

Тема: Обобщение и систематизация знаний по теме «Тригонометрия. Тригонометрические преобразования»

Цели урока:

Повторить и систематизировать знания учащихся по теме «Тригонометрия. Тригонометрические функции»; закрепить умения и навыки учащихся по применению основных тригонометрических тождеств.

Способствовать формированию умений применять приёмы: сравнение, обобщение, выделение главного, переноса знания в новую ситуацию.

Содействовать воспитанию интереса к математике, активности, умению общаться, трудиться коллективно.

Оборудование:

Интерактивная доска, ноутбук, классная доска, презентация «Тригонометрия. Тригонометрические преобразования», учебник «Алгебра и начала анализа 10-11» индивидуальные задания, ЭОР «Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов» (<http://school-collection.edu.ru/>)

План урока:

I. Организационный момент. (1 мин)

II. Актуализация опорных знаний (2 мин)

III. Устная работа (15 мин)

(Повторение и закрепление изученных тем: «Градусная и радианная меры углов», «Основные тригонометрические тождества», «Табличные значения тригонометрических функций»).

IV. Решение тригонометрических заданий (10 мин)

по материалам открытого банка задач ЕГЭ 2015 года.

V. Исторические сведения. (5 мин)

VI. Гимнастика для глаз. (2 мин)

VII. Тестовая работа. (5 мин)

(Дифференцированная тестовая работа)

VIII. Экспертная работа.

IX. Итог урока.

X. Домашнее задание.

Ход урока

I. Организационный момент. (1 мин)

II. Актуализация опорных знаний (2 мин)

Учение о тригонометрических функциях имеет широкое применение в практике, при изучении множества физических процессов, в промышленности, и даже в медицине.

Тригонометрия – составная часть школьного курса математики. Результаты сдачи единого государственного экзамена показывают, что ученики допускают много ошибок при выполнении заданий этого раздела или вообще не берутся за такие задания.

А ведь еще греки, на заре человечества, считали тригонометрию важнейшей из наук, ибо геометрия — царица математики, а тригонометрия — царица геометрии. Поэтому и мы, не оспаривая древних греков, будем считать тригонометрию одним из важнейших разделов школьного курса, да и всей математической науки в целом.

Физика и геометрия не обходятся без тригонометрии. Не обходится без тригонометрии и Единый государственный экзамен. Только в части В вопросы по тригонометрии встречаются почти в трети видов заданий. Это и решение простейших тригонометрических уравнений в задании В5, и работа с тригонометрическими выражениями в задании В7, и исследование тригонометрических функций в задании В14, а так же задания В12, в которых имеются формулы, описывающие физические явления и содержащие тригонометрические функции. Нельзя не отметить и геометрические задания, в решении которых используются и определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника, и основные тригонометрические тождества. И это – только часть В! А ведь ещё есть и тригонометрические уравнения с отбором корней С1, и геометрические задания С2 и С4.

III. Устная работа (15 мин)

(Повторение и закрепление изученных тем: «Градусная и радианная меры углов», «Основные тригонометрические тождества», «Табличные значения тригонометрических функций»).

Учащиеся ведут самооценку каждого задания, результат заносят в таблицу.

Для проведения устного счета использую ЭОР «Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов» (<http://school-collection.edu.ru/>)

1) Написать формулы, связывающие тригонометрические функции одного аргумента. (ЭОР №1. Контроль). (2 мин)

2) Формулы двойного угла. (ЭОР №4. Контроль). (2 мин)

3) Вычислите, используя формулы приведения (ЭОР № 6. Контроль). (2 мин)

(Самооценка)

Задание. Напишите формулы, связывающие тригонометрические функции одного аргумента.

Решение.

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Задание. Вычислите, используя формулы приведения.

Решение.

а) $\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$

б) $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$

в) $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$

г) $\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$

д) $\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$

е) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$

ж) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

Задание. Напишите формулы двойного аргумента.

Решение.

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$

$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

- 4) Выразите величины углов в градусной мере (ЭОР №20). (3 мин)
- 5) Выразите величины углов в радианной мере (ЭОР №21). (3 мин)
- (Самооценка)

Задание. Выразите величины углов в градусной мере.

Решение.

• Образец:

$\pi \text{ рад.} = 180^\circ$

$\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

$\frac{3\pi}{4} = \frac{3 \cdot 180^\circ}{4} = 3 \cdot 45^\circ = 135^\circ$

| | | | | | | | | |
|---------|-----------------|-------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Рад.аны | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{36}$ | $\frac{3\pi}{5}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{7\pi}{12}$ | $\frac{7\pi}{18}$ | $\frac{9\pi}{10}$ | $\frac{11\pi}{6}$ |
| Градусы | 90° | 25° | 108° | 225° | 105° | 70° | 162° | 330° |

Задание. Выразите величины углов в радианной мере.

Решение.

