**Развитие пространственного мышления у учащихся**

**Учитель математики МОУ СОШ № 24 г.Копейска Челябинской области**

**Зырянова Наталья Константиновна**

*(из опыта работы)*

 «Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг - геометрия». Эти слова, сказанные великим французским архитектором Ле Корбюзье в начала ХХ века очень точно характеризуют наше время. Мир, в котором мы живем, наполнен геометрией домов, улиц, полей, творениями природы и человека. Лучше ориентироваться в нем, открывать новое, понимать красоту и мудрость окружающего мира помогаем нам геометрия.

 Познание окружающего мира – процесс очень сложный. Как показывают исследования, в процессе обучения осуществляется взаимопроникновение созерцания, мышления и практики. (ШамоваТ.И., Шапоринский С.А., Загвязинский .И.). Мышление ребенка имеет сначала практическую направленность. Оно возникает в форме наглядно-действенного мышления, основной специфической особенностью которого является неразрывная связь с практическим действием. «Эта форма мышления является ступенью для развития других форм мышления и недостаточное развитие наглядно-действенного мышления отрицательно сказывается на дальнейшем умственном развитии ребенка». (Л.Н.Фридман). Большое значение для развития наглядно-действенного мышления имеет графическая деятельность и конструирование.

 На основе практического и наглядно-чувственного опыта у учащихся начинает развиваться логическое мышление, которое выступает прежде всего в форме абстрактных понятий и суждений. «Мышление с одной стороны, руководит и направляет деятельность, оценивает, анализирует ошибки и намечает пути их устранения, с другой стороны обогащает ее результат и позволяет применять усвоенные действия в новых условиях (Л.С.Рубинштейн). В современной литературе по психологии и педагогике, в работах И.Якиманской, Т.Шамовой, М.Махмутова отмечается, что способность к оперированию образами не является непосредственным результатом усвоения ребенком знаний и умений. Успешный переход от наглядно-действенного к образному мышлению зависит от уровня специально-организованной деятельности, в процессе же стихийного обучения наглядно-образное мышление формируется медленно и недостаточно полно. (М.И.Махмутов).

 Жизненный опыт и исследования психологов показывают, что эффективно формировать элементы пространственного мышления можно уже у младших школьников. В статье Г.Глейзера «О проекте концепции математического образования в 12-летней школе», ярко высказана озабоченность «о полном выхолащивании геометрического образования». В этой же статье Г.Глейзер формирует значение геометрии в логическом развитии человека.

 «На курс геометрии возлагаются важнейшие общекультурные образовательные функции» :

1. Логическая – изучение геометрии является источником и эффективным средством активного, интеллектуального развития человека, его умственных способностей.
2. Познавательная – с помощью геометрии школьники познают окружающий мир, его пространственные и количественные отношения.
3. Прикладная – элементарная геометрия является той базой, которая обеспечивает готовность человека к овладению новыми смежными дисциплинами, так и многими профессиями, делает для него доступным непрерывное образование и самообразование.
4. Культурно-историческая – на примере из истории развития геометрии может быть прослежено целом.
5. Философская – геометрия помогает осмыслить мир, в котором мы живем, сформировать у человека развивающие научные представления о реальном физическом пространстве.

В последнее время педагогами, методистами отмечается снижение геометрической подготовленности учащихся . Это проявляется в первую очередь в низком уровне развития пространственных представлений, а точнее, пространственного мышления. Можно выделить две основные причины такого положения:

* Процесс обучения геометрии в школе строится преимущественно как изучение некой проекции науки геометрии, а значит, не всегда учитываются психологические закономерности развития мышления, особенности восприятия, личностный опыт учащихся.
* Пространственное мышление является преимущественно разновидностью образного, но основные качества образного мышления вряд ли могут быть сформированы в рамках традиционной школьной программы по математике.

 Но именно образная стратегия мышления учащихся лежит в основе их собственных интуитивных способов решения задач. Необходимость учитывать ее и опиться на нее в процессе обучения математике – один из основных выводов 6 Международного конгресса по математическому образованию, посвященного рассмотрению проектов программ по школьной математике.

