**КРАТКИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК.**

**Треугольники.**

**Прямоугольный треугольник.**

***Метрические соотношения.***

 ;

 ;

 ; ;

 *,*

 *где* - *проекции катетов , на гипотенузу ; -высота.*

***Соотношения между сторонами и углами.***

*sin A =* ; *tg A =* ; *cos A =* ; *ctg A =* ;

***Формулы для вычисления радиусов вписанной (r) и описанной (R) окружностей.***

*R = =m* ; *r = , m –медиана, проведённая из вершины прямого угла.*

***Формула площади.*** *S = .*

**Произвольный треугольник.**

***Определение вида треугольника по его сторонам:***

*- если , то треугольник остроугольный;*

*- если , то треугольник прямоугольный;*

*- если , то треугольник тупоугольный; где c –наибольшая сторона*

***Соотношения между сторонами и углами.***

1. *Сумма внутренних углов треугольника равна 180.*
2. *Сумма двух сторон треугольника больше его третьей стороны (неравенство треугольника).*
3. *Против большей стороны треугольника лежит больший угол и, наоборот, против большего угла лежит большая сторона.*
4. *a2 = b2 + c2 – 2bc (теорема косинусов).*
5. *= = = 2R (теорема синусов).*

***Свойства медиан.***

1. *Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся в ней в отношении 2:1, считая от вершины.*
2. *Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника*
3. *Три медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.*
4. *m = , где m – медиана, проведённая к стороне с.*

***Свойства биссектрис.***

1. *Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности вписанной в треугольник.*
2. *Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.*

***Свойство высот.***

*Прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.*

***Свойство серединных перпендикуляров.***

*Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.*

***Свойства средней линии треугольника.***

1. *Средняя линия треугольника параллельна стороне треугольника и равна её половине.*
2. *Средняя линия треугольника делит пополам любой отрезок, соединяющий вершину треугольника с какой-либо точкой основания.*

***Формулы для вычисления площади.***

1. *S = ;*
2. *S = ;*
3. *S = где p- полупериметр(формула Герона);*
4. *S = , где R – радиус описанной окружности;*
5. *S = pr, где r – радиус вписанной окружности.*

***Формулы для вычисления радиусов вписанной (r) и описанной (R) окружностей.***

*R = , R = , r = .*

***Пропорциональные площади треугольников.***

1. *Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.*
2. *Если два треугольника имеют равные углы, то их площади относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.*
3. *Если два треугольника имеют общее основание (или равные основания), то их площади относятся как высоты, проведённые к этому основанию.*
4. *Если два треугольника имеют общую высоту (или равные высоты), то отношение их площадей равно отношению оснований.*

**Четырёхугольники.**

**Произвольный выпуклый четырёхугольник.**

***Формулы для вычисления площади.***

1. *S = , где - диагонали, - угол между ними;*
2. *S = pr, если в четырёхугольник можно вписать окружность, где r – радиус вписанной окружности, p- полупериметр.*
3. *S = , если около четырёхугольника можно описать окружность, где a, b, c, – стороны четырёхугольника, p- полупериметр.*

***Вписанная окружность.***

*В четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных сторон равны. Центром вписанной окружности является точка пересечения биссектрис.*

***Описанная окружность.***

*Около четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма противоположных углов равна 180. Центром описанной окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам четырёхугольника.*

***Свойство середин сторон четырёхугольника.***

*Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, площадь которого равна половине площади четырёхугольника.*

**Параллелограмм.**

***Формулы для вычисления площади.***

1. *S = ;*
2. *S = ;*
3. *S = (для ромба).*

***Соотношение между сторонами и диагоналями.***

*.*

**Трапеция.**

***Формулы для вычисления площади.***

1. *S = , где a,b – основания, h – высота;*
2. *S = pr, если в трапецию можно вписать окружность радиуса r.*

***Свойства средней линии трапеции.***

1. *Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме*
2. *Делит пополам любой отрезок, заключённый между основаниями.*

**Правильные многоугольники.**

*an = 2Rn; an = 2rn; rn = Rn*

*где an – сторона правильного n-угольника, а rn и Rn – радиусы вписанной и описанной окружностей.*

**Окружность и круг.**

***Свойства касательных к окружности.***

1. *Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.*
2. *Если прямые, проходящие через точку М, касаются окружности в точках А и В, то МА=МВ и АМО = ВМО, где О – центр окружности.*
3. *Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной.*

***Свойства хорд окружности.***

*Произведения длин отрезков хорд АВ и СD окружности, пересекающихся в точке Е, равны, то есть АЕЕВ = СЕЕD.*

***Углы, связанные с окружностью.***

1. *Центральный угол – угол, образованный двумя радиусами ОВ и ОС (где О – центр окружности). Центральный угол ВОС измеряется дугой ВС, на которую он опирается.*
2. *Вписанный угол – угол, образованный двумя хордами АВ и АС, выходящими из точки А на окружности. Вписанный угол ВАС измеряется половиной дуги ВС, на которую он опирается.*
3. *Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.*
4. *Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами.*
5. *Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности.*
6. *Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними.*

***Длина окружности, площадь круга:*** *l = 2; S = R2.*

***Длина дуги, площадь сектора:*** *lAB =, SAOB =,*

*где α – центральный угол, опирающийся на дугу АВ, выраженный в градусах.*

**ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА №1.**

***Задача 1.*** В прямоугольном треугольнике АВС высота СН, проведённая из вершины прямого угла С, равна 3, АС = 5. Найдите площадь треугольника АВС.

Решение.

1. В прямоугольном треугольнике *АНС* по теореме Пифагора АС2 = СН2 + АН2*,* АН = = = 4.
2. АСВ – прямоугольный, СН – высота, проведённая из вершины прямого угла

СН2 = АНВН, ВН= = = 2,25.

1. АВ = АН + ВН, АВ = 4+2,25 = 6,25.
2. S = СНАВ = 3 2,25 = 9,375.

Ответ: 9,375.

***Задача 2.*** В треугольнике АВС на стороне АС отмечена точка М, такая, что С = АВМ. Найдите АВ, если АС = 9, АМ = 4.

Решение.

1. Треугольники АВС и АМВ подобны по двум углам (А – общий, С = АВМ).
2. Запишем пропорциональность сторон подобных треугольников.

