

**«УТВЕРЖДАЮ»**  
Директор  
ФГБНУ «ФИПИ»



А.Г. Ершов  
« 31 » сентября 2012 г.

**«СОГЛАСОВАНО»**  
Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов  
« 31 » октября 2012 г.

Государственная (итоговая) аттестация 2013 года (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы

**Демонстрационный вариант**  
экзаменационной работы для проведения в 2013 году  
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы основного общего  
образования

подготовлен Федеральным государственным бюджетным научным  
учреждением «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ  
ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант**  
экзаменационной работы для проведения в 2013 году  
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы основного общего образования

**Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2013 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2013 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

## Государственная (итоговая) аттестация по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена — 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1) и 6 заданий повышенного уровня (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части 1* — 8 заданий с кратким ответом, выбором одного верного ответа из четырёх предложенных и установлением соответствия; в *части 2* — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части 1* — 5 заданий с кратким ответом, в *части 2* — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в *части 1*, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий части 1 ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1.

Решения к заданиям части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

**Желаем успеха!**

### Часть 1

▪ Для заданий с выбором ответа из четырёх предложенных вариантов выберите один верный. В бланке ответов № 1 поставьте знак «×» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа.

▪ Если варианты ответа к заданию не приводятся, то полученный результат сначала впишите в текст работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений указывать не нужно. Если ответом является несколько чисел, запишите их в любом порядке в бланк ответов № 1, разделив точкой с запятой, например: 3; -10.

▪ Если в ответе приведена таблица, то перенесите записанную Вами последовательность цифр без пробелов и использования других символов в бланк ответов № 1.

#### Модуль «Алгебра»

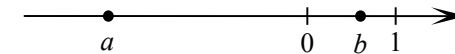
**1**

Найдите значение выражения  $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 16 \cdot \frac{1}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

На координатной прямой отмечены числа  $a$  и  $b$ .



Какое из следующих чисел наибольшее?

- 1)  $a + b$       2)  $-a$       3)  $2b$       4)  $a - b$

**3**

Значение какого из выражений является числом рациональным?

- 1)  $(\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 3)$   
 2)  $\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{10}}$   
 3)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$   
 4)  $(\sqrt{6} - 3)^2$

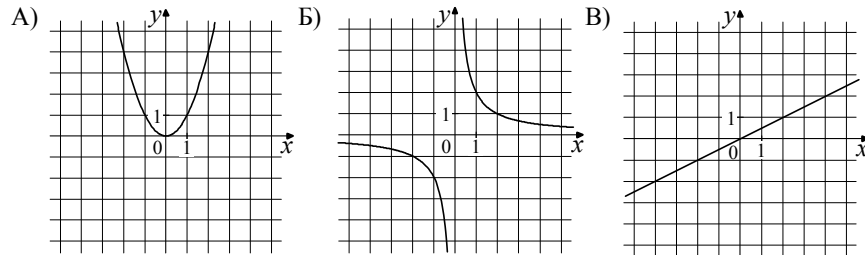
**4**

Найдите корни уравнения  $x^2 + 7x - 18 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ



ФОРМУЛЫ

- 1)  $y = x^2$       2)  $y = \frac{x}{2}$       3)  $y = \sqrt{x}$       4)  $y = \frac{2}{x}$

Ответ:

А	Б	В
---	---	---

6 Дана арифметическая прогрессия:  $-4; -2; 0; \dots$ . Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

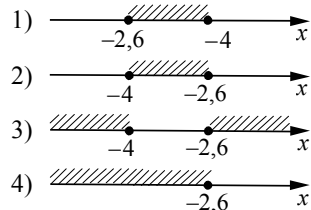
7 Упростите выражение  $(2 - c)^2 - c(c + 4)$ , найдите его значение при  $c = 0,5$ . В ответ запишите полученное число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Решите систему неравенств

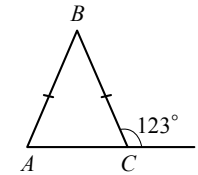
$$\begin{cases} 5x + 13 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?



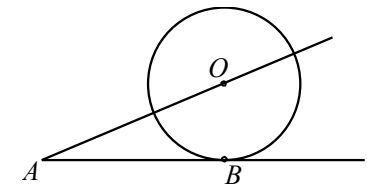
Модуль «Геометрия»

9 В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  внешний угол при вершине  $C$  равен  $123^\circ$ . Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



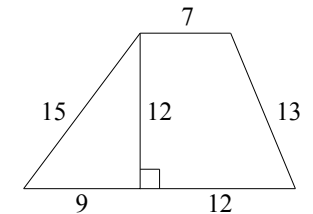
Ответ: \_\_\_\_\_.

10 К окружности с центром в точке  $O$  проведены касательная  $AB$  и секущая  $AO$ . Найдите радиус окружности, если  $AB = 12$  см,  $AO = 13$  см.



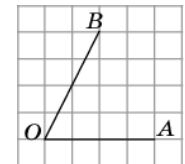
Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображенного на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

13 Укажите номера **верных** утверждений.

- Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- Если в ромбе один из углов равен  $90^\circ$ , то такой ромб — квадрат.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Реальная математика»**

- 14** В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

- 1) Отметка «5».
- 2) Отметка «4».
- 3) Отметка «3».
- 4) Норматив не выполнен.

- 15** На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 540 миллиметров ртутного столба?

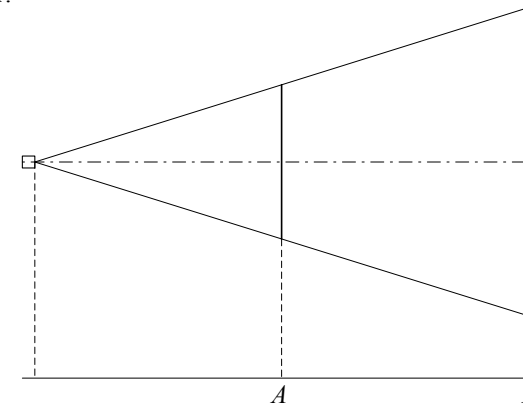


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16** Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17** Проектор полностью освещает экран *A* высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран *B* высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.



Какое из утверждений относительно результатов контрольной работы **неверно**, если всего в школе 120 девятиклассников?

- 1) Более половины учащихся получили отметку «3».
- 2) Около четверти учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
- 3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
- 4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Период колебания математического маятника  $T$  (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле  $T = 2\sqrt{l}$ , где  $l$  — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

*При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.*

#### Модуль «Алгебра»

- 21 Сократите дробь  $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$ .

- 22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

- 23 Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

#### Модуль «Геометрия»

- 24 В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

- 25 В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

- 26 Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

## Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на задание с выбором ответа и с кратким ответом ставится 1 балл. Задание с выбором ответа считается выполненным верно, если указан номер верного ответа. Если указаны два и более ответов (в том числе правильный), неверный ответ или ответ отсутствует, ставится 0 баллов.

## Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	-3
2	2
3	1
4	-9; 2
5	142
6	50
7	0
8	2
9	66
10	5
11	168
12	2
13	13
14	2
15	2,5
16	1980
17	500
18	4
19	0,2
20	2,25

Решения и критерии оценивания заданий части 2  
Модуль «Алгебра»

21

Сократите дробь  $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$ .

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(9 \cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

Ответ: 96.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера (например, при вычитании), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

22

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно  $x$  км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно  $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$  часа. Из условия задачи следует, что это время равно

$$3 \text{ часа. Составим уравнение: } \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3.$$

Решив уравнение, получим  $x = 8$ .

Ответ: 8 км.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

23

Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

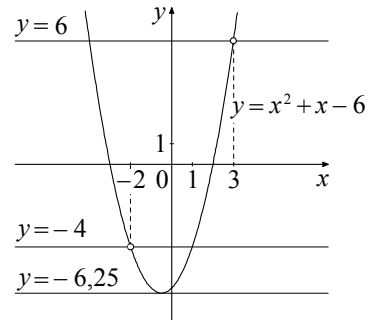
При  $x \neq -2$  и  $x \neq 3$  функция принимает вид:

$$y = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки  $(-2; -4)$  и  $(3; 6)$ .

Прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты  $(-0,5; -6,25)$ .

Поэтому  $c = -6,25$ ,  $c = -4$  или  $c = 6$ .



Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	График построен правильно, верно указаны все значения $c$ , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком только одну общую точку
3	График построен правильно, указаны не все верные значения $c$
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
4	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

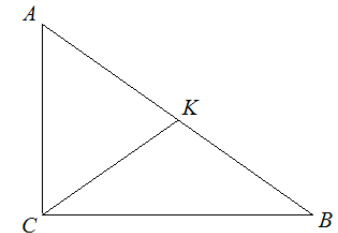
24

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

Решение.

$$CK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.



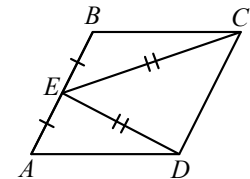
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство. Треугольники  $BEC$  и  $AED$  равны по трём сторонам.

Значит, углы  $CBE$  и  $DAE$  равны. Так как их сумма равна  $180^\circ$ , то углы равны  $90^\circ$ . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Доказательство содержит неточности или пробелы
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

- 26 Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

Решение.

Пусть  $O$  — центр данной окружности, а  $Q$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

Точка касания  $M$  окружностей делит  $AC$  пополам.

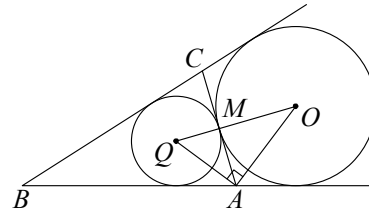
$AQ$  и  $AO$  — биссектрисы смежных углов, значит, угол  $OAQ$  прямой. Из

прямоугольного треугольника  $OAQ$  получаем:  $AM^2 = MQ \cdot MO$ .

Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл