**Методическая разработка**

**по математике для 9 класса**

**по теме «Свойства числовых функций»**

*Рассчитана на 2 урока.*

**Тема урока:** «Свойства числовых функций»

**Тип урока:** комбинированный урок совершенствования знаний, умений и навыков.

**Цели урока:**

* Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме «Функция », введение точных определений свойств функций, закрепление навыков решения тестовых заданий по данной теме.

 **Задачи урока:**

* Образовательная – обобщить знания учащихся по теме «Функция», совершенствовать знания о числовых функциях путем введения точных определений их свойств.
* Развивающая – развивать логическое мышление, память, творческие способности учащихся и познавательный интерес к предмету.
* Воспитательная – воспитывать уверенность, внимание, формировать исследовательские умения, математическую культуру учащихся.

**Оснащение урока:**  компьютер, проектор, экран, презентация PowerPoint, доска, мел.

**Формы работы:** фронтальная, парная, самостоятельная.

**План урока**

1. **Организационный этап.** *(2 – 3 минуты)*
2. **Проверка домашнего задания.** *(5-6 минут)*
3. **Основной этап** *(75 минут)*

**3. 1 Повторение ранее изученного материала по данной теме.**

 **3. 3 Изучение нового материала.**

 **3. 4 Закрепление изученного материала.**

 **3.5 Контроль.**

**4.Заключительный этап** *(5-6минут)*

 **4.1 Домашнее задание.**

 **4.2 Итоги урока. Оценки.**

**Ход урока**

1. Орг.момент.
2. Проверка домашнего задания. Разбор заданий, решения которых вызвали затруднение дома.
3. Основной этап. Сообщение темы и целей урока.

Учитель:

За два года изучения школьного курса алгебры вы уже привыкли к тому, что термин «функция» используется практи­чески постоянно. Это и понятно: ведь математика изучает мате­матические модели, а большинство этих моделей так или иначе связано с функциями. Вспомните, пожалуйста, какие функции были ранее уже изучены нами.

 *Учащиеся по очереди называют функцию, записывают формулу на доске, объясняют, как выглядит ее график. На доске и в тетрадях составляется таблица: в первом столбце – формула, во втором – набросок графика данной функции: линейная функция, квадратичная функция, функция обратной пропорциональности, квадратный корень, модуль.*

 Учитель:

Любая функция характеризуется определенными свойствами. Часть этих свойств была рассмотрена в 7 – 8 классах. Мы вводили термин и начинали им пользоваться, но точного определения не формулировали, ограничиваясь приблизительным истолкованием термина. Так было, в частности, с термином «функция». Вы умеете построить график этих функций, описать их свойства.

Построить график данной кусочной функции: *(функция заранее записана на доске)*

f(x) = $\left\{\begin{array}{c}x-2, если-5 \leq x \leq -1;\\x^{2}-4, если-1<x< 2;\\\sqrt{(x-2)}, если x\geq 2.\end{array}\right.$

*Учащиеся строят график в своих тетрадях. Один учащийся выполняет задание на доске. В процессе этой работы повторяются правила сдвига графика функции вдоль осей координат.*

Учитель:

Перечислите свойства функций, которые знакомы вам из курса 7 – 8 классов.

*Учащиеся по очереди называют известные им свойства:*

1. *Область определения функции.*
2. *Точки пересечения графика функции с осями координат.*
3. *Промежутки знака постоянства.*
4. *Промежутки монотонности функции.*
5. *Непрерывность.*
6. *Ограниченность.*
7. *Наибольшее и наименьшее значение функции.*
8. *Промежутки выпуклости и вогнутости.*
9. *Четность.*
10. *Область значений функции.*

(Слайд 1)

Учитель:

 Пользуясь графиком, вы умеете описать эти свойства функций, но правильного математического определения мы ещё не знаем.

Дадим более точные определения перечисленным свойствам функций и закрепим их при чтении графика кусочной функции, который построили.

Так что же такое функция?­

(Слайд 2)

***Определение 1.***Если даны числовые множества Х и У и правило f, позволяющее поставить в соответствие каждому элементу х из множества Х определенный элемент у из множества У, то говорят, что задана функция y = f(x) c областью определения Х и областью значений У. Пишут: у = f(x), х $ϵ$ X.