 ***Замечание.*** *При записи пропорциональности сторон подобных треугольников нужно помнить, что соответствующие стороны лежат против равных углов. Если трудно сразу понять, какую пропорцию следует записать для решения задачи, то лучше выписать равные отношения всех соответствующих сторон и подставить известные стороны.*

 = = , = = , АВ2 = 4 9, АВ = 6.

Ответ: 6.

***Задача 3.*** На сторонах АВ и ВС треугольника АВС взяты соответственно точки М и Н так, что АМ : МВ = 5 : 3 и ВН : НС = 2 : 7. Найдите площадь треугольника АВС, если площадь треугольника МНВ равна 11.

Решение.

1. Обозначим через *x* одну восьмую часть АВ, а через *y* – одну девятую часть ВС.

Тогда: АВ = 8*x*, МВ = 3*x*, ВС = 9*y*, ВН = 2*y*.

 = АВВС = 8*x*9*y* =

 36 *xy* .

 = МВВН = 3*x*2*y* = 3 *xy* .

1. = = 12. = 12 = 1112 = 132.

Ответ: 132.

***Задача 4.*** В равнобедренном треугольнике АВС (АВ = ВС) проведена биссектриса AD. Площади треугольников АВD и ADC равны соответственно 3 и . Найти длину основания треугольника.

Решение.

1. Так как треугольники АВD и ADC имеют общую высоту (перпендикуляр, опущенный из точки А на прямую ВС), то = = = 3.
2. По свойству биссектрисы = = 3 AB = 3 AC.

Пусть АС = *x*, тогда АВ = ВС = 3*x*.

1. Пусть Н – середина стороны АС, то есть ВН – медиана.

Так какАВС – равнобедренный, то ВН \_|\_ АС. Поэтому АВН – прямоугольный и по теореме Пифагора ВН = = = .

1. Следовательно, = ВНАС = .

C другой стороны, = + = 3 + = 4.

Таким образом, получаем равенство = 4, = 16 *x* = 4.

Ответ: 4.

***Задача 5.*** Дан треугольник АВС. В него вписана окружность касающаяся ВС и АС в точках М и Р. Найдите МР, если АВ = 22, ВС = 20, СМ = 2,5.

Решение.

1. Пусть К – точка касания вписанной в АВС окружности со стороной АВ, так как отрезки касательных к окружности равны, то АК = АР, ВК = ВМ, СР = СМ, сложим равенства и получим: АВ + СМ = АС + ВМ,

АВ + СМ = АС + ВС – СМ

АС = 2СМ + АВ – ВС = 22,5 +22 – 20 = 7.

1. Из АВС по теореме косинусов имеем: =, = -.
2. Из РСМ по теореме косинусов: = + – 2 СРСМ.

 = (1 – ) = (1 + ) = МР = = = 3,75.

Ответ: 3,75.

***Задача 6.*** Около равнобедренного треугольника АВС (АВ = ВС) с углом В, равным , описана окружность радиуса 7. Её диаметр АМ пересекает сторону ВС в точке Е. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника АЕС.

Решение.

1. АВС – равнобедренный, В = ,

А = С = = 75.

1. Вписанные углы АВС и АМС опираются на одну и ту же дугу АС, поэтому АМС = АВС = .
2. АСМ = 90, так как АСМ - вписанный угол, опирающийся на диаметр АМ АСМ – прямоугольный АС = АМ = 7, так как АС – катет, лежащий против угла в .
3. В АСМ МАС = 180 - АСМ - АМС = 60.
4. Стороны АЕ и ЕС найдём из АЕС по теореме синусов.

В АЕС ЕАС = 60, ЕСА = 75, тогда АЕС = 45.

По теореме синусов = =

АЕ = = = 14 .

ЕС = = = .

1. = АЕАСА = 14 7 = .
2. Для вычисления радиуса описанной окружности воспользуемся формулой *R = .*

*R =*  = = 7 диаметр окружности, описанной около АЕС равен 14.

Ответ: 14.

***Задача 7.*** Точка О лежит на отрезке АВ так, что АО = 13, ОВ = 15. С центром в точке О проведена окружность радиусом 12. Из А и В к ней проведены две касательные, пересекающиеся в точке М, причем точки касания лежат по одну сторону от прямой АВ. Найдите длину наибольшей стороны треугольника АМВ.

Решение.

1. Пусть точки К и С – точки касания. Тогда ОК \_|\_ АМ, ОС \_|\_ ВМ (радиус, проведённый в точку касания перпендикулярен касательной) АКО и ВСО – прямоугольные.
2. Из АКО по теореме Пифагора

АК2 = АО2 - КО2*,*

АК = = = 5.

А = = .

1. Из ВСО по теореме Пифагора ВС2 = ВО2 - СО2*,*

ВС = = = 9.

В = = .

1. МК = МС (отрезки касательных, проведённых из одной точки).

Пусть МК = МС = *x*, тогда АМ = 5 + *x*, ВМ = 9 + *x*.

1. Из АМВ по теореме синусов = , =

15(5 + *x*) = 13(9 + *x*), 2*x* = 42, *x* = 21 АМ =26, ВМ = 30

Наибольшая сторона треугольника АМВ – это сторона ВМ.

Ответ: 30.

***Задача 8.*** Вершина равнобедренного треугольника с боковой стороной 5и ос­нованием 8служит центром данной окружности радиуса 2*.* Найдите радиус окружности, касающейся данной и проходящей через концы основания треугольника.

***Замечание.*** *Существует особый класс геометрических задач, имеющих характерную особенность. Эти задачи содержат в условии некоторую неопределенность, которая позволяет трактовать условие неоднозначно. В результате удается построить несколько чертежей, удовлетворяющих условию задачи. Поэтому подобные задачи называют многовариантными. Перебор вариантов является частью решения задач такого типа.*

Решение

Пусть D - середина основания AC равнобедренного треугольника ABC. Тогда ВD –биссектриса и высота этого треугольника.

Возможны два случая расположения указанной в условии окружности в зави­симости от типа касания с данной окружностью. В обоих случаях центры O1 и O2 этих окружностей будут лежать на прямой BD.

1. Окружности касаются внешним образом.