 Одной из основных идей новой концепции школьного математического образования является приоритет развивающей функции обучения математики, что требует учитывать в процессе обучения наиболее чувствительные к развитию определенных компонентов мышления периоды и опираться на личностный опыт учащихся. Таким сенситивным периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12-13 лет. Исследования психологов показывают , что представления о геометрических фигурах находятся в стадии прогрессивного развития до 15 лет, но только с этого возраста учащиеся начинают изучать стереометрию, по окончании начальной школы у учащихся объемные представления более развиты, чем плоскостные, хотя в раках традиционной программы по математике младших школьников знакомят с элементами плоской геометрии. У 9-11- классников, как считают психологи (К.Д.Мдивади, Б.Ф.ЛЛомов и др.) преобладют планиметрические представления, хотя в старших классах изучают объемные фигуры.

 Поэтому и пространственное мышление, как разновидность образного мышления целесообразно развивать у учащихся средней школы уже в 5 -6 классах.

 В настоящее время в качестве одного из главных критериев математического развития личности многие психологи рассматривают уровень развития пространственного мышления, которые характеризуется умением оперировать пространственным образом. Кроме того, актуальной проблемой современного математического образования является развитие пространственного мышления как образного. Следует признать, что еще ей не уделяется должного внимания.

 В 7-9 классах на уроках алгебры и в учебниках, проблема пространственного воображения считается чужой, а в курсе геометрии все внимание сосредотачивается на двумерных объектах и у учащимся не предоставляется возможность работать с пространственными объектами, развивая свое воображение.

 В 10 классе учителя на первых же уроках геометрии (стереометрии) сталкиваются с проблемами: пространственное мышление учеников не развито, они не умеют читать изображения пространственных тел, не умеют их изображать, плоский чертеж не вызывает у них ощущения пространства, не дает возможность определить отношение между отдельными элементами изображенного объекта, учащиеся не умеют мысленно изменять взаимное расположение элементов, расчленять объект или составлять новый, «склеивая» данные.

 Академик А.Д.Александров напоминал о том, что задача преподавания геометрии – развивать у учащихся три качества: пространственное воображение, практическое понимание и логическое мышление, и ставил пространственное воображение на первое место не только в изучении геометрии, но и в большинстве видов человеческой деятельности. Важность ясного наглядного представления и на основе этого точного понимания изучаемых понятий нельзя переоценить.

 Понятие «пространственное мышление» означает процесс опознавания реально представленных пространственных объектов или их изображений и мысленное создание на этой основе таких же объектов, но иначе расположенных, или конструирование новых. Оно также включает в себя создание пространственных объектов по некоторым их элементам. Пространственное воображение – воображение, оперирующее пространственными объектами.

 В последние годы появилось понимание того, что 5-6 классы средней школы – благоприятное время для развития пространственного мышления. Поэтому, хоть и медленно, на уроки математики в эти классы проникают специальные упражнения, направленные на его развитие. Затем в 7-9 классах эта проблема забывается и всплывает (по мере необходимости) в 10 кл., поскольку дает о себе знать.

 Основой формирования пространственного воображения является практическая работа ребенка с пространственными объектами, манипулирование ими, изменение их положения в пространстве, разъединение и соединение нескольких объектов один.

 Явно выделяются два типа упражнений, лежащих в основе формирования и развития пространственного мышления; упражнения на умение читать изображения и изображать пространственные объекты, и упражнения на оперирование пространственными образами. В свою очередь в них можно выделить разные виды:

1.Отыскание изображения из нескольких данных для предъявленного объекта.

2. Нахождение объекта из некоторого набора соответствующего данному изображению.

3. Завершение изображения известного объекта по его фрагменту.

4. Идентификация различных изображений одного и того же пространственного объекта.

5. Узнавание фигуры по ее проекции.

6. Определение взаимного расположения нескольких фигур по их изображению.

7. Оценивание формы и размеров фигуры.

8. Построение проекции заданной фигуры.

9. Построение изображения объекта по его проекции.

10. Изображение объекта по его описанию.

11. Изготовление модели по ее чертежу.

12. Узнавание и изображение объекта, полученного (мысленным) изменением (с помощью поворота, симметрии, параллельного переноса) положения заданного.

13. Узнавание и изображение фигуры, составленной из заданных, по известному правилу.

14. Изображение пересечения заданных фигур (в т.ч. после мысленного их перемещения).

15. Изображение частей фигур после ее мысленного расчленения.

