**Занятие 49. *Лист Мёбиуса.***

 **Цель:** познакомить учащихся с известной топологической фигурой.

**Методические рекомендации.** К занятию, посвященному листу Мёбиуса, полезно подготовить достаточное количество бумажных лент, с которыми будут проводиться эксперименты. Хороши ленты, у которых длина примерно в 4 раза больше ширины. При разрезании листов Мёбиуса, склеенных из более узких лент, получатся слишком тонкие "кольца". Предложите набор лент, клей и ножницы каждому школьнику для экспериментальной работы сначала параллельно с учителем, а потом самостоятельно.

Таинственный и знаменитый лист Мебиуса (иногда говорят: "лента Мёбиуса") придумал в 1858 г. немецкий геометр Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868), ученик "короля математиков" Гаусса. Мёбиус был первоначально астрономом, как Гаусс и многие другие из тех, кому математика была обязана своим развитием. В те времена занятия математикой не встречали поддержки, а астрономия давала достаточно денег, чтобы не думать о них, и оставляла время для собственных размышлений. И Мёбиус стал одним из крупнейших геометров XIX в. В возрасте 68 лет ему удалось сделать открытие поразительной красоты. Это открытие односторонних поверхностей, одна из которых - лист Мёбиуса.

У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое "поверхность". Поверхность листа бумаги, поверхность стен класса, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии? Пример листа Мёбиуса показывает, что может.

Лист Мёбиуса очень легко сделать, подержать в руках, разрезать, поэкспериментировать как-нибудь еще. Изучение листа Мёбиуса - хорошее введение к элементам топологии.

*Изготовление и знакомство с листом Мёбиуса.*

Смотрите, я беру бумажную ленту АВСD, разделенную по ширине пополам пунктирной линией. Прикладываю ее концы АВ и СD друг к другу и склеиваю. Но не как попало, а так, чтобы точка А совпала с точкой D, а точка B с точкой С. Перед склейкой я перекрутила ленту один раз. Получилось знаменитое в математике бумажное кольцо. У него есть даже особое название - "Лист Мёбиуса". Лист Мёбиуса - неориентируемая поверхность с краем, которая получается при отождествлении точек двух противоположных сторон прямоугольника(рис.1).

Расположенный в пространстве лист Мёбиуса является односторонней поверхностью. Его можно расположить в пространстве, сделав не только один полуоборот полоски ( как на рис.2), но и произвольное число оборотов.

  

Рис.1 Рис.2. Один полуоборот Рис.3. Три полуоборотаполоски полоски.

 Показать учащимся, что это односторонняя поверхность: лист Мёбиуса склеить (лучше скотчем), провести линию, показать, что она замкнулась.

Сколько сторон у листа Мёбиуса?

У ленты, из которой сделан лист Мёбиуса, две стороны. А у него самого, оказывается, есть только одна сторона!

Попробуйте покрасить одну сторону листа Мёбиуса - кусок за куском, не переходя за край ленты. И что же? Вы закрасите весь лист Мёбиуса! "Если кто-нибудь вздумает раскрасить "только одну" сторону поверхности мёбиусовой ленты, пусть лучше сразу погрузит ее всю в ведро с краской"- пишут Рихард Курант и Герберт Робинс в превосходной книге "Что такое математика".

Если на внутреннюю сторону обычного кольца посадить паука, а на наружную - муху и разрешить им ползать как угодно, запретив лишь перелезать через края кольца, то паук не сможет добраться до мухи, не так ли? А если их обоих посадить на лист Мёбиуса, то бедная муха будет съедена, если, конечно, паук ползает быстрее!

***Топология как наука****.*

Лист Мёбиуса - один из объектов области математики под названием "топология" (по-другому - "геометрия положения"). Удивительные свойства листа Мёбиуса - он имеет один край, одну сторону, - не связаны с его положением в пространстве, с понятиями расстояния, угла и тем не менее имеют вполне геометрический характер. Изучением таких свойств занимается топология.

В топологии изучаются свойства фигур и тел, которые не меняются при их непрерывных деформациях (как если бы они были сделаны из резины).

С точки зрения топологии баранка и кружка - это одно и то же. Сжимая и растягивая кусок резины, можно перейти от одного из этих тел ко второму. А вот баранка и шар - разные объекты: чтобы сделать отверстие, надо разорвать резину.

Среди букв русского алфавита тоже есть топологически одинаковые буквы. Предлагаю детям представить, что они сделаны из мягкой проволоки и перечислить топологически родственные буквы (проволоку можно гнуть и растягивать).

**М. Эшер. Лист Мёбиуса.**

**Работа в парах**

1. Склеить лист Мёбиуса.

2.Ответить на вопросы:

* Что получится, если разрезать ленту Мёбиуса (ЛМ) по середине?
* Если начать закрашивать ЛМ с одной стороны, не переходя через край, то какая часть ЛМ окажется в результате закрашенной.
* Что получится, если перекрутить ленту дважды, а потом разрезать вдоль посередине?
* На обеих сторонах ленты на равном расстоянии от краев провести по две пунктирные линии. Склеить лист Мёбиуса. Разрезать по пунктирным линиям. Описать полученный результат. (Получается 2 кольца. Одно из них вдвое длиннее первоначальной ленты и вдвое перекручено. Оно получилось из краев исходной ленты. Другое - лист Мёбиуса - состоит из центральной части исходного листа Мёбиуса.
* Дать прогноз для подобного эксперимента, но когда лента не была перекручена. (Два тонких кольца и центральная часть).
* Приготовьте ленту шириной 5 см, на которой нанесите пунктир, отступив от края на1 см, 2 см, 3 см и 4 см. Сделайте из неё лист Мёбиуса. Что получится, если разрезать его по пунктиру? Получим 3 кольца: кольцо - лист Мёбиуса - 1 перекрут, ширина 1 см, длина равна длине исходного кольца. II, III – кольца, кольца с двумя перекрутами, ширина 1 см, длина в 2 раза больше исходного листа. II и III кольцо сцеплены с I кольцом и между собой.
* Предложить свой эксперимент с ЛМ.