Пусть точка Е – точка касания окружностей. Тогда искомая окружность описана около треугольника AEC. Для вычисления радиуса описанной окружности воспользуемся формулой *R = , = .*

AD = АС = 4.

Из АВD по теореме Пифагора ВD2 = АВ2 - AD2 BD = = 3.

ED = BD – ВЕ = 1.

Из АЕD по теореме Пифагора АЕ2 = ED2 + AD2 АЕ = = .

 = АСЕD = 81 = 4.

*=*  = = 8,5.

1. Окружности касаются внутренним образом.

Пусть F – точка касания окружностей. Тогда искомая окружность описана вокруг треугольника AFC . Найдем ее радиус *= .*

FD = BD + ВF = 5.

Из АFD по теореме Пифагора АF2 = FD2 + AD2

 АF = = .

 = АСFD = 85 = 20.

*=*  = = 4,1.

Ответ: 8,5 или 4,1.

***Задача 9.*** Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что

AB = 6 и BC = 4 . Найдите АС.

Решение.

Из по теореме косинусов AC2 = AB2 + BC2 - 2AB BC cos B,

а также AC = 2 sin B (следствие из теоремы синусов), где – радиус, описанной около АВС окружности.

Отсюда получаем тригонометрическое уравнение 576 sin2 B= 36 +16 – 48 cos B.

Решая последнее уравнение, находим = .

Положительное значение косинуса соответствует острому углу В, отрицательное – тупому. По основному тригонометрическому тождеству найдём значение . = = AC = 2 sin B = .

Ответ: .

***Задача 10.*** Высоты треугольника АВС пересекаются в точке Н. Известно, что отрезок СН равен радиусу окружности, описанной около треугольника. Найдите угол АСВ.

Решение.

В данной задаче возможны 4 случая:

АВС – остроугольный; в АВС угол А – тупой; в АВС угол В – тупой; в АВС угол С – тупой.

1. Пусть АВС – остроугольный.

Радиусы окружностей, описанных около треугольников ABC и АНС равны между собой:

Так как в четырехугольнике ВEHD углы Е и D прямые,

то В + DHE *=* 180° АHC *=* DHE = 180°- В .

 = = = = .

***Замечание.*** Если Н - ортоцентр треугольника АВС, то радиусы окружностей, описанных около треугольников АВС, АВН, ВСН, АСН, равны между собой.

Пусть R *-* радиус окружности, описанной около ABC, значит СН = R.

Из АНС по обобщённой теореме синусов имеем: СН = 2.

 R= 2 = = 30 или = 150(это невозможно в остроугольном треугольнике).

Из АЕС – прямоугольного, АСВ = 90 - = 90 - 30 = 60.

1. Пусть в АВС угол А – тупой.

 = R (см. вывод в 1 случае) CН = R (по условию).

Из ВНС имеем: СН = 2.

 R = 2 =

 = 30 или = 150.

В DBC угол D прямой, а угол DBC может быть только острым, значит и угол НВС тоже острый = 30.

Из DBCнаходим АСВ = 90 - = 90 - 30 = 60.

1. Пусть в АВС угол В – тупой.

В этом случае HBC может быть только тупым, так как он смежный к СВЕ, а СВЕ – острый угол в прямоугольном ВСЕ. Значит = 150 СВЕ = 30.

Из находим АСВ = 90 - = 90 - 30 = 60.

1. Пусть в АВС угол С – тупой.

В этом случае HBC – острый, так как HBЕ – острый угол в прямоугольном треугольнике HBЕ.

Значит = 30.

Из находим DСВ = 90 - = 60.

АСВ и DСВ – смежные АСВ = 180 - 60 = 120.

Ответ: 60 или 120.