 Неоднократно отмечалось, что обучение школьников геометрии начинается слишком поздно. О трудностях при обучении школьников геометрии мнения педагогов практически не расходятся. Главной причиной такого положения является невысокий уровень развития пространственных представлений и пространственного мышления учащихся, а также слабое развитие логического аппарата. Возникает вопрос, кто и когда должен заниматься формированием этих структур мыслительного аппарата, поскольку очевидно, что сами по себе они складываются лишь у единиц. Психологические и педагогические исследования показывают, что формирование восприятия пространства у учащихся 5-6 классов происходит более интенсивно, чем у старших школьников; у пятиклассников и шестиклассников более развиты пространственные, трехмерные представления. Из этого можно сделать ввод, что необходимо усилить работу по формированию и развитию пространственных представлений учащихся 5-6 классов, усилив геометрическую линию курса математики, в частности включив рассмотрение свойств многогранников. Знакомство учащихся с , многогранниками в курсе математики 5-6 классов обогатит их пространственные представления , будет способствовать развитию пространственного мышления, а также повысит у них интерес к урокам математики.

 Поэтому я считаю необходимым чуть расширить изучаемый геометрический материал дополнительными сведениями о геометрии, геометрических фигурах, их свойствах. Предлагаю детям помимо заданий из учебника более сложные задачки, задания на смекалку. Предлагаю изготовить своими руками наглядный, раздаточный материал. Очень нравится детям разгадывать кроссворды, вырезать из бумаги различные фигуры, что то мастерить. Все это, кроме всего развивает познавательную активность учащихся, не дает скучать на уроке, повышает интерес к предмету – геометрии. Благодаря этому , к 7 классу, когда мы начинаем изучать геометрию, дети уже хорошо подготовлены к изучению этого предмета.

 В 5 классе перед изучением темы «Отрезок», я провожу урок, который называю «Первые шаги в геометрию». Читаю детям небольшую лекцию. «Геометрия – это не только раздел математики, школьный предмет, это прежде всего феномен общечеловеческой культуры, являющейся носителем собственного метода познания мира. Геометрия возникла очень давно, в глубокой древности, это одна из самых древних наук. В переводе с греческого слово геометрия означает «землемерие» («гео» - земля, «метрео» - мерить). Такое название объясняется тем, что зарождение геометрии было связано с различными измерительными работами, которые приходилось выполнять при разметке земельных участков, проведении дорог, строительстве зданий и сооружений. В результате этой деятельности появились и постепенно накапливались различные правила, связанные с геометрическими измерениями и построениями. Таким образом геометрия возникла на основе практической деятельности людей и в начале своего развития служила преимущественно практическим целям.

 Строя свои жилища и храмы, украшая их орнаментами, измеряя расстояния и площади, размечая землю, человек применял свои знания о форме, размерах и взаимном расположении предметов, он использовал свои геометрические знания, полученные из наблюдения и опытов. Почти все великие ученые древности и средних веков были выдающимися геометрами. Древнегреческий философ Платон, проводивший беседы со своими ученикам в роще Академа, откуда и пошло название «академия», одним из девизов своей школы провозгласил «Не знающие геометрии не допускаются». Было это примерно 2400 лет тому назад.

 На занятиях по наглядной геометрии, где вы встретитесь с интересными головоломками, занимательными задачами и геометрическими играми, вашими постоянными спутниками будут наблюдение и опыт. Усидчивость и аккуратность при выполнении заданий помогут вам в достижении цели. Они также важны, как смекалка и находчивость.

 В ходе занятий часто будут встречаться задания начертить какую-либо фигуру, измерить какие-либо величины. Все необходимое для выполнения этих заданий мы будем хранить в специальной папке для геометрических занятий. Это линейка, циркуль, транспортир, , т.е. чертежные и измерительные инструменты. С помощью линейки можно:

- проводить прямые линии;

- измерять отрезки;

- строить отрезки, заданной величины.

 Линейку без делений мы назовем математической линейкой. С ее помощью можно лишь проводить прямые линии. Циркуль позволяет:

- строить окружности;

- измерять отрезки;

- сравнивать отрезки по величине;

- откладывать на прямой отрезки заданной величины (длины).

 Транспортир используют для измерения и построения углов (о нем я буду говорить позднее, когда приступим к изучение углов). Кроме того у нас в папке будут простые и цветные карандаши, ластик, ножницы, клей, треугольники).

 Ну, а дальше я предлагаю детям несколько задач, внешне очень различнымх, показывающих лишь некоторые грани геометрии.