• Образец:

$\pi \text{ рад.} = 180^\circ; \frac{\pi}{180^\circ} = 1$

$15^\circ = 15^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{12}$

$60^\circ = 60^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}$

| | | | | | | | | |
|---------|-----------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Градусы | 36° | 270° | 120° | 310° | 150° | 216° | 252° | 135° |
| Рад.аны | $\frac{\pi}{5}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{31\pi}{18}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\frac{6\pi}{5}$ | $\frac{7\pi}{5}$ | $\frac{3\pi}{4}$ |

- 6) Табличные значения тригонометрических функций. (3 мин)

Задание. Заполните таблицу.

Решение.

| Угол α | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ |
|-----------------|----------------------|----------------------|----------------------------|-----------------------------|
| $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | 1 |

| Угол α | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ |
|---------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
| 0 | 0 | 1 | 0 | \emptyset |

| Угол α | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ |
|------------------|----------------------|-----------------------|----------------------------|-----------------------------|
| $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | -1 |

| Угол α | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} \alpha$ |
|---------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
| π | 0 | -1 | 0 | \emptyset |

(Самооценка)

IV. Решение тригонометрических заданий (10 мин)

по материалам открытого банка задач ЕГЭ 2015 года.

1. (Работа у доски и в тетрадях. Каждый учащийся получает карточку с заданием).

| | | |
|---|--|--|
| A) $\frac{34 \sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}$ | B) $\frac{2 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ | Д) $5 \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ$ |
| Б) $\frac{33 \cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}$ | Г) $\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ}$ | Е) $24\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$ |

Проверка заданий – презентация слайд №

(Самооценка)

V. Исторические сведения. (5 мин)

(Сообщения учащихся)

Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности.
Еще задолго до новой эры вавилонские ученые умели предсказывать солнечные и лунные затмения.
Это позволяет сделать вывод о том, что им были известны простейшие сведения из тригонометрии.

Само название «тригонометрия» греческого происхождения, обозначающее «измерение треугольников».
Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во 2 веке до нашей эры.
Гиппарх является автором первых тригонометрических таблиц.

В 15- 17 веках в Европе было составлено и издано несколько тригонометрических таблиц, над их составлением работали крупнейшие ученые:
■ Н. Коперник (1540-1603);
■ И. Кеплер (1571-1630);
■ Ф. Виет (1540-1603).

Аналитическое (не зависящее от геометрии) построение теории тригонометрических функций, начатое Эйлером, получило завершение в трудах великого русского ученого Н.И. Лобачевского.

Современный вид тригонометрии получила в трудах великого ученого, члена Российской академии наук Л. Эйлера (1707-1783).
Эйлер стал рассматривать значения тригонометрических функций как числа - величины тригонометрических линий в круге, радиус которого принят за единицу («тригонометрический круг» или «единичная окружность»).

Эйлер дал окончательное решение о знаках тригонометрических функций в разных четвертях, вывел все тригонометрические формулы из нескольких основных, установил несколько неизвестных до него формул, ввел единообразное обозначение: $\sin a$, $\cos a$, $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{ctg} a$.
На основании работ Л. Эйлера были составлены учебники тригонометрии.

В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 году при участии Л.Ф. Магницкого.

VI. Гимнастика для глаз. (2 мин)

VII. Тестовая работа. (5 мин)

Дифференцированная тестовая работа:

Тестовая работа- Вариант №1

1. Упростите выражение $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 5$

A) 3 B) 6 C) 4 D) 7 E) $5\frac{1}{2}$

2. Вычислите $\sin 90^\circ - 2\cos 30^\circ$

A) $-\sqrt{3}$ B) 0 C) $1-\sqrt{3}$ D) -1 E) $\frac{1}{2}$

3. Значение $\sin 390^\circ$ равно

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

4. Градусная мера угла $\frac{4\pi}{3}$ равна:

A) 150° B) 270° C) 120° D) 240° E) 210°

5. В какой четверти находится угол α , если:

$A = 40^\circ, 220^\circ, 320^\circ, 160^\circ?$

A) 1,3,4,2 B) 1, 2, 3, 4 C) 1,3,2,4 D) 1,4,3,2 E) 1,2,4,3.

Тестовая работа - Вариант №2

1. Упростите выражение $\operatorname{ctg} \alpha (-\sin \alpha) - \cos \alpha$

A) $\sin \alpha + \cos \alpha$ B) $2 \cos \alpha$ C) 0 D) $2 \sin \alpha$ E) $-2 \cos \alpha$

2. Найдите значение выражения $\operatorname{tg} 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ$

A) $1 + \frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $1 + \sqrt{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $1 \frac{3}{4}$

3. Преобразуйте выражение: $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$

A) $-\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ B) 1 C) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ D) $-\frac{1}{\cos \alpha}$ E) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$

4. Значение $\cos 750^\circ$ равно:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Определите знаки $\sin 169^\circ$, $\operatorname{tg} 132^\circ$, $\cos 36^\circ$, $\operatorname{ctg} 247^\circ$. Выберите правильную серию расположения знаков.