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.**

1. Найдите расстояние от точки пересечения медиан прямоугольного треугольника до его гипотенузы, равной 25, если один из катетов равен 20.
2. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна и делит прямой угол в отношении 1:2. Найдите больший катет.
3. В прямоугольном треугольнике длины двух медиан, проведенных к катетам, равны 12 и 4. Найдите длину третьей медианы.
4. Треугольник АВС – прямоугольный с гипотенузой АВ. Найдите длину его биссектрисы BL, если известно, что она делит медиану СМ в отношении 6 : 5, считая от вершины С, а площадь треугольника АВС равна 120.
5. Точка Н лежит на стороне АО треугольника АОМ. Известно, что АН = 4, ОН =12, А = 30. Найдите площадь треугольника АНМ.
6. В треугольнике АВС угол В в два раза больше угла А, а длина стороны ВС равна 200. Найдите биссектрису BD этого треугольника, если DC = 125.
7. На сторонах АВ и ВС треугольника АВС взяты соответственно точки М и N, так что АМ:МВ = 3:4 и BN:NC = 3:5. Найдите площадь треугольника АВС, если площадь треугольника МNA равна 9.
8. В равнобедренном треугольнике АВС В = 120. Расстояние от точки М, лежащей внутри треугольника, до основания треугольника равно 2, а до боковых сторон равно 1. Найдите АС.
9. Высота СН треугольника АВС равна 8, где основание высоты Н лежит на отрезке АВ, НN – высота треугольника ВСН, а НМ – высота треугольника АСН. Найдите длину отрезка MN, если АМ = , а BN = 12.
10. Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник АВС, если высота треугольника ВН = 12 и известно, что , .
11. Найдите наибольшую сторону треугольника, если отношение его сторон равно 13:20:21, а высота, проведенная к меньшей стороне равна 50,4.
12. В равнобедренный треугольник АВС вписана окружность. Параллельно его основанию АС проведена касательная к окружности, пересекающая боковые стороны в точках D и Е. найдите радиус окружности, если DE = 8, АС = 18.
13. В равнобедренный треугольник РМК с основанием МК вписана окружность с радиусом . Высота РН делится точкой пересечения с окружностью в отношении 1:2, считая от вершины Р. Найдите периметр треугольника РМК.
14. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника с углом при основании 30, если высота, проведенная к боковой стороне, равна .
15. В окружность радиуса вписан треугольник АВС, в котором А = 60, а сторона АВ в два раза больше стороны АС. В треугольнике проведена биссектриса АМ. Найдите длину отрезка МС.
16. Дан ромб АВСD. Окружность, описанная около треугольника ABD, пересекает большую диагональ ромба АС в точке Е. Найдите меньшую диагональ ромба, если АВ = 8, CЕ = 12.
17. Окружность с центром О, вписанная в прямоугольный треугольник АВС, касается катета ВС в точке М. Луч ВО пересекает катет АС в точке К. Найдите АК, если СМ = 4, ВМ = 8.
18. На стороне ВС остроугольного треугольника АВС выбрали точку М. Построили описанную окружность с центром О для треугольника АМС. Известно, что АС = 6, а МАО = МОС. Найдите радиус этой окружности.
19. В остроугольном треугольнике АВС провели медиану АМ и описанную окружность с центром О. Известно, что МАС = ОСА, ВАС = 60, АВ = 6. Найдите расстояние от центра окружности до АС.
20. В окружность радиуса 5 вписан равнобедренный треугольник, сумма основания и высоты которого равна 16. Найдите высоту треугольника.
21. Площадь равнобедренного треугольника АВС (AB = BC) равна 36. Найдите длину стороны АС, если BC =.
22. В треугольнике ABC проведены высоты ВМ и CN, О - центр вписанной окружности. Известно, что BC = 24, MN = 12. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ВОС.
23. К окружности, вписанной в треугольник с периметром 18, проведена касательная параллельно основанию треугольника. Отрезок касательной между боковыми сторонами равен 2. Найдите основание треугольника.
24. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке Н. Известно, что СН = AB. Найдите угол АСВ.
25. Отрезок H1H2*,* соединяющий основания H1 и H*2* высот AH1 и BH*2* треугольника АВС, виден из середины М стороны АВ под прямым углом. Найдите угол С треугольника АВС.
26. Через середину стороны AB квадрата ABCD проведена прямая, пересекающая прямые CD и AD в точках М и Т, соответственно, и образующая с прямой АВ угол, такой что *tg* = 3*.* Найдите площадь треугольника ВМТ, если сторона квадрата ABCD равна 4.
27. В треугольнике ABC AB = 12,BC = 5*,* CA = 10. Точка D лежит на прямой BC так, что BD :DC *=* 4:9. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.
28. Точка М делит среднюю линию треугольника АВС, параллельную стороне ВС, на отрезки, один из которых в три раза длиннее другого. Точка N также делит сторону ВС на отрезки, один из которых в три раза длиннее другого. В каком отношении прямая MN делит площадь треугольника АВС?
29. Прямая отсекает от сторон прямого угла отрезки 3 и 4.Найдите радиус окружности, касающейся этой прямой и сторон угла.
30. Около треугольника ABC описана окружность с центром О. Найдите величину угла ACB, если угол ОСВ равен 10*°,* а угол АОС равен 40*°.*
31. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке Н. Известно, что CН = AB*.* Найдите угол АСВ.
32. Точки A1, B1, C1 *-* основания высот треугольника ABC. Углы треугольника A1B1C1равны 90°, 60°и 30°*.* Найдите углы треугольника ABC.
33. Медиана ВМ треугольника АВС равна его высоте АН. Найдите угол МВС.

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1.**

***Вариант 1.***

1. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.
2. В треугольнике ОВН точка М делит сторону ОВ на отрезки ОМ = 4 и МВ = 28, . Найдите площадь треугольника ОНМ, если О = 45.
3. В треугольнике АВС со сторонами АВ = 3 и АС = 5 взята точка К на стороне ВС так, что АК – биссектриса. На АК выбрана точка М так, что АМ:МК = 5:2. Найдите площадь треугольника АВМ, если площадь треугольника АВС равна 56.
4. Найдите площадь треугольника АВС, если его стороны АВ и АС равны соответственно 12 и 18, а биссектриса АМ отсекает от него треугольник АВМ, площадь которого равна 20.
5. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, касается его боковых сторон в точках К и А. Точка К делит сторону этого треугольника на отрезки 15 и 10, считая от основания. Найдите длину отрезка КА.
6. Около равнобедренного треугольника АВС с основанием АС и углом при основании 75 описана окружность с центром О. Найдите ее радиус, если площадь треугольника ВОС равна 16.
7. Медиана, проведенная из вершины А треугольника АВС, продлена до пересечения в точке К с описанной окружностью. Найдите сторону АС, если АК = 26, ВК = 10, медиана равна 18.
8. В треугольнике АВС сторона AB = 6 , BAC = 30°, радиус описанной окружности равен 5. Найдите сторону АС.
9. Около треугольника ABC описана окружность с центром О, угол АОС равен 60°.В треугольник ABC вписана окружность с центром М. Найдите угол АМС.
10. В треугольнике АВС перпендикуляр, проходящий через середину стороны АВ, пересекает прямую АС в точке М, а перпендикуляр, проходящий через середину стороны АС, пересекает прямую АВ в точке N. Известно, что MN *=* BC и прямая MN перпендикулярна прямой ВС. Определите углы треугольника АВС.

***Вариант 2.***

1. Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если один из его катетов равен 20, а проекция другого катета на гипотенузу равна 9.
2. В треугольнике АВС точка D делит сторону АC на отрезки AD = 3 и DC = 13,

 ВАС = 60; . Найдите площадь треугольника АВС.

1. В треугольнике АВС со сторонами АВ = 4 и АС = 7 взята точка К на стороне ВС так, что АК – биссектриса. На АК выбрана точка М так, что АМ:МК = 2:3. Найдите площадь треугольника АВС, если площадь треугольника КВМ равна 12.
2. В треугольнике АВС проведена медиана АМ. Найдите площадь треугольника АВС, если АС = 3, ВС = 10, МАС = 45.
3. В равнобедренный треугольник АВС с основанием АС вписана окружность с центром О. Луч СО пересекает сторону АВ в точке К, причем АК = 6, ВК = 12. Найдите периметр треугольника.
4. Равнобедренный треугольник вписан в окружность с радиусом 4. Найдите высоту, проведенную к боковой стороне, если один из углов треугольника равен 120.
5. Около треугольника АВС описана окружность радиуса , и в него же вписана окружность. Хорда описанной окружности, проходящая через центр вписанной окружности и вершину А, пересекает сторону ВС в точке М. Найдите МС, если А = 60 и АВ = 2АС.
6. В треугольнике АВС сторона AB = 24 , BAC = 60° , радиус описанной окружности равен 13. Найдите сторону АС.
7. В треугольнике АВС с углом ABC = 60°, биссектриса угла А пересекает сторону ВС в точке М. На стороне АС взята точка К так, что AMK = 30°. Найдите OKC, где О - центр окружности, описанной около треугольника АМС.
8. В треугольнике АВС перпендикуляр, проходящий через середину стороны АС, пересекает сторону ВС в точке М, а перпендикуляр, проходящий через сторону ВС, пересекает сторону АС в точке N. Известно, что MN = АВ и прямая MN перпендикулярна АВ. Найдите углы треугольника АВС.

**ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА №2.**

***Задача 1.*** Радиус окружности, вписанной в ромб, в четыре раза меньше одной из его диагоналей и равен . Найдите периметр этого ромба.

Решение.

1. = 4 АВ. По условию = , где *r* = ОК.
2. Из АОК: = , то есть = = 30, тогда = 60,

так как диагональ ромба является биссектрисой его угла.

1. ВН = 2ОК = 8.
2. Из имеем: АВ = , АВ = = 16.
3. = 4 16 = 64.

Ответ: 64.

***Задача 2.*** В параллелограмме ABCD угол BAD равен 120. Биссектриса угла ADC пересекает прямую АВ в точке Е. В треугольник ADE вписана окружность с центром в точке О. Найдите периметр треугольника ADE, если АО = 7 - 4.

Решение.

Несмотря на то, что по данным задачи можно построить два чертежа, решение одинаково для обоих случаев.

 

1. АЕD = EDC, как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых АВ и CD, и секущей DE.

АDЕ = EDC, так как DE биссектриса угла ADC.

Значит, АDЕ = АЕD АDЕ – равнобедренный, AD = АЕ.

1. О –центр вписанной в АDЕ окружности лежит на биссектрисе АМ, а так как АDЕ – равнобедренный, то АМ – биссектриса, высота и медиана.
2. В АОР: = 90, = BAD = 60, значит = 30,

РО = АО = (7 - 4) .

1. РО = ОМ = , тогда АМ = АО + ОМ = 7 - 4 + – 6 = 1 - = .
2. Из AMD имеем:

AD = 2АМ, так как = 30, AD = 2 - .

DM = АМ tgМAD = АМ tg60 = = .

1. DE = 2 DM = .

 = 2AD + DE = 4 - 2 + = 1.

Ответ: 1.

***Задача 3.*** Боковые стороны равнобедренной трапеции при их продолжении пересекаются под углом 120. Найдите длину меньшего основания трапеции, если её площадь равна 65 + 25, а высота равна 5.

Решение.

1. ABCD – равнобедренная трапеция, значит ВЕС – равнобедренный. Проведем ЕК – биссектрису, высоту, медиану. Тогда .

Обозначим ВК = КС = *х*.

1. ЕВК – прямоугольный. ЕК= ВК ctg 60 = ,

тогда EF = ЕК + KF, KF = ВМ, где ВМ – высота трапеции, EF = + 5.

1. Из AEF – прямоугольного: AF = EF tg 60 = ( + 5) = *х +*5.
2. = (BC + AD) ВМ, ВС = 2*х*, AD = 2AF, значит

 = (*х +х +*5) 5, имеем уравнение (*х +х +*5) 5 = 5(13 + 5), 2*х* = 13, *х* = 6,5 ВС = 2 ВК = 13.

Ответ: 13.

***Задача 4.*** В равнобедренной трапеции с острым углом 60 боковая сторона равна , а меньшее основание равно 2. Найдите радиус окружности, описанной около той трапеции.

Решение.

1. Окружность, описанная около данной трапеции, также является описанной окружностью для треугольника АВС R = .
2. BAD = 60 ABC = 120(внутренние односторонние углы при параллельных AD и ВС и секущей АВ).
3. Из АВС по теореме косинусов: = + – 2 АВВС, = + + 2 , = 147, АС = .
4. R = = = = 7.

Ответ: 7.

***Задача 5.*** Через середину диагонали АС трапеции ABCD проведена прямая, перпендикулярная АС. Эта прямая пересекает основания AD и ВС в точках К и М соответственно. Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник АМСК, если АМ = 10, АС = 16.

Решение.

1. Пусть О – середина диагонали АС.

МОС = КОА по катету и острому углу

(АО = ОС, ОАК = ОСМ, как накрест лежащие при параллельных ВС и AD, и секущей АС).

Отсюда АК = МС.

1. МСАК, МС=АК АМСК – параллелограмм, значит АМ = СК.
2. Окружность вписана в четырехугольник, поэтому МС + АК =АМ + CК, отсюда АМ = МС, АМСК – ромб.
3. Из АОМ – прямоугольного, по теореме Пифагора МО = = = = 6, тогда МК = 12.
4. = АС МК = 96.

С другой стороны, так как в четырехугольник АМСК вписана окружность, то = рr, где р – полупериметр, р = 2АМ = 20.

r = = = 4,8.

Ответ: 4,8.

***Задача 6.*** В трапеции ABCD боковая сторона АD перпендикулярна основаниям. Окружность, вписанная в эту трапецию, касается сторон CD и ВС в точках М и N соответственно, причем MN = МС. Найдите среднюю линию трапеции, если радиус окружности равен 8-12.

Решение.

1. Пусть m – средняя линия трапеции, m = (АВ+CD).
2. Так как трапеция описана, то AD+ВС = АВ+DC.

Значит, m = (AD+ВС).

1. По свойству касательных, проведённых из одной точки, CN = СМ, но по условию СМ = MN, значит ∆MNC -равносторонний, С = 60.
2. Построим высоту трапеции ВН.

Из ∆ВСН – прямоугольного, имеем ВС = , где ВН = AD = 2r = 16-24.

ВС = = 32 - 16.

m = (16-24 + 32 - 16) = 4.

Ответ: 4.

***Задача 7.*** В трапеции ABCD с большим основанием AD диагонали АС и BD пересекаются в точке О. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника ВОС равна 4, а площадь треугольника AOD равна 9.

Решение.

1. ВОСDOA по двум углам,

(так как ВОС = AOD, как вертикальные,

ОСВ = ОАD, как накрест лежащие при параллельных AD и ВС и секущей АС).

Значит, = = , то есть *k* = .

1. Проведем высоту трапеции КЕ, тогда КО – высота ВОС, ОЕ – высота AOD.

