Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №3

Методическое объединение учителей естественно-математического цикла

УРАВНЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИЕ АБСОЛЮТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Сценарий урока алгебры в 8 классе

Составитель: Чернышев Эдуард Николаевич,

учитель математики МБОУ СОШ №3

Красный Сулин

2013

***Цель урока***: создание учебно-методических условий, способствующих достижению обучающимися следующих результатов:

* ***предметных***

***-*** понимание смысла понятия «абсолютная величина»; понимать, что преобразование выражений, содержащих модуль, не всегда направлено на их упрощение; умение искать и реализовывать стандартные и нестандартные подходы в решении уравнений, содержащих абсолютную;

 - понимание важности получения «характеристик» выражения: область допустимых значений, ограниченность;

***-*** умение преобразовывать выражения, содержащие абсолютные величины;

* ***метапредметных***

 способность

 - аргументировать осуществлять доказательные рассуждения;

 - самостоятельно изучать учебный материал; выполнять различные творческие работы; определять адекватные способы решения учебной задачи на основе заданных алгоритмов;

- вступать в речевое общение, участвовать в диалоге; использовать для решения познавательных и коммуникативных задач различные источники информации;

- владеть монологической и диалогической речью;

- оценивать свои учебные достижения, своё эмоциональное состояние;

- сравнивать, сопоставлять, классифицировать объекты по одному или нескольким критериям;

* ***личностных***

*-* способность к саморегуляции поведения в условиях проблемных ситуаций и группой работы;

*-* умение хорошо говорить и легко выражать свои мысли; читать и учиться самостоятельно;

***-*** способность вырабатывать собственное мнение;

- приобретение опыта выработки у себя уверенности во взаимоотношениях с людьми;

- умение уверенно и легко выполнять математические операции.

***Содержание урока:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ этапа, его название и продолжительность,** | **Деятельность учителя** | **Деятельность обучающихся** |
| Этап 1.Вводный.7 минут. | «На упаковках продуктов питания часто указывают массу товара, например «$120\mp 5г$». Эти «плюс/минус пять грамм» означают отклонение от идеальной массы. Часто также указывается температура хранения продукта, например «$\mp 3$», что означает отклонение от идеальной массы на 3 градуса по Цельсию в большую или в меньшую стороны. Какое математическое понятие идентично указанию границ изменения величины от нулевого отклонения ? Запишите определение модуля рационального числа.»Предлагает выполнить индивидуально тестовое задание. | Вспоминают понятие модуля рационального числа:$$\left|х\right|=\left\{\begin{array}{c}х, если х\geq 0,\\-х, если х<0. \end{array}\right.$$Тест №1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ЗАДАНИЕ | А | В | С | Верный ответ |
| 1 | Модули каких чисел в 4 раза меньше числа 10?  | $$0,1,2,3$$ | $$-2,-1,0,$$$$1,2$$ | $$-3,-2,-1,0, $$$$1,2,3,4$$ | В |
| 2 | Выбери верное утверждение: | Модули отрицательных чисел положительны. | Модули положительных чисел отрицательны. | Модули неотрицательных чисел положительны. | А |
| 3 | Корнями уравнения $\left|х\right|=17$ являются числа… | $$17$$ | $$0 и-17$$ | $$\mp 17$$ | С |
| 4 | Сколько положительных корней имеет уравнение $\left|х\right|=-5$. | $$1$$ | $$0$$ | Бесконечно много | В |
| 5 | Наибольшим корнем уравнения $\left|х+1\right|=2 $является… | $$1$$ | $$-3$$ | $$2$$ | А |
| 6 | Сумма корней уравнения $\left|х-1\right|=2$ равна… | $$0$$ | $$3$$ | $$2$$ | С |
| 7 | Запиши неравенство $-4<х<4$ в виде неравенства с модулем. | $$\left|х\right|<4$$ | $$\left|4\right|<х$$ | $$-4<\left|х\right|$$ | А |
| 8 | Запиши неравенство $\left|х\right|\leq 3$ в виде двойного неравенства. | $$-3<3, $$$$3>-3$$ | $$-х\leq 3\leq х$$ | $$-3\leq х\leq 3$$ | С |
| 9 | Запиши неравенства $х\leq -10$ и $х\geq 10$ в виде неравенства с модулем. | $$\left|х\right|\leq 10$$ | $$\left|х\right|\geq 10$$ | $$-10\leq \left|х\right|\leq 10$$ | В |
| 10 | Какое число является наибольшим целым решением неравенства $\left|х\right|>5$ | Это невозможно определить | $$4$$ | $$6$$ | А |
| 11 | Какое число является наименьшим целым положительным решением неравенства $\left|х\right|>5$ | $$5$$ | $$-6$$ | $$6$$ | С |
| 12 | Какое число является наибольшим целым решением неравенства $\left|х\right|<5$ | $$4$$ | $$6$$ | $$5$$ | А |
| 13 | Какое число является наименьшим целым решением неравенства $\left|х\right|<5$ | $$0$$ | $$-4$$ | $$4$$ | В |
| 14 | Какое из чисел является решением уравнения $\left|2х-7\right|+\left|12-х\right|=3х+1$ | $$-1$$ | $$3$$ | $$0,5$$ | В |
| 15 | Корнем какого уравнения является число $-8 ?$ | $$\left|-4х-1\right|-3х=12$$ | $$-х-\left|2х+3\right|=х+5$$ | $$\left|-2х-3\right|+2х=-3$$ | С |

