чем третий токарь, а первый и третий токари – в 2 раза больше, чем второй. Какие места заняли токари в соревновании?

3. Каждому из двух рабочих поручили обработать одинаковое число деталей. Первый начал работу сразу и выполнил ее за 8 часов. Второй же потратил сначала больше двух часов на наладку приспособления, а затем с его помощью закончил работу на 3 ч раньше первого. Известно, что второй рабочий через час после начала своей работы обработал столько же деталей, сколько к этому моменту обработал первый. Во сколько раз приспособление увеличивает производительность станка?

4. При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за 2 ч 55 мин. За сколько времени мог бы очистить пруд каждый насос, работая отдельно, если один из них может эту работу выполнить на 2 ч быстрее другого?

5. Два рабочих выполнили всю работу за 10 дней, причем последние два дня первый из них не работал. За сколько дней первый рабочий выполнил бы всю работу, если известно, что за первые семь дней они вместе выполнили 80% всей работы?

6. В бассейн проведены три трубы. Одна первая труба наполняет бассейн в 2,6 раза быстрее, чем одна вторая труба, а одна вторая труба наполняет бассейн на 3 ч медленнее, чем одна третья труба. За сколько часов одна третья труба наполняет бассейн, если все три трубы, работая одновременно, наполняют бассейн за 3 ч 45 мин.

7. Две машинистки могут перепечатать рукопись за 6 ч. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила ее за 3 часа. За какое время каждая машинистка сможет перепечатать рукопись?

Занятие 21-23. Задачи на числа.

*Задача 1.*Натуральное число n при делении на 5 дает остаток 3. Найти остаток от деления на 5 квадрата числа n.

Решение. Так как число n при делении на 5 дает остаток 3, то его можно записать в виде: $n = 5k + 3$ (где k – частное). Найдем квадрат этого числа. $N = n^2 = (5k + 3)^2 = 25k^2 + 30k + 9$.

Выделим в числе N слагаемые, которые без остатка делятся на 5: $25k^2$ и $30k$.

В числе 9 также выделим наибольшее число, которое без остатка делится на 5: $9 = 5 + 4$. Тогда число N имеет вид:

$N = (25k^2 + 30k + 9) + 4 = 5(5k^2 + 6k + 1) + 4 = 5m + 4$(где $m = 5k^2 + 6k + 1$ – натуральное число).

Так как число $N = 5m + 4$, то это означает, что при делении числа $N = n^2$ на 5 получается в частном число m и остаток 4.

Задача 2. Является ли число $287^5 + 1563^3 + 321^{1991}$ простым?

Решение. Так как число 287 оканчивается на 7, а 7^5 – оканчивается цифрой 7, то 287^5 оканчивается цифрой 7. Аналогично число 1563^3 оканчивается цифрой 7 и число 321^{1991} – цифрой 1. Поэтому последняя цифра данного числа буде 5 (7+7+1 = 15). Итак, произведенное число делится на 5 и является составным.

Задачи для решения.

1. Является ли число $36^{12} + 121^{15}$ простым?
2. Если некоторое двузначное число умножить на сумму его цифр, то получится 405. Если число, написанное теми же цифрами в обратном порядке, умножить на сумму его цифр, то получится 486. Найти это число.
3. Шестизначное число начинается цифрой 2, если эту цифру перенести с первого места на последнее, сохранив порядок остальных пяти цифр, то вновь полученное число будет втрое больше первоначального. Найти первоначальное число.
4. Найти целочисленные решения уравнения $x^2 + 4xy + 3y^2 = 5$.

Занятие 24-26. Решение задач на прогрессии.

Формула общего члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессии.Особенности выбора переменных и методика решения задач на рогрессии.

Занятие 27-30. Нестандартные способы решения текстовых задач

В данной теме рассматриваются специальные приемы их решения: переформулировка задачи, использование «лишних» неизвестных, делимости чисел.

Занятие 31-33. Решение олимпиадных текстовых задач. 3 ч.

Занятие 34.Зачетная работа по материалам курса.

Итоговое занятие предлагается провести в форме защиты рефератов
с презентациями каждого типа текстовой задачи.

Содержание курса реализуется на основе следующих методов:

1. Целевой, состоящий в знании целей обучения школьников основным способам решения текстрвых задач.

2. Содержательно-математический, обеспечивающий наличие системы теоретических знаний, лежащих в основе решения задач.

3. Алгоритмический, обеспечивающий прочные вычислительные навыки и освоение алгоритмов, используемых при решении текстовых задач.

4. Прикладной, направленный на установление зависимостей между величинами, входящими в задачи.

5. Логико-вероятностный, отражающий специфику стохастических рассуждений и умозаключений, особенности стохастической методологии.

6. Эвристический, нацеленный на использование возможностей форм математической деятельности школьников как последовательности самостоятельных «открытий».

7. Внутрипредметный, выражающий глубокое понимание интегрирующей роли математики, использование её связующих возможностей в укреплении различных содержательно-методических линий.

8. Организационно-деятельностный, обеспечивающий эффективность организационных средств формирования статистических представлений учащихся, выполнение учителем роли организатора их самостоятельной познавательной деятельности.

На основе приведенных методов разработаны методики и творческие задания, направленные на формирование интереса к предложенной программе.

Критериями успешного освоения элективного курса можно считать:

- степень развития интереса к математике, решению текстовых задач.
- умение определить тип задачи и выбрать верный способ решения;
- успешное выполнение самостоятельных и зачетных работ по решению текстовых задач.

По итогам обучения проводятся итоговая зачетная работа.

Оценивание работ проводится по следующим **критериям:**

- отметка 5 выставляется, если верно выполнено 90% работы и более;
- отметка 4 выставляется, если верно выполнено 75% -89% работы;
- отметка 3 выставляется, если верно выполнено 55% -74% работы;
- отметка 2 выставляется, если верно выполнено менее 55% работы.
-

Данный курс рассчитан на 34ч. Считаю это время выбрано **рационально**, т.к. он охватывает практически все типы текстовых задач.
Считаю, что для учащихся будет посильна реализация данной программы.

Список литературы.

1. Г.И. Ковалева. Математика. Тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами.

2. Ковалёва С.П. Олимпиадные задания по математике.-Волгоград: Учитель, 2007.

3. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – М.: Просвещение, 1990.

4. Кузнецова Л.В.«Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. – М.: ДРОФА, 2001.

5. Рурукин А.Н. Выпускные экзамены. Единый госэкзамен. Вступительные экзамены.- М.: Вако, 2006.

6. Журнал «Математика в школе». - №4/2000 №9/2000, №8/2003, №5/2003, №8/2002, №5/2002.

7. Лысенко Ф.Ф. Алгебра. 9 класс. Итоговая аттестация. – Ростов-на-Дону: Легион, 2006 .

8. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике.- М.: Просвещение, 1989.