 = *k* = .

Обозначим одну пятую часть высоты через *x*, тогда ОК = 2*x*, ОЕ = 3*x*, КЕ = 5*x*.

1. = КЕ.

 = ВС ОК, ВС 2*x* = 4, ВС = ;

 = AD ОЕ, AD 3*x* = 9, AD = .

 = = = 25.

Ответ: 25.

***Задача 8.*** На стороне BC параллелограмма ABCD выбрана точка E, делящая эту сторону прямой в отношении 2:3. Отрезок DE пересекает диагональ AC в точке F. Какую часть площади параллелограмма ABCD составляет площадь треугольника AFD?

Решение.



Поскольку в условии задачи не указано относительно какого из концов отрезка BC он делится точкой E в отношении 2:3 , то возможны два случая.

1. Если BE : EC = 2:3, то BE = EC и ВС = ЕС + EC = EC.

EFC DFA по двум углам (так как EFC = AFD как вертикальные, ECF = AD как накрест лежащие при параллельных ВС и AD и секущей АС).

Значит, = = = . Тогда FC = AF и АС = AF.

Диагональ параллелограмма делит его на два равновеликих треугольника, тогда = .

Треугольники AFD и AСD имеют общую вершину D и их основания лежат на одной прямой их площади относятся как основания, то есть = = .

Отсюда = = = .

1. В случае если EC : BE = 2:3, решая аналогичным образом, получим

 = .

Ответ: или .

***Задача 9.*** Дана равнобедренная трапеция ABCD с основаниями ВC и AD. Известно, что BC = 44, AD = 100 и АВ = CD = 35. Окружность, касающаяся прямых AD и AC, касается стороны CD в точке K. Найдите длину отрезка CK.

Решение.

Возможны два случая расположения окружности, заданной в условии.

 

Пусть точки М и Т – точки касания с окружностью прямых АС и AD, тогда СК = СМ, АМ = АТ, DТ = DК, как отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки.

Опустим из вершин В и С трапеции на сторону AD перпендикуляры ВЕ и CF соответственно.

Тогда АЕ = FD = = = 28, AF = AD – FD = 100 – 28 =72.

Из АВЕ по теореме Пифагора: ВЕ = = =21, CF = ВЕ.

Из АCF по теореме Пифагора: AC = = = 75.

1. Окружность вписана в треугольник ACD.

Пусть СМ = CК = *х*, тогда DK = DТ = CD – CK = 35 - *х*,

АМ = АТ =АС – МС = 75 – *х*.

По условию AD = 100, но AD = АТ + ТD, 35 – *х* + 75 – *х* = 100, *х* = 5, CК = 5.

1. Окружность является вневписанной для треугольника ACD.

Пусть СМ = CК = *х*, тогда DK = DТ = CD – CK = 35 - *х*,

АМ = АС + СМ = 75 +*х*, АТ = AD + DT = 100 + 35 – *х*.

Но АМ = АТ, 75 +*х* = 100 + 35 – *х*, 2*х* = 60, *х* = 30, СК = 30.

Ответ: 5 или 30.

***Задача 10.*** Дана трапеция ABCD с боковыми сторонами AB = 36, CD = 34и верхним основанием BC = 10*.* Известно, что cosABC *=* - *.*Найдите BD.

Решение.

Проведем CЕ параллельно АВ.

Тогда АВСЕ – параллелограмм, АЕС = АВС, DЕС = 180 - АЕС.

DЕС = DАВ, как соответственные углы при параллельных прямых АВ и CЕ и секущей АЕ, = = .

Обозначим ED через *х*.

Из DЕС по теореме косинусов: CD2 = ЕС2 + ED2 – 2ЕC ED cos,

342 = 362 + *x*2 – 236  *x* , *x2 -* 24*x* + 140 = 0. Отсюда *x* = 14 или *x* = 10.

Получившиеся два значения *x*, означают, что условию задачи соответствуют два чертежа. В одном случае острый, а в другом – тупой.

Из ABD по теореме косинусов: BD2 = AB2 + AD2 – 2AB AD cos.

Рассмотрим два случая.

1. Пусть *х* = 14, тогда AD = 24, так как AD = AE + ED и АЕ = ВС.

Имеем, BD2 = 362 + 242 – 236 24 , BD2 = 1296, BD = 36.

В этом случае угол D – острый (см. рисунок выше). Так как для ЕСD справедливо неравенство ЕС2 ED2 + CD2, 362 142 + 342., 1296 196 +1156.

1. Пусть *х* = 10, тогда AD = 20.

BD2 = 362 + 202 – 236 20 , BD2 = 1216, BD = 8.

В этом случае угол D – тупой потому что для ЕСD справедливо неравенство ЕС2 ED2 + CD2, 362 102 + 342., 1296 100 + 1156.

Ответ: 36 или 8.

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**.