Критерии успешности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Очень высокая успешность | Оценка «5» | 14-15 верных ответов |
| Высокая успешность | Оценка «4» | 11-13 верных ответов |
| Удовлетворительная успешность | Оценка «3» | 8-10 верных ответов |
| Низкая успешность | Оценка «3-» | 6-7 верных ответов |
| Очень низкая успешность | Оценка «2» | 0-5 верных ответов |

 |
| Этап 2.Анализ.7 минут. | «Предлагаю Вам проанализировать решения уравнений, содержащих абсолютную величину. Часть логических связок пропущена. Необходимо восстановить их, отвечая на вопросы «почему?», «на каком основании?», «зачеv это в решении?» и т.п.Сформулируйте алгоритм решения уравнений с модулем, сводящихся к линейным. | Обучающимся раздаются тексты с готовыми решениями. Обучающиеся изучают решения.**№1.Решить уравнение** $\left|5-3х\right|=2х+1.$Выражение, стоящее под знаком модуля, обращается в нуль при $х=1\frac{2}{3}$.При $х\geq 1\frac{2}{3}$ выражение под знаком модуля отрицательно, тогда уравнение принимает вид$$-(5-3х)=2х+1,$$$$-5+3х=2х+1,$$$$х=6.$$Так как $6\geq 1\frac{2}{3}$, то $х=6$ является корнем исходного уравнения.При $х<1\frac{2}{3}$ выражение под знаком модуля положительно, тогда уравнение принимает вид$$5-3х=2х+1,$$$$х=0,8.$$Так как $0,8<1\frac{2}{3}$, то $х=0,8 $ является корнем исходного уравнения.О т в е т. $х\_{1}=0,8; х\_{2}=6.$**№2.Решить уравнение**$\left|2х+1\right|+\left|5-3х\right|+1-4х=0$**.**Выражения под знаком модуля обращаются в нуль при $х=-\frac{1}{2} и при х=1\frac{2}{3}$. Рассмотрим три случая:*1 случай:* $х<-\frac{1}{2}.$В этом случае $2х+1<0, 5-3х>0$. Тогда исходное уравнение принимает вид$$-\left(2х+1\right)+\left(5-3х\right)+1-4х=0,$$$$-2х-1+5-3х+1-4х=0,$$$$-9х=-5,$$$$х=\frac{5}{9}.$$$\frac{5}{9}$ не удовлетворяет условию $х<-\frac{1}{2}$, т.е. не является корнем исходного уравнения.*2 случай:* $-\frac{1}{2}\leq х<1\frac{2}{3}.$В этом случае $2х+1>0, 5-3х>0.$ Тогда исходное уравнение принимает вид$$+\left(2х+1\right)+\left(5-3х\right)+1-4х=0,$$$$-5х=-7,$$$х=1\frac{2}{5}$.$1\frac{2}{5}$ удовлетворяет условию $-\frac{1}{2}\leq х<1\frac{2}{3}$, т.е. является корнем исходного уравнения.*3 случай:* $х\geq 1\frac{2}{3}.$В этом случае $2х+1>0, 5-3х<0.$ Тогда исходное уравнение принимает вид$$+\left(2х+1\right)-\left(5-3х\right)+1-4х=0,$$$$2х+1-5+3х+1-4х=0,$$$$х=3.