Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Школа № 5»

(МБОУ «Школа № 5»)

Методическая разработка

«Геометрический смысл производной»

Тема: «Производная и ее геометрический смысл»

11 класс (17-18 лет)

Автор: Новикова Светлана Сергеевна

учитель математики

город Дзержинск

2015 год

**2.Подготовка учителя к уроку**

Учебный материал отобран на основе ознакомления с соответствующими разделами учебной литературы, а именно (см. главу 6 данной методической разработки).

Материал, который нужно рассмотреть на уроке, полностью соответствует учебному плану и рабочей программе. В методической разработке использованы исторический материал (биографии ученых - математиков), приведены целесообразные примеры из жизни (применение производной в естественных, социальных, экономических науках), показана взаимосвязь математики с историей, географией, искусством, литературой (в методической разработке приведены учебные задания для учеников 11-ых классов, которые содержат познавательную информацию, работа над такими заданиями позволяет формировать у учащихся математические навыки, и дает возможность воспитывать любознательность, а учителю - создать положительный эмоциональный фон на уроке).

Многолетний опыт проведения уроков по математике с применением интересных рассказов об ученых - математиках, с применением культурных ценностей предопределяет восприятие детьми сложных математических понятий. Поэтому основная часть урока построена в форме познавательной игры. Игра, как метод обучения, организует, развивает учеников, воспитывает личность.

При подготовке учителя к уроку нужно продумать структурную организацию урока, а также продумать:

1) возможности класса, где будет проводиться урок;

2) анализ всех затрат времени в учебном процессе на повторение опорных знаний, формирование навыков, закрепление, контроль и коррекцию знаний и умений.

При проведении урока используются следующие **методы:**

а) по традиционной классификации:

- устные и письменные упражнения - практические;

- наглядные;

- метод компьютерной презентации;

- устный и письменный контроль в виде фронтального опроса и самостоятельной работы - методы контроля;

- познавательная игра (для стимулирования познавательного интереса);

б) согласно классификации по типу познавательной деятельности

(И. Я. Вернер, М. Н. Скаткин):

- частично-поисковый;

в) по дидактическим целям (Щукин):

- методы, способствующие закреплению и совершенствованию приобретенных знаний.

При проведении урока были продуманы такие **средства обучения:**

а) наглядные средства (плакаты, таблицы);

б) дидактические раздаточные материалы (карточки с заданиями);

в) технические средства обучения (компьютер).

**3. План урока**

**Вид урока:** практический.

**Тема урока:** Выполнение упражнений по теме "Производная функция, ее геометрический и механический смысл".

**Цель урока:**

**Дидактическая:**

1. Формирование и закрепление умений и навыков учащихся в нахождении производных элементарных и сложных функций;

2. Формирование и закрепление умений и навыков учащихся решать задачи, используя геометрический и механический смысл производной.

3. Проверить сформированные умения и навыки учащихся по теме: "Производная функции, ее геометрический и механический смысл" написанием разноуровневой самостоятельной работы.

**Воспитательная:**

1. Расширить представление учащихся и показать широкие возможности математики:

а) межпредметные связи с литературой, географией, искусством, историей (все это способствует усвоению учениками культурных ценностей);

б) заинтересовать историей развития математики, биографиями известных ученых-математиков.

2. Воспитание любознательности, умения сосредотачиваться в нестандартных условиях.

**Развивающая:**

1. Развивать математические способности, логическое мышление, сообразительность и память учащихся.

**Методы:**

*1. Методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности:*

Словесные: беседа;

Наглядные: компьютерная презентация;

Практические: устные и письменные упражнения.

*2. Методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности:*

Познавательная игра.

*3. Методы контроля и самоконтроля в обучении:*

Методы устного контроля: устное выполнение упражнений, фронтальный опрос;

Методы письменного контроля: самостоятельная письменная работа.

**Оборудование:**

1. Компьютер, экран.

2. Плакаты с заданиями.

3. Плакаты с цитатами об ученых математиках: Лейбнице Г.Ф. и Ньютоне И.

Цитата о Лейбнице:

«После Лейбница, быть может, уже не было человека, который бы полностью охватывал всю интеллектуальную жизнь своего времени» (Винер Н.)

Цитата о Ньютоне:

«Величайший математик всех времен и народов - Ньютон» (Крылов А.Н.)

4 Раздаточный материал: карточки с заданиями по вариантам.

5. Плакаты с изображениями великих ученых.

6. Маркер.

**Литература:**

Основная:

1. Алгебра и начала математического анализа: учеб. пособие для 11 кл. / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин, М.: Просвещение, 2008. – С. 89-111.

