Исследовательская деятельность учащихся на уроке - наиболее прогрессивный способ изучения математики и одна из эффективных форм внеклассной работы по предмету. Приобщение учащихся к исследовательской деятельности способствует самореализации и самосовершенствованию личности учащегося.

Решая исследовательскую задачу, человек познает много нового: знакомится с новой ситуацией, описанной в задаче, с применением математической теории к ее решению, познает новый метод решения или новые теоретические разделы математики, необходимые для решения задачи. Исследовательские задачи создают условия для проявления творческой активности учащегося, выражающейся в стремлении познать объективно новые факты, используя теорию научных исследований. При решении исследовательских задач ученик обучается применять математические знания к практическим нуждам.

На сегодняшний день имеются проблемы отсутствия системности знаний у учащихся, умения переносить полученные знания на аналогичные или иные ситуации, недостаточной самостоятельности мышления и как следствие, не умения правильно выстраивать этапы исследовательской деятельности. Эти проблемы во многом связаны со слабым использованием в образовательном процессе потенциала внутри предметных связей. Именно при решении заданий с параметрами интегрируются знания, умения, навыки из:

* математической логики (конъюнкция, дизъюнкция предикатов, отрицание предиката);
* теории множеств: пересечение множеств (решения систем), объединение множеств (решения совокупности), дополнения множеств;
* алгебры (делимость многочленов, разложение на множители, метод неопределенных коэффициентов и др.).
* геометрии (преобразования симметрии, параллельного переноса, и др.), аналитической геометрии (поиск коэффициентов в уравнении линии, условие пересечение линий, взаимного расположении прямых и др.);
* математического анализа (условия монотонности и экстремумов функции, свойства непрерывных функций и др.).

Задачи с параметрами, как правило, являются хорошим материалом для проведения различного рода исследований. Спецификой задач с параметрами является то, что наряду с неизвестными величинами в них фигурируют параметры, численные значения которых не указаны конкретно, но считаются известными и заданными на некотором числовом множестве. При этом, значения параметров существенно влияют на логический и технический ход решения задачи и форму ответа. Решение задач с параметрами следует проводить с использованием исследовательского характера рассуждений: выделить противоречие и проблему исследования, которое необходимо провести для решения задачи, поставить цель, сформулировать гипотезу исследования, выделить задачи исследования, выбрать методы и провести исследование, сделать вывод (рефлексию).

Задача. Есть ли на графике функции $у = 2x^{2}(x + 1)$ точка А, относительно, которой график функции центрально-симметричен [25]?

В процессе решения задачи выделите противоречие и проблему исследования, которое необходимо провести для решения задачи, поставьте цель, сформулируйте гипотезу, выделите задачи исследования, выберите методы и проведите исследование. На основании полученных результатов сделайте вывод. Проведите рефлексию завершенного исследования

Основная трудность в решении данной задачи заключается в выяснении аналитической записи условия центральной симметричности графика функции $у =f(x)$ относительно точки $A(a, f(a))$. В этом случае необходимо построить произвольный график функции, центрально-симметричный относительно начала координат, и сделать вывод о нечетности функции и выполнении условия $f\left(x\right)=-f\left(-x\right).$Далее осуществить параллельный перенос графика функции таким образом, чтобы центр симметрии переместился из начала координат в точку с координатами $\left(a, f\left(a\right)\right).$ На основании определения центральной симметрии получить условие центральной симметрии графика функции относительно точки $A\left(a, f\left(a\right)\right):f(a + x)-f(a) = f(a)-f(a-x)$ или $f(a + x) + f(a-x)=2f(a)$. Воспользовавшись последней формулой, найти значения параметра, удовлетворяющего условию задачи.

Решать такую задачу с учащимися следует, организуя исследование. Во-первых, выделить противоречие между наличием формулы, выражающей условие центральной симметрии графика нечетной функции относительно начала координат, и незнанием формулы, выражающей условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $\left(a, f\left(a\right)\right).$ Возникновения проблемной ситуации порождает интерес у учащихся, задачу не нужно решать «в лоб», а сначала необходимо повторить теорию из геометрии. *Происходит мотивация ребёнка на дальнейшую деятельность, такая ситуация способствует развитию мотивационному компоненту исследовательской компетенции*.