1. Сложить шесть спичек так, чтобы образовалось четыре треугольника (сторона каждого треугольника должны быть равна длине спички).
2. Разрежьте квадрат на четыре равные части различными способами.
3. Можно ли нарисовать открытый конверт, не отрывая карандаша от бумаги? И не проводя более одного раза никакой линии? А закрытый?
4. Как разрезать фигуру на две одинаковые части. (чертежи, рисунки на доске или на экране проектора).
5. Арбуз разрезали на четыре части и съели. Получилось пять корок. Может быть такое?
6. Четыре страны имеют форму треугольников. Нарисуйте , как расположены друг относительно друг друга страны, если у каждой из них есть общие границы с тремя другими?.

В качестве домашнего задания предлагаю следующие задачи.

1. Разделить круглый сыр тремя разрезами на 8 частей.
2. Можно ли расположить 6 одинаковых карандашей так, чтобы каждый касался пяти остальных.»

 Наиболее эффективными средствами развития пространственного мышления учащихся я считаю, является: демонстрирование фигур, сравнение положений геометрических фигур относительно друг друга, моделирование, грамотное изображение фигур, чтение чертежей. Эти средства приводят к наилучшим результатам, если они используются систематически и в комплексе. И способность учащихся мысленно представлять себе положение фигур в пространстве нужно развивать задолго до того, как приходит пора изучать стереометрию. Например, изучая в 7 классе треугольник, можно ограничиться выполнением рисунка на доске. А можно, кроме этого, попросить учащихся отыскать треугольники у пирамиды, конуса, куба и т.п.; указать углы этих треугольников, медианы, высоты, биссектрисы углов; изготовить дома соответствующие модели. А моделирование не всякий раз должно быть на уровне магазинных стандартов. Модели могут быть рабочими, изготовленными тотчас из предметов, которые есть на уроке. Например, легко моделировать пару прямых в пространстве, прямую и плоскость, пару плоскостей, коническую и цилиндрическую поверхности. Для этого достаточно иметь листы бумаги и карандаши. Нужно постоянно содействовать тому, чтобы каждый ученик умел быстро (где это возможно) изготовить модель: либо для выяснения геометрического понятия, либо по условию теоремы и задачи. К этим действиям может побуждать учащихся моделирование, выполняемое учителем экспромтом. Я всегда советую ребятам моделировать дома известные геометрические факты, используя карандаши, спицы, картон, мяч. яблоко, стакан, воронку т.п.

 Помимо решения задач планиметрии такие упражнения «прокладывают» мостик от планиметрии к стереометрии и учат видеть зависимость между элементами пространственной фигуры.

 Иногда считают, что средства наглядности достигают своих целей в младших классах, а по мере взросления учащихся необходимость в наглядности уменьшается. Это ошибочное мнение. С каждым возрастом ученик смотрит на модель геометрической фигуры по новому. Становясь старше, он знакомится с теми свойствами геометрической фигуры, на которые ему не указывали и которым он не придавал значения раньше. Поэтому модели известных геометрических фигур и знакомые модели очень полезно показывать заново. Например, изучаем окружность в 6 классе, учащиеся представляют эту линию и могут ее изобразить. Но давайте не будем ограничиваться изображением окружности на доске. Принесем в класс обруч, уложим его на столе, изогнем кусок проволоки и тоже положим на стол. Обратим внимание на то, что все точки линии могут лежать на плоскости, а может этого и не быть. Подчеркнем, что окружность обладает первым из казанных свойств. Обращаю внимание ребят на то, что бывают линии замкнутые и незамкнутые, прошу привести примеры, подчеркиваю, что окружность- линия замкнутая, при этом использую срез цилиндра (конуса) плоскостью.

 Чертежи и рисунки – эффективное средство формирования у учащихся умений подмечать закономерности на основе наблюдений, вычислений, преобразований, сопоставлений. Обращаясь к учителям математики Д.Пойа писал: «Результат творческой работы математика – доказательное рассуждение, доказательство, но доказательство открывают с помощью правдоподобных рассуждений, с помощью догадки… Преподаватель должен показать, что догадки в области математики могут быть разумными, серьезными, ответственными… Давайте учиться догадываться!»