2. Математика: Учебник / А.Н. Афанасьев, Я.С. Бродский, А.Л. Павлов, А.К. Слипенко, - М.: шк.2001. - С. 112-130.

3. Алгебра и начала анализа: Учеб. Для 10-11 кл. / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров – М.: Просвещение, 2004. – С. 225-253.

Дополнительная:

1. Роганин О.М. Алгебра и начала анализа: 11классов: Планы-конспектов уроков. Х -.: АО, 2002. - С. 44-81.

2. Змушко С. Игра «Крестики-нолики» / / Математика. - 2000. - № 45. - С. 30-32.

3. Перькова А., Сазанова Л. Встреча с Пушкиным на уроках математики / / Математика -1999. - № 17. - С. 2-7.

4. Гутман Н. Урок с обучающими карточками / / Математика. - 2000. - № 34. - С. 12-15.

**СТРУКТУРА УРОКА**

**1. Организационный момент.**

Учитель приветствует учащихся, проверяет отсутствующих.

**2. Сообщение темы и цели урока.**

**Мотивация учебной деятельности.**

Рассказ учителя о применении понятия «Производная» в естественных, социальных и экономических науках.

**3. Актуализация опорных знаний.**

1. Устное решение упражнений (с помощью компьютерной презентации на экране высвечивается таблица с заданиями, и учащиеся устно решают примеры).

2. Фронтальный опрос по вопросам: геометрический и механический смысл производной. Также выступления учеников с докладами о великих математиках: Г.Ф. Лейбнице и И. Ньютоне.

**4. Формирование умений и навыков.**

*Методика проведения:*

Проводится в форме познавательной игры. Учащимся предлагается вопрос из одной области: геометрия, география, искусство, общие знания, история, литература, Пушкин. Если ученик не может ответить на поставленный вопрос, то ему необходимо решить математическое задание или математическую задачу. Вопросы по конкретной области записаны на карточке. Решив математическую задачу, ученик легко находит правильный ответ на вопрос (один ученик работает у доски, остальные решают математические задачи и упражнения у себя в тетрадях).

После каждого задания учитель или ученики объясняют ответ на поставленный вопрос (дают более полный ответ).

*Решение упражнений:*

1. Решение упражнений на нахождение производной элементарных функций;

2. Решение упражнений на нахождение производной сложных функций;

3. Решение задачи на использование геометрического смысла производной;

4. Решение задачи на использование механического смысла производной.

**5. Контроль усвоения учениками учебного материала.**

    1. Написание самостоятельной работы;

2. Проверка ответов самими учениками и выставление себе оценок (ответы выводятся на экран).

**6. Подведение итогов урока.**

     1. Учитель кратко обобщает, что было сделано на уроке;

2. Учитель характеризует работу учеников на уроке (активная / пассивная), определяет уровень усвоения учащимися материала и делает вывод, в каком объеме была достигнута цель урока.

**7. Выдача задания для самостоятельной работы учащимся.**

Учитель задает домашнее задание

**4. Организация и ход урока.**

Организация и ход урока являются постепенной реализацией на практике структуры урока, которая описана в предыдущем пункте данной методической разработки.

**1. Организационный момент.**

Учитель приветствует учеников, проверяет отсутствующих.

**2. Сообщение темы и цели занятия. Мотивация учебной деятельности.**

Учитель:

- Тема сегодняшнего урока: "Выполнение упражнений по теме" Производная функция, ее механический и геометрический смысл ".

Понятие производной - фундаментальное понятие математического анализа, с помощью которого исследуют процессы и явления в естественных, социальных и экономических науках. Изучение различных процессов (механического движения, химических реакций, расширения жидкости при нагревании, значение электрического тока) приводят к необходимости вычисления скорости изменения различных величин, т.е. к понятию производной.

Итак, наша ближайшая цель - закрепить умения и навыки решения тематических упражнений, а именно: нахождение производных элементарных и сложных функций, применение геометрического и механического смысла при решении задач.

**3. Актуализация опорных знаний.**

1. Устное решение упражнений.

Таблица с заданиями выводится на экран.

Задание: устно вычислить производную функции:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |

Ответы: 1.1.) ; 1.2.) ; 2.1.) ; 2.2.) ;

3.1.) ; 3.2.) ; 4.1.) ; 4.2.) cosx;

5.1.) х; 5.2.) ; 6.1.) ; 6.2.) 2cosx+5;

7.1.) ; 7.2.) ; 8.1.) cosx cosx – sinx sinx; 8.2.) ;

2. Фронтальный опрос.