***Определение 2.*** Множество всех значений функции y = f(x) называют областью значений функции.

Для области определения функции y = f(x) принято обозначение D(f), для области значений – обозначение E(f).

 (Слайд 3, 4)

Учитель.

Назовите точки пересечения графика с осями координат.

Назовите нули данной функции.

 (Слайд 3, 4)

*Учащиеся отвечают на вопросы.*

Учитель.

Вернемся к нашей функции. Запишите в тетради:

1. область определения вашей функции;
2. точки пересечения графика с осями координат.
3. промежутки знака постоянства функции (где функция больше нуля и где меньше нуля)

 *Учащиеся выполняют задания в тетрадях. Один учащий записывает на доске.*

Учитель:

Рассмотрим следующее свойство функции – монотонность (т. е. возрастание или убывание функции).

(Слайд 5)

***Определение 4.*** Функцию y = f(x) называют возрастающей на множестве , если для любых двух элементов х1 и х2 множества Х, таких что х1 < х2, выполняется неравенство f(х1) < f(х2).

***Определение 5.*** Функцию y = f(x) называют убывающей на множестве Х, если для любых двух элементов х1 и х2 множества Х, таких что х1 < х2, выполняется неравенство f(х1) > f(х2).

 (Слайд 6)

 Учитель:

 Найдите промежутки возрастания и убывания функции. *(Функция на экране)*.

 *Учащиеся дают ответы.*

 Учитель:

 Запишите в тетради промежутки монотонности вашей функции.

*Учащиеся выполняют задание в тетрадях. Один учащийся – у доски.*

Учитель:

Свойство « непрерывность» функции на промежутке Х означает, что график функции на этом промежутке сплошной, не имеет разрывов. Точное определение непрерывности достаточно сложно, поэтому будем по-прежнему опираться на наглядно-интуитивные представления.

 (Слайд7)

Примером разрывной функции служит гипербола.

(Слайд 8)

Учитель:

Запишите в своих тетрадях: имеет ли функция точки разрыва или она является непрерывной.

*Учащиеся выполняют задание в тетрадях. Один учащийся – у доски.*

Следующее свойство функции, на котором мы остановимся – ограниченность.

(Слайд 9)

***Определение 6.*** Функцию y = f(x) называют ограниченной снизу на множестве Х, если существует число m такое, что для любого значения х из множества Х выполняется неравенство f(x)>m.

***Определение 7.*** Функцию y = f(x) называют ограниченной сверху на множестве Х, если существует число М такое, что для любого значения х из множества Х выполняется неравенство f(x)<M.

(Слайд 10)

Учитель:

 По графику функции (*на экране)* ответьте на вопрос, является ли она ограниченной снизу, ограниченной сверху.

*Учащиеся отвечают.*

Учитель:

Запишите, какой является функция в ваших тетрадях.

*Учащиеся записывают свойство в тетрадях. Один учащийся – у доски.*

Учитель:

Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке вы научились находить в 7 – 8 классах. Если промежуток не указан, то подразумевается, что речь идет об отыскании наименьшего или наибольшего значения функции на всей области определения.

(Слайд11)

***Определение 8.*** Число m называют наименьшим значением функции y = f(x) на множестве, если существует число х0 из множества Х такое, что f(x0) = m и для любого значения х из множества Х выполняется неравенство f(x) ≥ f(x0).

(Слайд 12)

***Определение 9.*** Число M называют наибольшим значением функции

y = f(x) на множестве Х, если существует число х0 из множества Х такое, что f(x0) = M, и для любого значения х из множества Х выполняется неравенство f(x) ≤ f(x0).

Учитель:

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции, график которой вы видите на экране.

(Слайд13)

Теперь запишите наибольшее и наименьшее значение функции в ваших тетрадях.

*Учащиеся выполняют задание в тетрадях. Один учащийся – на доске.*

Определение выпуклости функции, как и непрерывности, достаточно сложно, поэтому выпуклость функции мы с вами будем определять, опираясь на наглядно-интуитивные представления, как и ранее.

(Слайд 14)

 Считается, что функция выпукла вниз на промежутке Х, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит, ниже проведенного отрезка.

Функция выпукла вверх на промежутке Х, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит, выше проведенного отрезка.

(Слайд 15)

Учитель:

Определите выпуклость функции, график которой вы видите на экране.

Теперь запишите это свойство для функции в тетради.