1. В ромбе против острого угла, равного 30, лежит диагональ равная . Найдите площадь ромба.
2. Радиус окружности, вписанной в ромб, в четыре раза меньше одной из его диагоналей и равен 4. Найдите периметр этого ромба.
3. В параллелограмме TMKP сторона КР равна 10, а сторона МК, равная 6, составляет с диагональю МР угол, равный 45. Найдите высоту, проведенную к большей стороне параллелограмма.
4. Дан параллелограмм ABCD с тупым углом при вершине В. Синус угла BAD равен , а длина стороны АВ равна 6. Найдите периметр треугольника АВС, если площадь параллелограмма равна 20.
5. Диагонали параллелограмма ABCD пересекаются в точке О. Радиус окружности, описанной около треугольника BCD, равен . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ВОС, если BDС = 60, а ВAС = 75.
6. Сторона АВ параллелограмма ABCD равна 2, а его диагонали равны 20 и 24. Найдите сторону ВС.
7. Дан параллелограмм ABCD. Точка К лежит на диагонали АС и делит ее в отношении 2 : 1, а точка М – середина стороны АВ. Найдите отношение площади треугольника AMК к площади параллелограмма ABCD.
8. В квадрат со стороной вписана окружность, а в неё другой квадрат. Найдите площадь второго квадрата.
9. Средняя линия трапеции равна 15, сумма углов при одном из оснований равна 90. Найдите площадь трапеции, если одна боковая сторона равна , а разность оснований равна 10.
10. В прямоугольной трапеции ABCD боковая сторона АВ перпендикулярна большему основанию AD. Площадь трапеции равна 150, D = ВСА = 60 Найти диагональ АС.
11. Найдите площадь трапеции, если она вписана в окружность с радиусом 17, причем длины отрезков, соединяющих центр окружности с серединами оснований, равны 15 и 8.
12. В равнобедренную трапецию, большее основание которой равно 36, вписана окружность радиуса 12. Найдите наименьшее основание трапеции..
13. Около окружности описана равнобедренная трапеция, средняя линия которой равна 5, а синус острого угла при основании равен 0,8. Найдите площадь трапеции.
14. Основание АВ трапеции ABCD вдвое длиннее основания CD и вдвое длиннее боковой стороны AD. Длина диагонали АС равна 12, длина боковой стороны ВС равна 5. Найдите площадь трапеции.
15. В трапеции большее основание равно 25, одна из боковых сторон равна 15. Известно, что одна из диагоналей перпендикулярна заданной боковой стороне, а другая делит угол между заданной боковой стороной и нижним основанием пополам. Найдите площадь трапеции.
16. В трапеции АВСЕ основание равно 16, CЕ = 8. Окружность, проходящая через точки А, В и С, вторично пересекает прямую АЕ в точке Н. Найдите АС, если АНВ = 60.
17. Продолжения боковых сторон АВ и CD трапеции пересекаются в точке Е. Найдите периметр треугольника AED, если АВ = 3, ВС = 10, CD = 4, AD = 12.
18. В трапеции ABCD диагональ АС перпендикулярна боковой стороне CD. Окружность, описанная около треугольника АВС, касается прямой CD, пересекает основание AD в точке М и делит его на отрезки АМ = 8 и MD = 2. Найдите площадь трапеции ABCD.
19. Дана трапеция ABCD с основаниями AD и ВС. Известно, что АС = 4, BD = 5, CAD = 2BDA. Найдите длину средней линии трапеции.
20. Через точку пересечения диагоналей квадрата проведены две взаимно перпендикулярные прямые, составляющие с пересекаемыми сторонами квадрата угол в 60. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются точки пересечения проведенных прямых со сторонами квадрата, если сторона квадрата равна 3.
21. Диагонали АС и BD трапеции ABCD пересекаются в точке Н. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника AНD равна 9, а точка Н лежит на диагонали АС так, что АН : НС = 3 : 1.
22. Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найдите высоту трапеции.
23. На окружности радиуса 5 расположены две смежные вершины квадрата. Расстояние между центрами квадрата и окружности равно 7. Вычислите сторону квадрата.
24. Диагональ равнобедренной трапеции равна 5, а площадь равна 12. Найдите высоту трапеции.
25. В трапеции ABCD диагональ АС перпендикулярна боковой стороне CD. Окружность, описанная около треугольника АВС, касается прямой CD, пересекает основание AD в точке М и делит его на отрезки АМ = 8 и MD = 2. Найдите площадь трапеции ABCD.
26. В прямоугольнике ABCD АВ = 2, ВС = . Точка Е на прямой АВ выбрана так, что AED = DEC*.* Найдите АЕ.
27. Дан параллелограмм ABCD. Биссектрисы его углов А и D делят сторону BC на три равные части. Вычислите стороны параллелограмма, если его периметр равен 40.
28. Основания трапеции равны a и b. Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.
29. Трапеция ABCD с основаниями AD и ВС вписана в окружность с центром О. Найдите высоту трапеции, если ее средняя линия равна 3 и *sin* АОВ = 0,6.
30. Площадь равнобедренной трапеции равна . Угол между диагональю и основанием на 20° больше угла между диагональю и боковой стороной. Найдите острый угол трапеции, если ее диагональ равна 2.
31. Дан параллелограмм со сторонами 1 и 2 и острым углом 60° . На двух его противоположных сторонах как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах. Найдите расстояние между этими вершинами.
32. Дан квадрат ABCD. В плоскости квадрата взята точка M, такая, что BM *=* CM и AMB = 75° . Найдите величину угла ВМС.
33. Из вершины тупого угла ромба проведены две высоты. Расстояние между их концами равно половине диагонали ромба. Найдите углы ромба.
34. В параллелограмме ABCD угол ACD равен 30° . Известно, что центры окружностей, описанных около треугольников ABD и BCD, расположены на диагонали АС. Найдите угол ABD.
35. Продолжения сторон AD и BC выпуклого четырехугольника ABCD пересекаются в точке М, а продолжения сторон АВ и CD - в точке О. Отрезок МО перпендикулярен биссектрисе угла AOD. Найдите отношение площадей треугольника AOD и четырехугольника ABCD, если OA = 12 , OD = 8 , CD = 2.
36. Окружности радиусов 2и 4 касаются в точке B. Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A*,* а большую - в точке C. Известно, что AC = 3. Найдите BC.
37. Окружности радиусов 20и 3касаются внутренним образом. Хорда AB большей окружности касается меньшей окружности в точке M. Найдите длины отрезков AM и MB, если AB = 32.
38. В окружности, радиус которой равен 15,проведена хорда AB = 24.Точка С лежит на хорде АВ так, что AC : BC *=* 1:2*.* Найдите радиус окружности, касающейся данной окружности и касающейся хорды АВ в точке С.
39. Окружности радиусов 4и 9касаются внешним образом, лежат по одну сторону от некоторой прямой и касаются этой прямой. Найдите радиус окружности, касающейся каждой из двух данных и той же прямой.
40. Точка О - центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса ОМ взята точка А. Через точку А проведена прямая, касающаяся окружности в точке К. Известно, что OAK = 60°. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ОАК и касающейся данной окружности внешним образом.
41. Найдите радиус окружности, вписанной в угол MKN равный 2*arcsin*0,6и касающейся окружности, радиуса 4также вписанной в угол MKN.
42. На стороне ВА угла ABC, равного 30°,взята такая точка D, что AD = 2и BD = 1. Найдите радиус окружности, проходящей через точки А, D и касающейся прямой ВС.