 Особое место в развитии мышления занимает обучение сравнению, в частности сравнение факта, выраженного словесно, с его интерпретацией на чертеже. Чертеж может служить опровержением какого-либо общего высказывания. Учась опровергать неверные высказывания, школьники постепенно привыкают к доказательствам. Примеры, которые фактически нацеливают учащихся на поиск контрпримеров.

1. Верно ли утверждение: «Любой четырехугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, является ромбом?»
2. Верно ли утверждение : «Любой четырехугольник , у которого два противоположных угла прямые, является прямоугольником?»
3. Изобразите на чертеже случай, для которого неверно высказывание: «Прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют ни одной общей точки.» (Пропущено указание на то, что речь идет о двух прямых).

 Формируя у учащихся умение работать с чертежами, учитель должен помнить, что если ограничиться стандартными чертежами, то ученики достаточно быстро начнут связывать формируемые понятия только с фигурами определенного вида и положения.

 Часто предлагаю ребятам упражнения развивающие «геометрическую зоркость». Выполняя их , ребята должны прежде всего уяснить себе о какой фигуре идет речь. Для этого необходимо вспомнить характеристические признаки фигуры, представить себе эту фигуру и выделить ее на чертеже. Эти упражнения нацелены на тренировку у учащихся умения ориентировать в сложных конфигурациях, вычленяя из них более простые элементы, не теряя в тоже время из виду всю конфигурацию в целом.

1. Подсчитайте число лучей на рисунке. (Рисунки на доске или на экране монитора).
2. Что общего и что различного в расположении отрезков на рисунках.
3. Сколько углов вы видите на рисунке.
4. Сколько треугольников на рисунке.
5. Какие из фигур симметричны относительно оси ОХ, оси OY.
6. На рисунке изображен параллелепипед. Укажите, какие из его вершин можно соединить отрезками такой же длины, что и отрезок: АВ, ВС. Проверь свои ответы измерениями по каркасной модели.

 Еще в начале 5 класса я предложила детям поиграть в игру-головоломку «Танграм». Эта одна из старейших и наиболее простых головоломок на разрезание и складывание. Это головоломка эмоциональна привлекательна для учащихся и помогает развитию у них в игровой форме , как пространственного воображения, элементов логического мышления, так и таких качеств как усидчивость, сосредоточенность, внимание. Играют в эту игру с большим удовольствием не только пятиклассники, но и ребята 6, 7, 8 классов.

 Итак, разнообразная работа по развитию пространственного мышления способствует общему умственному развитию школьников, но еще и подталкивает их логическое развитие, обеспечивает менее болезненный переход от опытно-индуктивного преподавания пропедевтического курса геометрии к дедуктивному основного курса геометрии.

 Ведь хорошо известно: чем выше уровень пространственного мышления учащихся, тем проще обучать их геометрии, тем более интересные задачи можно ставить перед ними.

 Пространственное мышление является базой для решения задач, направленных на мысленное изменение структуры объекта. Умение мысленно оперировать структурой объекта необходимо при построении сечений, при выполнении геометрических преобразований. Указанные умения –неотъемлимая часть овладения многими профессиями, они требуются и в повседневной жизни, связанной с ориентацией в пространстве.

Список используемой литература:

1. Зинченко В.П., Моргунов Е.Б. Человек развивающийся. М., 1994.
2. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. М.,1989
3. Фридман А.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе. М. 1983
4. Зыкова В.И. Очерки психологии усвоения начальных геометрических знаний. М. Учпедгиз. 1995.
5. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников.М., Педагогика, 1080
6. Современные проблемы методики преподавания математики. Сборник статей. М., Просвещение, 1985.
7. Ходот. «Как сделать геометрическую иллюстрацию наглядной, Математика, № 18, 2000.
8. А. Цукарь. Развиваем пространственное мышление. Математика № 14, 2000.
9. Подходова Н.С. Развитие пространственного мышления учащихся. Математика в школе,

№ 2, 1997.

1. Хан Д.И., Шубин В.А. О формировании про36 пространственных представлений школьников на уроках стереометрии. Математика в школе, 2000.
2. В.А.Далингер. Чертеж учит думать, Математика в школе № 4. 1990.
3. И.Шарыгин, Л.Ерганжиева. Слово учителю. Математика 29/30, 1993.
4. Повышение эффективности обучения математике в школе. Книга для учителя. М., Просвещение, 1989.
5. Перельман Я.М. Занимательные задачи и опыты. М., Детская литература. 1959.