1. В чем состоит геометрический смысл производной? С именем какого ученого он связан?

Ответ: Значение производной функции  в точке :  .

А уравнение касательной к функции  в точке  имеет вид: .

Открыл геометрический смысл производной в 17-м в. Г. Ф. Лейбниц.

(см. приложение А).

**Краткий доклад ученика о жизнедеятельности Г. Ф. Лейбница.**

Готфрид Вильгельм Лейбниц родился 1 июня 1646 в городе Лейпциг. Его отец-юрист и профессор философии, умер, когда Лейбницу было 6 лет.

Сначала Лейбниц интересовался только философией. В 1666 году получил звание доктора юридических наук. Первые его математические труды были написаны в 1668 и 1671 годах. Математическое образование Лейбниц получил в Париже и Лондоне. В Париже Лейбниц сделал счетную машину. Создание дифференциального и интегрального исчисления является достижением в его жизни. Он открыл геометрический смысл производной. Лейбниц пришел к открытию производной при решении вопроса о нахождении касательной к кривой.

Умер 14 ноября 1716 в Ганновере.

2. В чем состоит механический смысл производной? С чьим именем он связан?

Ответ: Если материальная точка движется прямолинейно и ее координата изменяется по закону, то скорость ее движения  в момент времени равна производной : .

Открыл механический смысл производной И. Ньютон (см. Приложение А).

**Краткий доклад ученика о жизнедеятельности И. Ньютона.**

Ньютон родился в семье бедного фермера в городе Вулсторп. После окончания школы он поступил в Тринити Колледж. Там он получил степень магистра (1668). Затем Ньютон возглавил кафедру математики и физики в Кембриджском университете, которой руководил 32 года.

Ньютон первый создал основы дифференциального и интегрального исчислений, создал основы теории всемирного тяготения, новую теорию света и цветов.

В его трудах по математике приведено решение таких вопросов, как нахождение экстремумов функций, точек перегиба, уравнений касательных и приведены методы решения простейших дифференциальных уравнений.

В 1690 году Ньютон заболел, что очень испугало всех людей, которые занимались наукой. Болезнь прошла и Ньютон был избран членом Академии Наук в Париже.

Великий ученый умер в 1727 году.

**4. Формирование умений и навыков.**

Методика проведения: проводится в форме познавательной игры. Ученикам предлагается вопрос из конкретной области (геометрии, истории, литературы, искусства, географии, общие знания, Пушкин). Если ученик не знает ответа на поставленный вопрос, то ему необходимо решить математическую задание или задачу. Решив математическую задание или задачу, ученик находит ответ по таблице на поставленный вопрос из конкретной области. (Один ученик работает у доски, остальные решают математические задачи в тетрадях). После каждой полученного ответа на поставленный вопрос, учитель или учащиеся дают более полный ответ, или объясняют его.

**Познавательная игра.**

Карточки с вопросами.

|  |
| --- |
| Геометрия |
| История |
| Литература |
| Исскуство |
| География |
| Общие знания |
| Пушкин |

**Карточка № 1 (Геометрия).**

**Вопрос:** Как по-другому у математиков арабского Востока называется теорема Пифагора?

Решите математическую задачу и вы определите ее название.

**Плакат № 1.**

Вычислите производную функции в точке.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| А | |  | | |  |
| В | |  | | |  |
| Т | |  | | |  |
| Н | |  | | |  |
| Е | |  | | |  |
| С | |  | | |  |
| 12 | | 0 | | -1 | 20 |
| Н Е | | В Е | | С Т | А |

Ответ: Теорема Пифагора у математиков арабского Востока называлась теоремой невесты.

Дополнение учителя: в известном трактате "Математика в девяти книгах», теорема использовалась под видом правила «Гоу-гу». ( «Гоу» - это крюк, «гу» - ребро). «Гоу» - горизонтальный катет, «гу» - вертикальный, большой катет.

Во Франции и некоторых областях Германии в средние века теорему Пифагора называли «мост ослов».

У математиков арабского Востока теорема называлась «теоремой невесты», за сходство рисунка с пчелкой, бабочкой, что по-гречески - нимфа. При переводе с греческого арабский переводчик не обратил внимания на рисунок, перевел слово «нимфа», как «невеста», а не «бабочка».

**Карточка № 2 (История).**

**Вопрос:** Здесь зашифровано имя автора этой красивой теоремы: «Если на сторонах треугольника во внешнюю сторону построить равносторонние треугольники, то их центры будут вершинами равностороннего треугольника».

Выбрать правильный ответ вам поможет математическое задание.