$$$3$ удовлетворяет условию $х\geq 1\frac{2}{3}$, т.е. является корнем исходного уравнения.О т в е т. $1\frac{2}{5};3.$**№3. Решить уравнение** $3+4х=-\left|3+4х\right|.$*При* $х<-\frac{3}{4}$ уравнение имеет вид$$3+4х=-(-\left(3+4х\right)),$$$$3+4х=3+4х,$$$$0х=0,$$$$х-любое рациональное число.$$С учетом условия $х<-\frac{3}{4}$ получаем, что корнями уравнения являются все значения $х,$ удовлетворяющие условию $х<-\frac{3}{4}.$*При* $х\geq -\frac{3}{4}$ уравнение имеет вид$$3+4х=-\left(3+4х\right),$$$$8х=-6,$$$х=-\frac{3}{4}$.С учетом условия $х\geq -\frac{3}{4}$ получаем, что корнем уравнения является $х=-\frac{3}{4}.$$О т в е т. х\leq -\frac{3}{4}$.*Алгоритм решения уравнений с модулем, сводящихся к линейным.**1.Найти нули выражений, находящихся под знаком модуля.**2.Определить промежутки, на которые нули подмодульных выражений делят числовую прямую.**3.Определить знаки подмодульных выражений на каждом промежутке.**4.Решить уравнение на каждом промежутке, раскрывая модуль с соответствующим знаком. В каждый промежуток включать только одну границу (левую,- если это возможно).**5.Корнем уравнения являются только те значения неизвестной величины, которые принадлежат рассматриваемому промежутку.* |
| Этап 3.Закрепление.7 минут. | Определить истинность утверждений.Предложите компактную форму записи решения уравнения с модулем.Запишите в такой форме решение уравнения$$\left|2х+7\right|-\left|х+1\right|=-3$$ | 1. Уравнение $\left|2х+7\right|-\left|х+1\right|=-3$ необходимо рассмотреть на промежутках $х<-3,5; -3,5\leq х<-1;х\geq -1.$ (Да).
2. При $х<-3,5$ выражения $2х+7$ и $х+1$ отрицательны. (Да)
3. При $-3,5\leq х<-1$ выражения $2х+7$ и $х+1$ положительны. (Нет)
4. При $-3,5\leq х<-1$ выражение $2х+7$ положительно, а выражение $х+1$ отрицательно. (Да)
5. При $-3,5\leq х<-1$ выражения $2х+7$ и $х+1$ отрицательны. (Нет)
6. При $х\geq -1$ выражение $2х+7$ отрицательно, а выражение $х+1$ положительно. (Нет)
7. При $х\geq -1$ выражение $2х+7$ положительно, а выражение $х+1$ отрицательно. (Нет)
8. При $х<-3,5$ исходное уравнение принимает вид: $-\left(2х+7\right)+\left(х+1\right)=-3.$ (Да)
9. При $х<-3,5$ исходное уравнение принимает вид: $-\left(2х+7\right)-\left(х+1\right)=-3.$ (Нет)
10. Число 5 не является корнем исходного уравнения. (Да)

