**Конспект урока по теме: «Решение тригонометрических неравенств».**

**Щалпегина И.В.**

Тема «Тригонометрические неравенства» является объективно сложной для восприятия и осмысления учащимися 10 класса. Поэтому очень важно последовательно, от простого к сложному формировать понимание алгоритма и вырабатывать устойчивый навык решения тригонометрических неравенств.

Успех освоения данной темы зависит от знания основных определений и свойств тригонометрических и обратных тригонометрических функций, знания тригонометрических формул, умения решать целые и дробно-рациональные неравенства, основные виды тригонометрических уравнений.

Особый упор нужно делать на методике обучения решения *простейших* тригонометрических неравенств, т.к. любое тригонометрическое неравенство сводится к решению простейших неравенств.

Первичное представление о решении простейших тригонометрических неравенств предпочтительно вводить, используя графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. И только после учить решать тригонометрические неравенства на окружности.

Остановлюсь на основных этапах рассуждения при решении простейших тригонометрических неравенств.

1. Находим на окружности точки, синус (косинус) которых равен данному числу.
2. В случае строгого неравенства отмечаем на окружности эти точки, как выколотые, в случае нестрогого – как заштрихованные.
3. Точку, лежащую на *главном промежутке монотонности* функции синус (косинус), называем Рt1, другую точку – Рt2.
4. Отмечаем по оси синусов (косинусов) промежуток, удовлетворяющий данному неравенству.
5. Выделяем на окружности дугу, соответствующую данному промежутку.
6. Определяем направление движения по дуге (от точки Рt1 к точке Рt2 *по дуге*), изображаем стрелку по направлению движения, над которой пишем знак «+» или «-» в зависимости от направления движения. (Этот этап важен для контроля найденных углов. Ученикам можно проиллюстрировать распространенную ошибку нахождения границ интервала на примере решения неравенства *по графику* синуса или косинуса и *по окружности*).
7. Находим координаты точек Рt1 (как арксинус или арккосинус данного числа)и Рt2 т.е. границы интервала, контролируем правильность нахождения углов, сравнивая t1 и t2.
8. Записываем ответ в виде двойного неравенства (или промежутка) от меньшего угла до большего.

Рассуждения при решении неравенств с тангенсом и котангенсом аналогичны.

Рисунок и запись решения, которые должны быть отражены в тетради у учеников, приведены в предлагаемом конспекте.

Конспект урока по теме: «Решение тригонометрических неравенств».

*Задача урока* – продолжить изучение решения тригонометрических неравенств, содержащих функции синус и косинус, перейти от простейших неравенств к более сложным.

*Цели урока:*

* закрепление знаний тригонометрических формул, табличных значений тригонометрических функций, формул корней тригонометрических уравнений;
* формирование навыка решения простейших тригонометрических неравенств;
* освоение приёмов решения более сложных тригонометрических неравенств;
* развитие логического мышления, смысловой памяти, навыков самостоятельной работы, самопроверки;
* воспитание аккуратности и чёткости в оформлении решения, интереса к предмету, уважения к одноклассникам.
* формирование учебно-познавательных, информационных, коммуникативных компетенций.

*Оборудование:* графопроектор, раздаточные карточки с готовыми чертежами тригонометрических кругов, переносная доска, карточки с домашним заданием.