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2.**

***Вариант 1.***

1. Дан ромб ABCD. Окружность, описанная около треугольника ABD, пересекает большую диагональ ромба АС в точке Е. Найдите CЕ, если АВ = 8, BD = 16.
2. Дан параллелограмм ABCD. Биссектриса угла А пересекает сторону ВС в точке М, а биссектриса угла В пересекает сторону AD в точке К, причем АМ = 10, ВК = 6. Найдите площадь четырехугольника АВМК.
3. Диагонали параллелограмма ABCD пересекаются в точке О. Радиус окружности, описанной около треугольника ABD, равен 3. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AOD, если ABD = 45, а AСD = 75.
4. Дан параллелограмм ABCD. Точка М лежит на диагонали BD и делит её в отношении 1 : 2. Найдите площадь параллелограмма ABCD, если площадь четырехугольника АВСМ равна 60.
5. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна , а основания равны 3 и 4. Найдите диагональ трапеции.
6. Найдите боковую сторону трапеции, если она вписана в окружность, диаметр которой равен 8 и является основанием трапеции. А средняя линия трапеции равна 7.
7. В равнобедренную трапецию, большее основание которой равно 36, вписана окружность радиуса 12. Найдите меньшее основание трапеции.
8. Диагонали АС и BD трапеции ABCD пересекаются в точке Е. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника AED равна 9, а точка Е лежит на диагонали АС так, что АЕ : ЕС = 1 : 3.
9. Дан параллелограмм ABCD*,* AB = 2*,* BC = 3*,* A = 60°*.* Окружность с центром в точке О касается биссектрисы угла D и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного его острого угла. Найдите площадь четырехугольника ABOD.
10. Боковая сторона неравнобедренной трапеции равна 12 и образует с ее основанием угол 60° . Основания трапеции равны 16 и 40. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований.

***Вариант 2.***

1. В ромбе ABCD диагональ АС равна 2, на стороне ВС, равной 15, отложен отрезок ВК, равный 5. Найдите больший из отрезков, на которые делится отрезок АК в точке пересечения с диагональю BD.
2. Две стороны параллелограмма равны 13 и 14, а одна из диагоналей равна 15. Найдите площадь треугольника, отсекаемого от параллелограмма биссектрисой его угла.
3. Диагонали параллелограмма ABCD пересекаются в точке О. Радиус окружности, описанной около треугольника ABD, равен 7. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника СOD, если ВАС = 30, а ВСА = 15.
4. Дан параллелограмм ABCD. Точка М лежит на диагонали BD и делит ее в отношении 2 : 3 . Найдите площадь параллелограмма ABCD, если площадь четырехугольника ABCМ равна 60.
5. Большее основание равнобедренной трапеции равно 8, боковая сторона 9, а диагональ 11. Найдите меньшее основание трапеции.
6. Найдите радиус окружности, в которую вписана трапеция, основание которой является диаметром окружности, если площадь трапеции равна 40, а средняя линия равна 10.
7. Найдите площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности с радиусом 4, если известно, что боковая сторона трапеции равна 10.
8. Диагонали АС и BD трапеции ABCD пересекаются в точке О. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника AОD равна 27, а точка О лежит на диагонали BD так, что ВО : OD = 2 : 3.
9. Окружность радиуса 12 вписана в прямоугольную трапецию с основаниями 28 и 21. Найдите радиус окружности, которая касается основания, большей боковой стороны и данной окружности.
10. Дана трапеция ABCD с боковыми сторонами AB = 27, CD = 28 и основанием ВС = 5. Известно, что BCD = - . Найдите диагональ АС.

**ОТВЕТЫ.**

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

**1.** 4. **2.** 6. **3.** 8. **4.** 15. **5.** 4. **6.** 195. **7.** 56. **8.** 16. **9.** 8. **10.** 4. **11.** 54,6. **12.** 6. **13.** 36. **14.** 4. **15.** 4. **16.** 16. **17.** 10. **18.** 3. **19.** 3. **20.** 6,4 или 8. **21.** 8 или 18. **22.** 8 или 24. **23.** 3 или 6. **24.** 45 или 135. **25.** 45 или 135. **26.** 2 или 10. **27.** или . **28.** или . **29.** 1 или 6. **30.** 60 или 80. **31.** 45 или 135. **32.** 45, 75, 60 или 135, 15, 30 или 120, 15, 45 или 105, 30, 45. **33.** 30 или 150. **34.** 2. **35.** 64. **36.** 8,4. **37.** 20. **38.** 15. **39.** 20. **40.** или . **41.** 1. **42.** 45. **43.** 20. **44.** 529 или 161. **45.** 16. **46.** 20. **47.** 45. **48.** 240. **49.** 8. **50.** 54. **51.** 36. **52.** 1,125. **53.** 6. **54.** 48 или 16. **55.** 39 или 9. **56.** 6 или 8. **57.** 3 или 4. **58.** 36. **59.** 1 или 3. **60.** 5; 15 или 8; 12. **61.** или . **62.** 9 или 1. **63.** 40 или 80. **64.** или . **65.** 60 или 150. **66.** 60; 120 или 30; 150. **67.** 30 или 60. **68.** 2 или . **69.** 2. **70.** 24 и 8 или 16 + 4 и 16 - 4. **71.** или . **72.** 1,44 или 36. **73.** 2 + или 2 - . **74.** 1 или 16. **75.** 1 или 7.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1.

*Вариант 1.*

**1.** 25. **2.** 16. **3.** 25. **4.** 50. **5.** 12. **6.** 8. **7.** 15. **8.** 3 **9.** 165 или 105. **10.** А = 60, В = 15, С = 105 или А = 60, В = 105, С = 15.

*Вариант 2.*

**1.** 25. **2.** 48. **3.** 55. **4.** 21. **5.** 45. **6.** 6. **7.** 4. **8.** 12 **9.** 30 или 150. **10.** А = 120, В = 30, С = 30 или А = 30, В = 120, С = 30.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2.

*Вариант 1.*

**1.** 12. **2.** 30. **3.** 6. **4.** 180 или 90. **5.** 5. **6.** 4. **7.** 16. **8.** 48 или 144. **9.** или **10.** 12 или 12.

*Вариант 2.*

**1.** 9. **2.** 78. **3.** 7. **4.** 150 или 100. **5.** 5. **6.** 9. **7.** 80. **8.** 75 или 112,5. **9.** 3 или . **10.** 28 или 2.