3. Алгоритм построения правильных многоугольников с помощью циркуля и линейки*.*

Следующий алгоритм построения правильных многоугольников основан на свойствах описанной окружности около правильного многоугольника и вписанной в правильный многоугольник.

 ****

Теорема 1. Около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну.

Теорема 2. В любой правильный многоугольник можно вписать окружность, и притом только одну.

Следствие 1. Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается

сторон многоугольника в их серединах.

Следствие 2. Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в этот многоугольник

Для построения правильных n – угольников при n › 4 обычно используется окружность, описанная около многоугольника.

Задача 1. Построить правильный шестиугольник, сторона которого равна данному отрезку.

 ****

Решение.

Для решения задачи воспользуемся формулой а**6 = R**. Пусть а – данный отрезок.

Алгоритм построения.

1.Построим окружность радиуса а.

2. Отметим на ней произвольную точку А1.

3. Не меняя раствора циркуля, построим на этой окружности точки А2 , А3 , А4 , А5 , А6 так, чтобы выполнялись равенства

А1 А2 =А2 А3 = А3 А4 =А4 А5 = А5 А6

4.Соединим последовательно построенные точки отрезками, получим искомый правильный шестиугольник

А1 А2 А3 А4 А5 А6

****

Задача 2. Дан правильный n – угольник. Построить правильный

 2n – угольник.

Решение. Пусть А1 А2 … А n  - данный правильный n – угольник. Опишем около него окружность. Для этого построим биссектрисы углов А1 и А2 и обозначим буквой О точку их пересечения. Затем проведём окружность с центром О радиуса О А1.

Для решения задачи достаточно разделить дуги А1 А2 ,А2 А3, …, А n А1 пополам и каждую из точек деления В1,В2 ,… ,В n  соединить отрезками с концами соответствующей дуги. Для построения точек В1,В2 ,… ,В n  можно воспользоваться серединными перпендикулярами к сторонам данного

n – угольника. По такому алгоритму построим правильный двенадцатиугольник А1В1 А2В2  А3В3 А4В4 А5В5 А6В6

****

Применяя указанный алгоритм, можно построить целый ряд правильных n – угольников, если построен один из них. Например, построив правильный шестиугольник, можно построить правильный двенадцатииугольник, построив правильный четырёхугольник, т. е. квадрат, можно построить правильный восьмиугольник, затем правильный шестнадцатиугольник и вообще правильный 2 К – угольник, где к – любое целое число.