**Плакат № 2**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вычислите производную сложной функции: | | |
| Юрий Долгорукий | Наполеон Бонапарт | Мартин Лютер |
|  |  |  |

Ответ: Наполеон Бонапарт - автор этой известной теоремы. Треугольник, вершины которого являются центрами равносторонних треугольников, носит имя Наполеона. Его имя известно каждому. Математикой он занимался ради наслаждения. В ней он чувствовал красоту, объект, который заслуживает примера. Он - автор некоторых теорем и интересных геометрических задач. А свое имя он прославил на весь мир совсем по другому поводу.

**Карточка № 3 (Литература).**

**Вопрос:** Назовите имя (псевдоним) всемирно известного писателя, автора известной повести. Но не всем известно настоящее имя этого писателя - Чарльз Доджсон, он был также священником и известным профессором математики.

Выбрать правильный ответ поможет результат математического задания.

**Плакат № 3.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вычислите производную сложной функции: | | | |
| Льюис Кэрролл | Омар Хайям | Артур Порджес | Грибоедов А. С. |
|  |  |  |  |

Ответ: Льюис Кэрролл - известный профессор математики, он является также автором известной повести - сказки: "Алиса в стране чудес".

Дополнение учителя:

         1) Омар Хайям - персидский и Таджикский поэт, математик и философ, который дал систематическое изложение решения уравнений третьей степени.

2) Артур Порджес - автор книги "Саймон Флэгг и дьявол" (книга посвящена интересной проблеме математики - доказательства теоремы Ферма).

3) Грибоедов А. С. - русский писатель, который окончил физико-математический факультет университета, является автором известного произведения: "Горе от ума".

**Карточка № 4 (Искусство).**

Учитель: Начиная с шестого класса, мы в общих чертах говорили о золотом сечении, решали задачу о разделении отрезка в среднем и крайнем отношениях.

Итак, "золотое сечение" - это разделение целого на 2 неравные части, при котором большая часть так относится к целому, как меньшая к большему.



А В С

Было выведено, что части "золотого сечения" составляют примерно 62% и 38% всего отрезка. Архитектурные, скульптурные сооружения создаются, чтобы увековечить памятные даты, сохранить в памяти человеческой имена великих фигур. Известно, что еще давно основу архи-тектуры и скульптуры составляла теория пропорций. Поэтому следующий вопрос связан с правилом "золотого сечения".

**Вопрос:** В каких древних памятниках архитектуры, скульптуры встречается правило "золотого сечения"?

Выбрать правильный ответ вам поможет математическое задание.

**Плакат № 4**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вычислите производные сложных функций  ; | | | |
|  |  |  |  |
| Аполлон Тенейский | Парфенон | Миланский собор | Статуя дискобола |

Ответ: Произведение древнегреческой архитектуры - Парфенон (5 в. до н.э.). Парфенон имеет 8 колонн по коротким сторонам и 17 по длинным. Выступы сделаны полностью из мрамора. Отношение высоты построения к его высоте равно 0,618.

            Известная статуя Аполлона Тенейского состоит из частей, которые делятся по золотым отношениям.

Учитель демонстрирует плакаты с изображением Парфенона и статуи Аполлона (см. приложение В).

**Карточка № 5 (География).**

**Вопрос:** С каким городом связано имя великого ученого (3 ст. до н.э.), первооткрывателя многих фактов в области математики и механики. Этот ученый был патриотом своей родины. На протяжении двух лет, с помощью своих машин он защищал свой город от римской армии, которой командовал Марк Клавдий Марцелл - один из самых известных военнокомандующих того времени.

Выбрать правильный ответ вам поможет математическая задача.

**Плакат № 5**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вычислите производную сложной функции в точке:  ; | | | |
| Евклид из Афин | Пифагор  из острова Самос | Архимед  из Сиракуз | Фалес из Милета |
|  |  |  |  |

Ответ: Архимед из Сиракуз.

Учитель демонстрирует плакаты с изображением известных ученых

(см. приложение С).

**Карточка № 6 (Общие знания).**

**Вопрос:** Назовите имя первой женщины-математика, члена-корреспондента Санкт-Петербургской Академии наук, профессора Стокгольмского университета, литератора и публициста.

Выбрать правильный ответ вам поможет результат математической задачи.

**Плакат № 6**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Найти угол между осью *ОХ* и касательной к кривой:  в точці *(2;-4)* -?  Варианты ответов: | | | |
| Екатерина Дашкова | Ада Августа Лавлейс | Софи  Жермен | Софья Ковалевская |
|  |  |  |  |

Ответ: Софья Ковалевская - первая русская женщина-математик, талантливая писательница, активный общественный деятель. Ей принадлежат слова "Математик должен быть в душе настоящим поэтом".

Дополнение учителя:

         Ада Августа Лавлейс, дочь Байрона, - "первая программистка". В ее честь назван один из языков программирования "Ада".

Софи Жермен - в 1808 г. получила наполеоновскую премию Па-рижской Академии наук за исследования в теории упругости.

Екатерина Дашкова - русская княгиня, директор Санкт-Петербургской Академии наук.

**Карточка № 7 (Пушкин).**

**Вопрос:** По легенде А.С.Пушкина один из ханов Гиреев, владельцев Бахчисарая, полюбил юную пленницу, которая была привезена в его гарем. Девушка вскоре умерла. И безутешный хан воздвиг в память о ней мраморный фонтан, который как будто оплакивал бесценную потерю. Вода лилась с самого сердечка открытой мраморной арки, как слезы, переливались из чашечки в чашечку, и никогда не высыхала. Романтическое название Бахчисарайского фонтана было "Фонтан слез", он также известен под образным названием "Часовня".

Как называется это произведение А. С. Пушкина?

Сделать правильный выбор ответа поможет математическая задача.

**Плакат № 7**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тело, массой 8 кг движется прямолинейно по закону  . Найти кинетическую энергию тела  через 3 с посля начала движения. | | |
| Фонтан бахчисарайского дворца | Бахчисарай | Бахчисарайский фонтан |
| *750 Дж* | *1200 Дж* | *900 Дж* |

Ответ: Бахчисарайский фонтан.

**5. Контроль усвоения учащимися учебного материала.**

1. Написание самостоятельной работы.

(Карточки с задачами учитель выдает каждому ученику).

Оценка:

«2» - ученик решил задания начального уровня;

«3» - ученик решил задания начального и среднего уровней;

«4» - ученик решил задания начального, среднего и достаточного уровней;

«5» - ученик решил задания начального, среднего и достаточного уровней и одну задачу на выбор из высокого уровня (см. приложение Д).

2. Проверка ответов самими учащимися и выставления себе оценок.

(Ответы высвечиваются на экран)

Ответы:

1 – вариант: 2 – вариант:

1. а) ; 1) а) ;

б) ; б) ;

1. а) ; 2) а) 0;

б) *–в*; б) *–б;*

3) ; 3) ;

4)4; 4) –2;

5) ; 5) ;

6) 12,5 *Дж;* 6) 40 *Дж;*

*1м/с. 1м/с.*

**6. Подведение итогов урока.**

1. Учитель кратко обобщает, что было сделано на уроке.

2. Учитель характеризует работу учеников на уроке (активная / пассивная), определяет уровень усвоения учащимися материала и делает вывод, в каком объеме была достигнута цель урока.

**7. Выдача задание для самостоятельной работы учащихся.**

Алгебра и начала математического анализа: учеб. пособие для 11 кл. / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин, М.: Просвещение, 2008. – С. 89-111.

**5. Выводы.**

В процессе работы над написанием разработки урока "Выполнение упражнений по теме" Производная функция, ее геометрический и физический смысл "по дисциплине" Математика "были использованы следующие принципы:

1. Принцип идейности (предусматривает обогащение содержания обучения достижениями науки и культуры).

2. Принцип научности (предусматривает, чтобы усвоенные учениками знания, преподавались в интерпретации современной науки).

3. Принцип систематичности и последовательности (систематичность предполагает соблюдения соответствующего порядка в рассмотрении и изучении фактов и постепенное овладение основными понятиями).

4. Принцип связи обучения с жизнью (осуществляется путем осознания учениками жизненного значения приобретенных знаний).

5. Принцип сознательного усвоения знаний, который предполагает понимание целей и задач работы.

6. Принцип наглядности (использование плакатов, таблиц, технических средств обучения – комп’ютера, проектора).

7. Принцип доступности обучения (материал построен по содержанию в соответствии с возрастными возможностями учеников, их уровня подготовки, общего развития).

8. Принцип эмоциональности обучения (интересные факты способствуют повышению эффективности обучения: интерес к работе, уверенность в своих силах).

Для отстающих учеников проводится дополнительное занятие, на котором упоминаются теоретические факты, основные правила и формулы дифференцирования, решаются тематические задачи и упражнения.

Выводы по составлению урока:

1. Анализ психолого-педагогической литературы позволил подобрать необходимый материал для проведения урока.

2. В результате наблюдений за классом было обнаружено, что у учащихся недостаточный уровень общекультурной эрудиции, поэтому при написании методической разработки в ее состав был включен комплекс культурологических знаний в преподавании математики.