*Форма* организации обучения – урок. *Методы* обучения, используемые на уроке – словесные, наглядные, репродуктивные, проблемно-поисковые, индивидуального и фронтального опроса, устного и письменного самоконтроля, самостоятельной работы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N п/п | Этапы урока. | Содержание. |
|  | Организация класса на работу. |  |
|  | Проверка домашнего задания. | (Сбор тетрадей с домашней работой) |
|  | Формулировка цели урока. | - Сегодня на уроке повторим решение простейших тригонометрических неравенств и рассмотрим более сложные случаи. |
|  | Устная работа. | (Задания и ответы записаны на кодоскопной ленте, открываю ответы по ходу решения)   1. Решить тригонометрические уравнения:   sinx = -, 2sinx =, sin2x = , sin(x - ) = 0, cosx = ,  cosx = -, cos2x = 1, tgx = -1.   1. Назовите главные промежутки монотонности функций синус и косинус. |
|  | Повторение. | - Вспомним алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств.  (На доске – заготовки двух окружностей. Вызываю по одному двух учащихся для решения неравенств. Ученик подробно объясняет алгоритм решения. Класс работает совместно с отвечающими у доски на заранее подготовленных карточках с изображением окружности).   |  |  | | --- | --- | | 1) sinx ≥ -;  C:\Users\Семья\Desktop\img205.tif.jpg | t1 < t2;  t1 = arcsin(-) = -;  t2 = π +  = ;  -  + 2πn ≤ х ≤  + 2πn, n ∈ Z. | | 2) cosx ≥ -;  C:\Users\Семья\Desktop\img2051.tif.jpg | t1 > t2;  t1 = arccos(-) = π - arccos =  = π -  = ;  t2 = -;  - + 2πn ≤ х ≤ + 2πn, n ∈ Z. |   - Каким образом отражается на ответе решение строгого неравенства?  (3) и 4) неравенства два ученика решают на кодоскопной ленте, класс – самостоятельно на карточках).   |  |  |  | | --- | --- | --- | | 3) cosx < ;  C:\Users\Семья\Desktop\img206.tif.jpg | | t1 < t2;  t1 = arccos = ;  t2 = 2π- = ;  + 2πn < х < + 2πn, n ∈ Z. | | 4) sinx < ;  C:\Users\Семья\Desktop\img215.jpg | t1 > t2;  t1 = arcsin = ;  t2 = -π- = -;  + 2πn < х < + 2πn, n ∈ Z. | |   - Поменяйтесь вариантами, возьмите ручку другого цвета, проверьте работу товарища.  (Самопроверка с кодоскопной ленты. Комментирует решение ученик, выполняющий задание. После возвращения работ – рефлексия).  - Как измениться решение неравенства при замене аргумента х на 2х, на ?(Оценивание работ учащихся). |
| 6. | Новый материал. | - Переходим к более сложным тригонометрическим неравенствам,  решение которых будет сводиться к решению простейших тригонометрических неравенств. Рассмотрим примеры.  (Решение неравенств на доске под руководством учителя).  №1. cos22x – 2cos2x ≥ 0.  (Вспомним прием решения тригонометрических уравнений вынесением общего множителя за скобку).  cos2x(cos2x – 2) ≥ 0.  Замена: cos2x = t,  ≤ 1; t(t – 2) ≥ 0; Второе неравенство не удовлетворяет условию  ≤ 1.  cos2x ≤ 0. (Решить неравенство самостоятельно. Проверить ответ).  Ответ:  + πn < х < + πn, n ∈ Z.  №2. 6sin2x – 5sinx + 1 ≥ 0.  (Вспомним прием решения тригонометрических уравнений заменой переменной. У доски решает ученик с комментариями).  Замена sinx = t,  ≤ 1. 6t2 – 5t +1 ≥ 0, 6(t - )(t - ),   |  |  | | --- | --- | |  | C:\Users\Семья\Desktop\img216.jpg |   Ответ:  + 2πn ≤ х ≤ + 2πn, -π-arcsin+ 2πk ≤ х ≤ arcsin+ 2πk,  n, k ∈ Z.  №3. sinx + cos2x > 1.  (Обсуждаем варианты решения. Вспоминаем фомулу косинуса двойного угла. Класс решает самостоятельно, один ученик – на индивидуальной доске с последующей проверкой).  sinx + cos2x - 1> 0, sinx – 2sin2x > 0, sinx(1 - 2 sinx) > 0,   |  |  | | --- | --- | | D:\Ирина\Дистан раб по матем\Сканир рис\img217.jpg | Ответ:  2πn < x <  + 2πn,  + 2πn < x < π + 2πn, n∈ Z. |   Проанализировать ситуации, когда ответ к решению квадратного неравенства записываем в виде совокупности двух неравенств, а когда – в виде системы. Полезна следующая схема:  t1  t2  t  №4. coscosx - sinsinx < -.  (Обсуждение. К доске вызываются по одному ученику на каждый шаг решения, комментируются этапы. Учитель проверяет запись у учеников, работающих на месте).  cos(x + ) < -, cost < -.   |  |  | | --- | --- | | D:\Ирина\Дистан раб по матем\Сканир рис\img218.jpg | + 2πn < t <  + 2πn, n∈Z,  + 2πn < x +  <  + 2πn, n∈Z,  + 2πn < x <  + 2πn, n∈Z.  Ответ:  + 2πn < x <  + 2πn, n∈Z. |   №5. Определите все *а*, при каждом из которых неравенство  4sinx + 3cosx ≤ *а* имеет хотя бы одно решение.  (Вспомнить алгоритм решения тригонометрического уравнения с нормирующим множителем. Решение записано на кодоскопной ленте. Открываю его поэтапно по мере рассуждений. Дифференцированная работа).  4sinx + 3cosx ≤ *а*, М =  = 5. Разделим обе части неравенства на 5: sinx + cosx ≤ . Так как ()2 + ()2 = 1, то существует такой угол α, что cosα = , а sinα = . Перепишем предыдущее неравенство в виде: sin(x + α) ≤ . Последнее неравенство, а, значит, и исходное неравенство имеет хотя бы одно решение при каждом *а* таком, что  ≥ -1, то есть при каждом *а* ≥ -5. Ответ: *а* ≥ -5. |
| 7. | Домашнее задание. | (Раздаю карточки с записью домашнего задания. Комментирую решение каждого неравенства).   1. cosx > sin2x; 2. 4sin2xcos2x < -; 3. cos2 ≤ sin2 - 0,5; 4. sinx + cosx > 1.   Повторить тригонометрические формулы сложения, подготовиться к самостоятельной работе. |
| 8. | Подведение итогов, рефлексия. | - Назовите приемы решения тригонометрических неравенств.  - Каким образом знание алгоритма решения простейших тригонометрических неравенств используется при решении более сложных неравенств?  - Какие неравенства вызвали наибольшее затруднение?  (Оцениваю работу учащихся на уроке). |

**Самостоятельная работа**

по результатам освоения материала.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1.  Решите неравенства 1 – 3:   1. sin3x -  < 0; 2. cos2x + 3cosx > 0; 3. coscos2x - sinsin2x ≥ -. 4. Определите все *а*, при каждом из которых неравенство 12sinx + 5cosx ≤ *а* имеет хотя бы одно решение. | Вариант 2.  Решите неравенства 1 – 3:   1. 2cos > 1; 2. sin2x – 4sinx < 0; 3. sincos3x - cossin3x ≤ -. 4. Определите все *а*, при каждом из которых неравенство 6sinx - 8cosx ≤ *а* имеет хотя бы одно решение. |