*Учащиеся выполняют задание в тетрадях. Один учащийся – на доске.*

Учитель:

Четность и нечетность функции мы могли с вами определять только по графику. Сейчас дадим более точное определение, которое позволить определять четность и нечетность функции не только по ее графику, но и функции заданной аналитически.

(Слайд16)

***Определение 7.*** Функцию y = f(x), где х из множества Х называют четной, если для любого значения х из множества Х выполняется равенство

 f(-x) = f(x).

***Определение 8.*** Функцию y = f(x), где х из множества Х называют четной, если для любого значения х из множества Х выполняется равенство

f(-x) = -f(x).

Очевидно, что область определения четной или нечётной функции – симметричное множество. Если же область определения функции несимметричное множество, то функция не может быть ни чётной, ни нечётной.

Учитель:

Исследуйте на четность функции, графики которых вы видите на экране.

(Слайд17)

Учитель:

Теперь обсудим геометрический смысл свойства четности и свойства нечетности функции.

Для четной функции две точки графика, абсциссы которых являются противоположными числами, имеют одинаковые ординаты. Такие точки симметричны относительно оси у. Это означает, что график четной функции симметричен относительно оси у.

Рассмотрим две точки графика нечетной функции, абсциссы которых являются противоположными числами. Ординаты этих точек также являются противоположными числами. Такие точки симметричны относительно начала координат. Это означает, что график нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Верны и обратные утверждения. Попробуйте сформулировать их самостоятельно.

*Учащиеся выполняют задание, учитель поправляет их ответы, если это необходимо.*

Учитель:

Вернемся к функции в ваших тетрадях. Запишите в тетради, какой является эта функция - четной или нечетной.

*Учащиеся выполняют задание в тетрадях. Один учащийся – на доске.*

Учитель:

Мы с вами описали все свойства нашей кусочной функции. Принято заканчивать такую работу записывая область значений функции.

*Учащиеся записывают область значений функции в своих тетрадях. Один – на доске.*

Учитель:

Итак, мы с вами навели относительный порядок в наших представлениях о функциях, их свойствах и графиках. Давайте повторим все свойства для данной функции, которую вы видите на экране.

 (Слайд18)

*Учащиеся по очереди называют свойства одно за другим.*

Учитель:

Чтобы уметь не только устно прочитать график функции, но и правильно записать ее свойство, выполним № 10.27 из учебника.

*Учащиеся работают в парах. Они могут позвать учителя, если возникла проблема. Один учащийся (по желанию) работает у доски, но никто не контролирует верность его решения. По окончании, учащиеся вместе с учителем проверяют верность решения на доске, по необходимости исправляют ошибки , задают вопросы, если они есть и исправляют ошибки в своих тетрадях.*

Учитель:

А сейчас, когда вопросов больше нет, вам предстоит выполнить самостоятельную работу.

*Учащиеся выполняют самостоятельную работу. (Текст на экране)*

**Самостоятельная работа:**

**Вариант 1**

1. Постройте и прочитайте график функции:

$$f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}(x+1)^{2}+1, \&-3 \leq x<0;\\\sqrt{x}, \&x\geq 0.\end{array}\right.$$

**Вариант 2**

1. Постройте и прочитайте график функции:

$$f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}\frac{2}{x}, \&x<-1;\\\sqrt{x+1}-2, \&x\geq -1.\end{array}\right.$$

 *Самостоятельная работа заранее распечатывается по количеству учащихся в классе, каждому ученику раздается свой вариант.*

1. Домашнее задание: §8- 11 – читать, учить; № 10.16.

Объявляются оценки тем учащимся, которые активно работали, выходили к доске несколько раз. Результаты самостоятельной работы объявляются на следующий урок. По усмотрению учителя оценки выставляются в журнал все или выборочно.

**Литература:**

1. Мордкович А. Г. Алгебра, 9 класс. [Текст] / А. Г. Мордкович. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2010 год. – 224 с.

2. Мордкович А. Г. Алгебра, 8 класс. [Текст] / А. Г. Мордкович. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2010 год. – 215 с.

3. Мордкович А. Г. Алгебра, 7 класс. [Текст] / А. Г. Мордкович. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2010 год. – 160 с.

4. Мордкович А. Г. Алгебра, 9 класс. [Текст] / А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т.Н. Мишустина и др. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2010 год. – 223 с.

5. <http://www.uchportal.ru>