***Атапина Ирина Николаевна, учитель математики МОУ Романовская СОШ***

**Урок по теме: «Неравенства в финансовой математике». (Социально – экономический профиль).**

(Урок лекционного характера с решением иллюстрирующих примеров).

Тема урока: «Неравенство финансовой математики».

**Цели:**

1. **Обучающие.**

 Итоговое повторение темы. Применение замечательных неравенств в теоретических и прикладных исследованиях. Умение применять неравенство Бернулли в математических моделях простейших финансовых процессов.

1. **Развивающие.**

 Формирование навыков исследования и анализа получаемой информации с целью обеспечения мотивации значимости изучаемой темы.

1. **Воспитательные.**

Воспитание дисциплины, терпения, внимания при решении сложных задач темы, уважения к учителю, одноклассникам .

**Ход урока:**

1. Предварительная подготовка. Предлагается повторить учащимся неравенство Бернулли. Для любого х > -1 и любого натурального числа n

(1 + х)n ≥1 + nх.

 Задача 1 . Доказать, что при х > 0 выполняется неравенство

<1+.

 Так как при возведении в куб обеих частей неравенства получается равносильное неравенство то мы должны доказать при *х* > 0 неравенство

(1+ )3>1+х,

а это неравенство мгновенно вытекает из неравенства Бернулли.

2. Изучение нового.

а) Вводная часть.

В большинстве разделов современной математики неравенство играет фундаментальную роль. Не обойтись без них ни физики, ни астрономии, ни химии. Теория вероятности, математическая статистика, финансовая математика, экономика – все эти взаимопроникающие и обобщающие друг друга науки и в формулировках основных своих законов, и в методах их получения и в приложениях постоянно используют неравенства. Вот только конкретные примеры, подтверждающие это, не слишком просты. Слишком бывает сильна охрана в виде частокола многочисленных терминов у значительного серьезных научных результатов, так что пробраться к сути утверждения или рассуждения бывает затруднительно и все таки имеются предметы и задачи прикладного характера, когда можно увидеть применение неравенств.

б) Разбор вспомогательных понятий (формулы простых и сложных процентов)

Задача 2. (Вспомогательная.) При краткосрочных вкла­дах до востребования вклад S (например, рублей) увеличивается по следующему правилу: он растет ежедневно на р процентов от первоначальной суммы S (независимо от срока хранения). Найдите величину вклада спустя n дней его хранения в банке.

Решение. Так как вклад ежедневно увеличивается на одну и ту

же величину d = S = 0,01pS, то через n дней его величина будет равна Sn = S + nS = S( 1 + ).

Задача3. (Вспомогательная.) Пусть увеличение так на­зываемого срочного вклада S производится на р процентов через t месяцев хранения. Определите величину вклада Sn спустя nt (n - натуральное) месяцев хранения в банке, если договор продлевался (пролонгировался) после каждого из t, 2t, 3t, ... , (n - 1) t месяцев хранения.

Решение. Согласно условию S1 = S + = S( 1 + ), тогда

S2 =S1 (1+ )=S(l+ )2,…, Sn =S(1+  )n (вспомните геометрическую прогрессию).

 в) Разобрать решение задач демонстрирующих применение неравенств с переменными в финансовой математике.

Задача 4. Сравните возрастание через год вклада, положенного по договору под р% прибыли в год, и вклада той же первоначальной величины, если через каждые  части года (nN, n  2) по договору начисляются  %.

Решение. Пусть первоначальная величина вкладов S (например, рублей), тогда первый вклад через год будет равен S( 1 + ), а второй S( 1 + )n. Чтобы сравнить выражения 1+  и (1 +  )n, достаточно применить неравенство Бернулли 1 + n < (1 + )n где  > 0, nN, n≥2 Полагая =, получаем: 1 +  < (1 +  )n, т. е. второй вариант договора выгоднее для вкладчика, чем первый.

Задача 5. Докажите, что второй вариант годового догово­ра из предыдущей задачи тем выгоднее вкладчику чем больше n

 Решение. Сравним (при любом nN, n≥2) значения выражений Sn-1=S(1+)n-1 и Sn =S(l+  )n ,а для этого сравним значения выражений (1+)n-1 и (l+  )n. Запишем неравенство Коши для n положительных чисел (среди них есть неравные): а1 = 1 а2 = а3 = …=аn=1+, т. е.: <  (аl + а2 + ... + аn).

Таким образом, <  ( 1 + (n - 1)· ( 1 + )), т. е. <1+ , а значит, (1+)n-1< (l+  )n

 Таким образом Sn-1< Sn и последовательность (Sn) возрастающая (р - фиксированное положительное число). Воспользуемся одним из замечательных пределов:=е и убедимся, что возрастающая последовательность (Sn) имеет предел: обозначим положительное число  символом а и найдем =еа, а значит Sn< Sе при любом nN и S > 0.

Замечание. Полученное выше неравенство Sn= S(1+  )n ­< Sе 

позволяет сделать интересный для вкладчиков вывод: чем чаще в течение года банк начисляет проценты, тем больше становится (к концу года) сумма вклада, однако неравенство Sn< Sе  показывает, что подобное увеличение не безгранично, так, например, если р = 100% то более чем в е раз исходная сумма вклада к концу года не увеличится но е2,718, а значит, все-таки увеличение может произойти даже например, на 170%, а не на какие-то всего лишь 100%. Это, конечно, будет только в том случае, если банк согласится одновременно и выплачивать 100% годовых, и разрешать вкладчику сколь угодно часто переоформлять вклад.

1. Решение задач на повторение.

Найти наименьшее значение функции:

f(x)=x+, x); с – произвольное фиксированное положительное число.

1. Итог урока.
2. Задание на дом.

Найти наибольшее значение функции:

а) f(x)=(1-х)5(1+х)(1+2х)2,х;

б) f(x)=3х+4,(-1;1).

**Используемая литература:**

* + 1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способ получения и примеры применения. 10 – 11 классы. Элективные курсы. Методические рекомендации. М.: Дрофа, 2006. – 159 с.
		2. Петров В.А., Элементы финансовой математики на уроке. – М., 2002. - № 8. – 38 - 42.
		3. Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2ч. Задачник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/ Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Звавич Л.И., Корешкова Т.Н. и др; Под ред. Мордковича А.Г. - М.: Мнемозина, 2007 – 336 с.