Выявленное противоречие определяет проблему исследования, заключающуюся в нахождении формулы условия центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $(a, f(a))$.

Сформулируем *цель исследования*: составить формулу, выражающую условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами$(a, f(a)).$В соответствии с целью поставлены следующие задачи.

1. Сформулировать определение центральной симметрии, известное нам из геометрии.
2. Сформулировать определение нечетной функции.
3. На основании этих определений сформулировать условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами$(a, f(a))$.

Сформулируем гипотезу исследования: если обобщить определения центральной симметрии относительно точкиО и нечетной функции, то мы выявим условия центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $\left(a;f\left(a\right)\right).$

*На этапе анализа фабулы задачи целенаправленно прописывать методологический аппарат последующего решения(исследования) задачи помогает учащимся развивать ЗУН по формулированию целей, гипотез. Позволяет сопоставлять желаемый результат с потенциальными возможностями; определить последовательность шагов для достижения цели; сформулировать задачи адекватные разрешению проблемы. Это всё способствует развитию праксиологическому и когнитивному компонентам исследовательской деятельности.*

Приступим к решению поставленных задач. Из курса геометрии известно, что центральной симметрией относительно точки О называется отображение плоскости, при котором каждая точка М переходит в точку М', симметричную точке М относительно точки О. Функция $f$называется нечетной, если ее область определения - множество, симметричное относительно начала координат, и выполняется условие $f\left(x\right)=-f\left(-x\right)$. График нечетной функции симметричен относительно начала координат. Значит, расстояние от точки $(х,f(x))$до начала координат равно расстоянию от точки $(-x, –f(-x)) $до начала координат. При параллельном переносе точка с координатами (0;0) отобразится в точку с координатами $(a;f(a)).$А расстояние от точки $(x+a, f(x+a))$ до точки $(a,f(a))$ равно расстоянию от точки $(a-x;-f(a-х))$ до точки $(a; f(a)).$ Так как точки х+а и а-х симметричны относительно точки а, то $f(a + x)-f(a) = -(f(a-x)-f(a)).$ После раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых мы получаем искомую формулу $f\left(a + x\right)+f\left(a-x\right)=2f(a).$

*На данном этапе решения задачи ученикам приходится искать теоретический материал для подтверждения выдвинутой гипотезы, проводить математические преобразования. То есть, происходит развитие деятельностного компонента исследовательской компетенции.*

Таким образом, мы доказали гипотезу исследования данной задачи и составили формулу, выражающую условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $(a;f(a)),$ то есть решили проблему.

Применим полученное условие к решению задачи. Сумма $f\left(a+ x\right)=2(а + x)^{2}(а + х + l)$ и $f(a-x) = 2\left(a-х\right)^{2}(а-х+1)$ равна $f\left(a + x\right)+ f\left(a-х\right)=4a^{3} + 12ax^{2} + 4a^{2} + 4x^{2}. $ Находим$2f\left(a\right)= =4a^{3}+4a^{2}$. Тогда $4a^{3} + 12ax^{2}+4a^{2} + 4x^{2}=4a^{3} +4a^{2}$. Значит, $12ax^{2 }+ 4x^{2} =0$, отсюда $4x^{2}\left(3a+1\right)=0.$ При $a=-\frac{1}{3}$ получаем $f\left(-\frac{1}{3}\right)=2∙\frac{1}{9}\left(-\frac{1}{3}+1\right)=\frac{4}{27}$. Таким образом, получаем точку $A(-\frac{1}{3};\frac{4}{27}$)

Ответ: $A(-\frac{1}{3};\frac{4}{27}$) точка, относительно которой график функции

$у =2x^{2}\left(x+ l\right)$ центрально симметричен.

На заключительном этапе решения задачи проводится рефлексия и делаются выводы, что выявленное условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $\left(a;f\left(a\right)\right)$ может применяться для любых функций данного вида. Решения задачи с параметрами привело учеников к новому для них теоретическому выводу. Это способствует развитию рефлексивного компонента исследовательской компетенции, а так же приводит к осознанию значимости проделанной работы, что повышает уровень ценностно-мотивацинного компонента.

Решение задачи с параметрами, проведенное с применением исследовательского характера рассуждений, позволяет учащимся пройти через основные этапы исследования, что способствует формированию их исследовательской компетенции.