A) $+ - + +$ B) $+ - + +$ C) $- - + +$ D) $+ - - -$ E) $+ - + -$

Проверка работы – слайд №

VIII. Экспертная работа.

(Оцените самостоятельно каждое задание. Если вы согласны с предложенным решением поставьте «+», если нет «-». Каждое верное задание оцените в 1,7 балла.

Выставьте оценку и сдайте работу).

1. Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\cos t = \frac{5\sqrt{29}}{29}$, $t \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$.
 Решение: $\cos t = \frac{5\sqrt{29}}{29} = \frac{5}{\sqrt{29}}$
 $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t = 1 - (\frac{5}{\sqrt{29}})^2 = 1 - \frac{25}{29} = \frac{29-25}{29} = \frac{4}{29}$
 $\sin t = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{29}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$; $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{2}{\sqrt{29}} \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$

2. Найдите значение выражения:
 $\frac{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$
 Решение: $\frac{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ} = \frac{37}{\sin^2(90^\circ + 83^\circ) + \sin^2(180^\circ + 83^\circ)}$
 $= \frac{37}{\cos^2 83^\circ + \sin^2 83^\circ} = \frac{37}{1} = 37$

3. Найдите значение выражения:
 $4 \operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3 \operatorname{tg} t$, если $\operatorname{tg} t = 1$
 Решение:
 $4 \operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3 \operatorname{tg} t = 4 \operatorname{tg}(3\pi + t) - 3 \operatorname{tg} t =$
 $= 4 \operatorname{tg} t - 3 \operatorname{tg} t = \operatorname{tg} t = 1$

1. Найдите значение выражения:
 $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$
 Решение:
 $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 9$

2. Найдите $\frac{2 \sin 4t}{5 \cos 2t}$, если $\sin 2t =$
 Решение:
 $\frac{2 \sin 4t}{5 \cos 2t} = \frac{2 \sin 2t}{5 \cos t} = \frac{4 \cos t \sin t}{5 \cos t} =$
 $= 0,8 \sin t = 0,8 \cdot 0,7 : 2 = -0,28$

3. Найдите $-20 \cos 2t$, если $\sin t = -0,8$
 $-20 \cos 2t = -20(1 - \sin^2 t) = -20(1 - 2(-0,8)^2) =$
 $= -20(1 - 2 \cdot 0,64) = -20(1 - 1,28) = -20(-0,28) =:$

1. Найдите $\operatorname{tg} t$, если $\cos t = \frac{5\sqrt{29}}{29}$, $t \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.
 Решение:
 $\cos t = \frac{5\sqrt{29}}{29} = \frac{5}{\sqrt{29}}$
 $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t = 1 - (\frac{5}{\sqrt{29}})^2 = 1 - \frac{25}{29} = \frac{29-25}{29} = \frac{4}{29}$
 $\sin t = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{29}} = -\frac{2}{\sqrt{29}}$, где $t \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi) \rightarrow \sin t < 0$
 $\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{-\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}} = -\frac{2}{5} = -0,4$

Найдите значение выражения $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$.
 Решение:
 $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ} = \frac{37}{\sin^2(90^\circ + 83^\circ) + \sin^2(180^\circ + 83^\circ)}$
 $= \frac{37}{\cos^2 83^\circ + \sin^2 83^\circ} = \frac{37}{1} = 37$.

Найдите значение выражения:
 $4 \operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3 \operatorname{tg} t$, если $\operatorname{tg} t = 1$.
 Решение:
 $4 \operatorname{tg}(-3\pi - t) - 3 \operatorname{tg} t = 4 \operatorname{tg}(3\pi + t) - 3 \operatorname{tg} t = 4 \operatorname{tg} t - 3 \operatorname{tg} t =$
 $= 1 \cdot 1 = 1$

Найдите значение выражения $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$.
 Решение:
 $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = 6\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 3$.

Найдите $\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t}$, если $\sin 2t = -0,7$.

Решение.

$$\frac{2\sin 4t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t \cdot \cos 2t}{5\cos 2t} = \frac{4\sin 2t}{5} = \frac{4 \cdot (-0,7)}{5} = \frac{-2,8}{5} = -0,56.$$

Найдите $-20\cos 2t$, если $\sin t = -0,8$

Решение.

$$\begin{aligned} -20\cos 2t &= -20(1 - 2\sin^2 t) = -20(1 - 2 \cdot (-0,8)^2) = \\ &= -20(1 - 2 \cdot 0,64) = -20(1 - 1,28) = -20 \cdot (-0,28) = 5,6. \end{aligned}$$

IX. Итог урока.

1.

2. Выставление среднего балла в листе самоконтроля.

X. Дома: Тест ЕГЭ задание №1- 10