Критерий успешности: для продолжения работы необходимо верно ответить не менее чем на 7 вопросов. В ином случае необходимы дополнительные пояснения и примеры.*Вносят предложения. Например, - компактной формой записи решения может быть таблица.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Промежуток | $$х<-3,5$$ | $$-3,5\leq х<-1$$ | $$х\geq -1$$ |
| Знак выражения $2х+7$ | $$-$$ | $$+$$ | $$+$$ |
| Знак выражения $х+1$ | $$-$$ | $$-$$ | $$+$$ |
| Вид уравнения на промежутке | $$-\left(2х+7\right)-\left(-\left(х+1\right)\right)=-3$$ | $$+\left(2х+7\right)-\left(-\left(х+1\right)\right)=-3$$ | $$+\left(2х+7\right)-\left(+\left(х+1\right)\right)=-3$$ |
| Решение уравнения | $$-2х-7+х+1=-3,$$$$-х=3,$$$$х=-3.$$ | $$2х+7+х+1=-3,$$$$3х=-11,$$$$х=-3\frac{2}{3}.$$ | $$2х+7-х-1=-3,$$$$х=-9.$$ |
| Корень уравнения | $$-3$$ | $$-3\frac{2}{3}$$ | $$-9$$ |
| Принадлежит ли корень уравнения промежутку? | нет | нет | нет |
| Является ли корнем исходного уравнения ? | нет | нет | Нет |
| Записать ответ. | Нет корней. |

 |
| Этап 4.Формирование навыка.15 минут | Предложить выбрать и решить уравнения различного уровня сложности. Оценка каждому ученику будет выставлена по количеству набранных им баллов.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| «2» | «3» | «4» | «5» |
| 0 баллов | 1-2 балла | 3-4 балла | 5 и более баллов |

 | **Простые задания (по 1 баллу за каждое)**1. $\left|3х+2\right|=0. Ответ. -\frac{2}{3}.$
2. $\left|–х+11\right|=5. Ответ. 6;16.$
3. $\left|–4х+0,8\right|=1. Ответ. -0,05;0,45..$
4. $\left|5х-1\right|=4. Ответ. -0,6;1.$
5. $3\left|5х-1\right|=4. Ответ. -\frac{1}{15}; \frac{7}{15}.$
6. $\left|2-3х\right|=х. Ответ. 0,5;1.$
7. $\left|–х+10\right|=2х. Ответ. 3\frac{2}{3}.$
8. $\left|–12-3х\right|=-х. Ответ. -6;-3.$
9. $\left|5х-8\right|=-2х. Ответ. Нет корней..$
10. $\left|–4х+10\right|=2-х. Ответ. Нет корней.$

**Задания среднего уровня сложности (по 2 балла за каждое)**1. $\left|х-8\right|+\left|х-2\right|=8. Ответ.1;9.$
2. $\left|2х-6\right|-\left|х-1\right|=3. Ответ.1\frac{1}{3};8.$
3. $\left|2х+3\right|+\left|3х-2\right|=-4. Ответ.Нет корней.$
4. $\left|5-2х\right|-\left|5х-2\right|=-1. Ответ. -1\frac{1}{3};1\frac{1}{8}$.
5. $2\left|х-1\right|-\left|3х-1\right|=5. Ответ.Нет корней.$

**Сложные задания (по 3 балла за каждое)**1. Найти произведение корней уравнения $\left|х+2\right|+3\left|х-1\right|-\left|х\right|=6. Ответ. -7.$
2. Найти произведение корней уравнения $2\left|х+1\right|+3\left|х-1\right|-\left|х+3\right|=4. Ответ. -2.$
3. Найти произведение корней уравнения $\left|х-2\right|+2\left|х-1\right|-\left|х\right|=6. Ответ. -5.$
4. Найти сумму целых решений уравнения $\frac{\left|х\right|-4}{\left|х+1\right|-5}=1$, принадлежащих отрезку $\left[-1;5\right]$. $Ответ.11.$
5. Найти сумму целых решений уравнения $\frac{\left|х\right|-2}{\left|х+1\right|-3}=1,$ принадлежащих отрезку $\left[-4;3\right].$

$$Ответ.4.$$ |
| Этап 5.Оценка.7 минут. | Предлагается оценить способность решать уравнения с модулем.Организует рефлексию обучающихся. | Выполняют тестовое задание.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ЗАДАНИЕ | А | В | С | Верный ответ |
| 1 | Решениями уравнения $\left|х\right|=х $ являются… | Все неотрицательные числа | Все неположительные числа | Число 0 | А |
| 2 | Решениями уравнения $\left|х\right|=-х $ являются… | $$х=0$$ | $$х\geq 0$$ | $$х\leq 0$$ | С |
| 3 | Какие из чисел являются корнями уравнения $\left|2х+3\right|=-х$ ? | $$-3; 1$$ | $$-3$$ | $$1$$ | В |
| 4 | Корнем какого уравнения является число $-7 ?$ | $$\left|х-1\right|-2х=-6$$ | $$\left|-х+1\right|+2х=-6$$ | $$\left|х+1\right|+х=6$$ | В |
| 5 | Корнем или суммой корней уравнения $\left|х-2\right|=-2х$ является число… | $$-4$$ | $$3$$ | $$-2$$ | С |
| 6 | Среднее арифметическое корней уравнения $\left(х-2\right)\left(1-\left|х\right|\right)=0$ | $$\frac{2}{3}$$ | $$1\frac{1}{2}$$ | $$-2$$ | А |
| 7 | Корень уравнения $\left|х-4\right|=\left|х-5\right|$.. | Не более $-1\frac{2}{3}$ | Не менее $4\frac{1}{3}$ | Не более $3\frac{2}{3}$ | В |
| 8 | Какое из уравнений имеет отрицательный корень ? | $$\left|х-3\right|=2$$ | $$\left|х-1\right|=х$$ | $$\left|х+4\right|=-х$$ | С |
| 9 | Корень уравнения (или их сумма) $\left|х\right|=\left|3х+1\right|$ принадлежит промежутку  | $$\left[0;4,5\right]$$ | $$\left[-3,5;-0,9\right]$$ | $$\left[-0,8;0,01\right]$$ | С |
| 10 | Решением уравнения $2\left|х-3\right|+\left|2х-2\right|=4$ является промежуток… | $$\left[1;3\right]$$ | $$\left[-3;1\right]$$ | $$\left[-3;1\right]$$ | А |

Критерии успешности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Успешность | Неопределенность | Неуспешность |
| 8-10 верных ответов | 5-7 верных ответов | 0-4 верных ответов |

*Отвечают на вопросы:*1. *В чем вы видите особенность решения уравнений с модулем ?*
2. *Какие моменты в решениях выглядят неубедительно?*
3. *Приведите примеры уравнений с модулем, имеющих один (два, ни одного) корень.*
4. *Какие типы уравнений оказались для вас легкими? А какие – трудными?*
5. *Приходила ли вам мысль о том, что вы можете сами составлять уравнения с модулем, содержащие определенное количество корней?*
6. *Какими личными качествами, свойствами характера должен обладать человек, который хочет научиться решать уравнения с модулем?*
 |

Литература

1. Лысенко Ф.Ф., Ангельев В.Д., Войта Е.А. и др. Алгебра. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА. Учебно-методическое пособие/Под ред. Ф.Ф.Лысенко.-Ростов н/Д: Легион-М, 2009. С. 205-210.
2. Шамшин В.М. Тематические тесты для подготовки к ЕГЭ по математике.-Ростов-н/Д:Феникс, 2003. С.65-87.
3. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач:Учебное пособие.-М.:Просвещение, 1989. С.33-38.